

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**



**TESIS DOCTORAL**

**Análisis de las fluctuaciones del campo geomagnético  
principal**

**MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR**

**PRESENTADA POR**

**Alberto Molina Cardín**

**Directores**

**María Luisa Osete López**  
**Luis Dinis Vizcaíno**

**Madrid**

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**

**Departamento de Física de la Tierra y Astrofísica**



**Análisis de las fluctuaciones del campo  
geomagnético principal**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO  
DE DOCTOR PRESENTADA POR

**Alberto Molina Cardín**

DIRIGIDA POR

**María Luisa Osete López**

**Luis Dinis Vizcaíno**

*Madrid, 2019*





U N I V E R S I D A D  
COMPLUTENSE  
M A D R I D

## DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD DE LA TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE DOCTOR

D./Dña. Alberto Molina Cardín \_\_\_\_\_,  
estudiante en el Programa de Doctorado en Física \_\_\_\_\_,  
de la Facultad de Ciencias Físicas ☐ de la Universidad Complutense de  
Madrid, como autor/a de la tesis presentada para la obtención del título de Doctor y  
titulada:

Análisis de las fluctuaciones del campo geomagnético principal  
\_\_\_\_\_

y dirigida por: María Luisa Osete López y Luis Dinis Vizcaíno  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### DECLARO QUE:

La tesis es una obra original que no infringe los derechos de propiedad intelectual ni los derechos de propiedad industrial u otros, de acuerdo con el ordenamiento jurídico vigente, en particular, la Ley de Propiedad Intelectual (R.D. legislativo 1/1996, de 12 de abril, por el que se aprueba el texto refundido de la Ley de Propiedad Intelectual, modificado por la Ley 2/2019, de 1 de marzo, regularizando, aclarando y armonizando las disposiciones legales vigentes sobre la materia), en particular, las disposiciones referidas al derecho de cita.

Del mismo modo, asumo frente a la Universidad cualquier responsabilidad que pudiera derivarse de la autoría o falta de originalidad del contenido de la tesis presentada de conformidad con el ordenamiento jurídico vigente.

En Madrid, a 31 ☐ de mayo ☐ de 2019 ☐

Fdo.: \_\_\_\_\_

Esta DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD debe ser insertada en  
la primera página de la tesis presentada para la obtención del título de Doctor.





# Agradecimientos

Hace ya cinco años que llegué al despacho 213 y comencé este camino que no sabía muy bien ni cómo sería ni adónde me llevaría. Sigo sin saber hasta dónde me llevará en el futuro, pero tengo claro que estos cinco años no habrían sido iguales sin haber estado rodeado de tantas personas increíbles a las que tengo que agradecer por un montón de cosas.

A Marisa. Primero, porque es por su culpa que haya acabado en esto del paleomagnetismo. De hecho, yo tiraba hacia meteo, pero ella me ofreció la posibilidad de entrar en el laboratorio como técnico y hacer el TFM sobre arqueomagnetismo y piqué. Después de ese curso... me había costado demasiado explicarle a todo el mundo qué sentido tenía “hornear piedras” como para cambiar de tema, así que me lancé al doctorado también sobre paleomagnetismo. También tengo que agradecerle todos sus consejos, tanto científicos como sobre otros aspectos del mundo académico (becas, congresos, artículos, burocracias...) que me han ayudado a llegar hasta aquí.

A Luis por aceptar involucrarse en un tema como el paleomagnetismo. Gracias por las reuniones y discusiones científicas sobre ruidos térmicos, movimiento browniano y reversibilidad. Sin él nunca habiésemos hablado del “modelo de las bolitas”. Siempre surgían muchas ideas; espero que más adelante podamos recuperar las que posiblemente se quedaron en el tintero.

A Saioa porque, desde que llegué, ha sido como mi hermana mayor (Campuzano, 2017). ¡Toma referencia! Incluso nos han tomado por hermanos un par de veces, jeje. Hemos compartido muchas cosas, viajes, congresos, muestreos... y puedo recordar muchas buenas historias y anécdotas. Siempre me ha apoyado y ayudado en todo, y eso que a veces le tengo que fundir el whatsapp. Gracias.

A Mercedes por su optimismo; porque si llueve puede traer sus botas. Porque siempre hace por unir al grupo y aceptar a todo el mundo. Y porque acerca la silla a la mesa, jeje. Además es geóloga.

A José por sus ideas, porque nunca sabes con qué *coso* te puede sorprender. Y por sus dibujos, *ofc*, a pesar de que no sea capaz de utilizar aquel fondo de escritorio personalizado.

A Ali por cuidar de todos; por hablar claro y no callarse nada; y porque todo tiene solución. Gracias por panicar conmigo en las primeras etapas de la tesis. Me temo que no he podido encontrar nada que demuestre aquello que me pediste hace tiempo, así que, por ahora, habrá que seguir haciendo los laaaargos estudios de paleointensidad.

A Enós, por todos los debates que hemos tenido sobre tantas cosas. Y porque siempre está dispuesto a echarle una mano, si no las dos.

A Raquel, Alicia y Carolina porque al segundo día ya parecía las conociese de toda la vida. Y porque están un poco locas. Por supuesto, las tres tenían que aparecer juntas en la misma línea.

Y al resto de habitantes del despacho y el laboratorio: Aída, Sara Guerrero, Javi Carmona, Víctor, Andrea, Fernando, David, Serena, Judit, Cristina, Pablo, gracias por los buenos momentos en el laboratorio, el despacho o en los muestreos.

A Javi Jarillo, Elena, Álvaro, Jon, Mariano, Antonio Castaño, Sara Rodríguez, por las sobremesas (las cortas y las de los viernes) y todos los papeleos compartidos a lo largo de estos años.

A Javi Pavón, Vicente Carlos, Fátima, Miriam, Gregg, Ana, Maurizio, Michel, Elisa, Belén, Elsa, Teresa, Carlos, Encarna, Rosa, Lucía, Salva y al resto del departamento por su ayuda, sus comentarios, las clases compartidas, las informaciones boca a boca y las fiestas del departamento.

Tampoco me puedo olvidar de la gente que he conocido durante las estancias en el extranjero. *Merci beaucoup, Annick, Pierrick et tous pour votre aide et vos conseils pendant mon séjour à Rennes.*

*Grazie, Angelo, per l'opportunità di fare i due soggiorni e per i discussioni scientifiche.* A Maria Grazia, Chiara, Irene, Dedalo, por acogerme en el *pollaio* y a toda la gente con quien compartí mesa a diario: Alessandra, Gabriele, Giovanna, Valerio, Adriano. *Grazie per tutta la vostra aiuta e per le chiacchiere a pranzo.*

*Grazie anche a Consuelo e tutti i compagni di katori per accogliermi nella vostra scuola a Roma.*

Gracias también a P.F. por todas las buenas historias y buenos momentos compartidos sin importar la distancia.

A toda la gente de la escuela de karate, porque es gracias a vosotros que después de una hora de entrenamiento se pueda salir con más energía que antes. Gracias Rober por empujarme para seguir con todo y más, tantas veces.

A mis amigos de la carrera: Alejandro, Alberto, Fer, Melo, Dani, Araceli. Quizá ahora no nos vemos demasiado, en parte porque el tiempo nos ha dispersado por el mundo, pero era inevitable que apareciésemos aquí. Por todas las clases, entregables y laboratorios compartidos, por el *slapchop*, porque yo me llamo Ralph y por todas esas cosas que sólo entendemos nosotros. ¡Gracias *dipilos*!

Por último, a mi familia, que es capaz de aguantar mis “desvaríos físicos” en casa. A mis padres por escuchar incluso cuando no tengo nada que decir (perdón...) y a mi hermano porque a veces no escucha y siempre tengo algo que decirle.

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte a través de su programa de ayudas para la formación de profesorado universitario (FPU14/02422) así como del programa de ayudas complementarias de movilidad para estancias breves y traslados temporales para beneficiarios FPU que ha permitido la realización de una estancia en la Université de Rennes (EST15/00449) y dos estancias en el Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (EST16/00215, EST17/00119).



# Índice

Agradecimientos .....	I
Índice .....	1
Lista de siglas y símbolos.....	3
Resumen.....	5
Abstract .....	7
1. Introducción .....	9
1.1. Motivación y objetivos .....	9
1.2. Campo magnético de la Tierra .....	10
1.2.1. Fuentes del campo magnético .....	10
1.2.2. Variaciones del campo magnético terrestre .....	11
1.2.3. Descripción espacial del CMT .....	12
1.2.4. La geodinamo .....	15
1.3. Paleomagnetismo.....	18
1.4. El CMT como sistema dinámico .....	19
1.4.1. Conceptos básicos sobre sistemas dinámicos.....	19
1.4.2. Los sistemas dinámicos caóticos .....	20
2. Metodología .....	23
2.1. Estudios arqueomagnéticos .....	23
2.1.1. Fundamentos.....	23
2.1.2. Experimentos de magnetismo de rocas.....	28
2.1.3. Estudios direccionales .....	34
2.1.4. Estudios de paleointensidad .....	39
2.2. Análisis de series temporales .....	44
2.2.1. Información mutua.....	44
2.2.2. Reconstrucción del espacio de fases a partir de una serie temporal. Teorema de Takens .....	45
3. Actualización de la base de datos arqueomagnética de Iberia y PSVC de los últimos 3000 años. ....	47
3.1. Descripción de los yacimientos y métodos de muestreo.....	49
3.1.1. Yacimientos arqueológicos investigados.....	49
3.1.2. Métodos de muestreo.....	52

3.2.	Medidas de laboratorio.....	53
3.3.	Resultados de magnetismo de rocas .....	54
3.4.	Resultados direccionales.....	59
3.5.	Resultados de paleointensidad .....	63
3.6.	Construcción de la nueva PSVC para Iberia.....	67
3.7.	Aplicación de la nueva PSVC a la datación arqueomagnética.....	70
3.8.	Comparación con otras PSVC de Europa.....	70
3.9.	La variación paleosecular en el Mediterráneo en los últimos 3000 años.....	72
3.10.	La variación paleosecular en Iberia durante la primera Edad del Hierro.....	79
4.	Estudio de la complejidad dinámica del CMT .....	85
4.1.	Aproximación a la reconstrucción del atractor en 2D.....	86
4.1.1.	Diagrama de vectores de retardo .....	86
4.1.2.	Diagrama de retornos cercanos .....	89
4.1.3.	La elección del desfase.....	92
4.2.	Estimación de la dimensión de inmersión .....	92
4.2.1.	Método de estimación a partir de la reconstrucción del atractor .....	92
4.2.2.	Ejemplo con un mapa caótico .....	94
4.2.3.	Resultados preliminares a partir de series de D, I, F.....	96
4.2.4.	Refinamiento del método y resultados a partir de series de $g_1^0$ .....	99
4.3.	Discusión .....	102
5.	Modelos brownianos para describir las inversiones de polaridad.....	105
5.1.	Las inversiones como resultado de fluctuaciones aleatorias.....	105
5.2.	Modelo de 1 partícula .....	106
5.2.1.	Descripción del modelo.....	107
5.2.2.	Análisis del modelo .....	110
5.3.	Modelo de 2 partículas.....	114
5.3.1.	Análisis del modelo .....	116
5.4.	Interpretación física .....	129
	Conclusiones .....	133
	Perspectivas de futuro .....	137
	Conclusions .....	139
	Future work.....	143
	Publicaciones relacionadas .....	145
	Apéndices .....	147
	Referencias.....	209

# Lista de siglas y símbolos

CMB	Límite Manto-Núcleo (Core-Mantle Boundary)
CMT	Campo Magnético Terrestre
DM	Momento Dipolar (Dipole Moment)
ADM	Momento Dipolar Axial (Axial Dipole Moment)
VADM	Momento Dipolar Axial Virtual (Virtual Axial Dipole Moment)
SV	Variación Secular (Secular Variation)
PSV	Variación Paleosecular (Palaeosecular Variation)
PSVC	Curva de Variación Paleosecular (Palaeosecular Variation Curve)
TRM	Imanación Termorremanente (Thermoremanent Magnetization)
CRM	Imanación Remanente Química (Chemical Remanent Magnetization)
VRM	Imanación Remanente Viscosa (Viscous Remanent Magnetization)
IRM	Imanación Remanente Isoterma (Isothermar Remanent Magnetization)
DRM	Imanación Remanente Deposicional (Depositional Remanent Magnetization)
AMS	Anisotropía de la Susceptibilidad Magnética (Anisotropy of Magnetic Susceptibility)
ATRM	Anisotropía de la Imanación Termorremanente (Anisotropy of Thermoremanent Magnetization)
AARM	Anisotropía de la Imanación Remanente Anhisterética (Anisotropy of Anhysteretic Remanent Magnetization)
NRM	Imanación Remanente Natural (Natural Remanent Magnetization)
pTRM	Imanación Termorremanente Parcial (Partial Thermoremanent Magnetization)

X	Componente magnética norte
Y	Componente magnética este
Z	Componente magnética vertical (hacia abajo)
D	Declinación magnética
I	Inclinación magnética
F	Intensidad magnética
E	Campo eléctrico
$\rho_q$	Densidad de carga eléctrica
<b>B</b>	Inducción magnética
<b>J</b>	Densidad de corriente
$\mu_0$	Permeabilidad magnética del vacío
$\epsilon_0$	Permitividad eléctrica del vacío
V	Potencial magnético ( $\mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{V}$ )
r	Distancia radial al centro de la Tierra
$\theta$	Colatitud
$\lambda$	Longitud
$\varphi$	Latitud
a	Radio medio de la Tierra
$P_n^m$	Funciones asociadas de Legendre (con normalización de Schmidt)
$g_n^m$	Coeficientes g de Gauss
$h_n^m$	Coeficientes h de Gauss
n	Grado
m	Orden



$\mathbf{m}$	Momento dipolar magnético
$M$	Imanación
$\chi_m$	Susceptibilidad magnética
$H$	Intensidad de campo magnético
$M_r$	Imanación remanente
$t$	Tiempo
$\tau$	Tiempo de relajación
$C$	Factor de frecuencia
$V$	Volumen
$H_c$	Campo coercitivo
$M_s$	Imanación de saturación
$k$	Constante de Boltzman
$T$	Temperatura
$T_C$	Temperatura de Curie (o de Néel)
$T_b$	Temperatura de bloqueo
$V_b$	Volumen de bloqueo
$H_s$	Campo de saturación
$M_{rs}$	Imanación remanente tras la saturación
$H_{cs}$	Campo coercitivo tras la saturación
$H_{cr}$	Campo coercitivo de la remanencia
$TRM_{T_a}^{T_b}$	Imanación termorremanente parcial adquirida entre las temperaturas $T_a$ y $T_b$
$\kappa$	Parámetro de precisión
$k$	Parámetro de precisión (estimador muestral)
$R$	Resultante (suma de los vectores unitarios direccionales)
$\alpha_{95}$	Límite de la dirección media al 95% de confianza
$\chi_{TRM}$	Tensor de anisotropía de la TRM
$\lambda_k$	Coficiente de Lyapunov en la dimensión $k$

# Resumen

La existencia de un campo magnético de origen interno es una de las características más importantes de nuestro planeta que lo diferencia de sus vecinos y que ha condicionado tanto la evolución de la Tierra como el desarrollo de la vida. Sin embargo, aún no entendemos muchos aspectos de su comportamiento. En parte, esto se debe a que se origina en el núcleo externo, muy lejos de nuestro alcance, lo que impide obtener medidas directas del sistema que lo genera. Por tanto, nuestra mejor opción para comprender la dinámica del campo magnético terrestre (CMT) y conocer su posible evolución en el futuro pasa por estudiar cómo se ha comportado en el pasado.

Los estudios paleomagnéticos permiten obtener información sobre el CMT en otros momentos de su historia a partir de la medición de la imanación remanente de minerales ferromagnéticos y la relación que existe entre ésta y el campo que la generó. A partir de estos datos se pueden desarrollar curvas de variación paleosecular (PSVC) que representan la evolución del campo en un cierto punto y modelos paleomagnéticos que describen su forma a lo largo del tiempo a escala global o regional. Sin embargo, aún existen numerosas lagunas de datos en ciertas zonas y periodos. Además, hay que tener en cuenta que estos datos experimentales llevan asociadas ciertas incertidumbres que es necesario conocer para interpretar correctamente los resultados obtenidos a partir de ellos.

Por otro lado, el estudio del CMT se puede abordar a través de modelos numéricos que simulan su comportamiento. Los modelos magnetohidrodinámicos son muy complejos y conllevan un gran coste computacional, por lo que no permiten estudiar fácilmente procesos cuya escala temporal es muy grande, ya que se necesitarían simulaciones demasiado largas. Esto justifica la utilización de modelos simplificados que sean capaces de reproducir de modo aproximado algunas de las características de interés. Cabe entonces cuestionarse hasta dónde es posible simplificar los modelos y qué mecanismos concretos deben incluir para que simulen correctamente el comportamiento del CMT.

La presente tesis plantea el análisis de las fluctuaciones del campo magnético terrestre en diferentes escalas desde una perspectiva tanto experimental como teórica. Para ello se han establecido los siguientes objetivos:

- 1 – Actualización de la base de datos arqueomagnética de Iberia para los 3000 últimos años buscando aportar nueva información en los periodos con escasez de datos.
- 2 – Construcción de una curva de variación paleosecular del vector completo de los últimos 3 milenios para Iberia que describa las fluctuaciones de la declinación, la inclinación y la intensidad del campo en esta región.
- 3 – Análisis del efecto en Iberia de la LIAA o Anomalía de la Edad del Hierro del Levante (la fluctuación más importante en Europa de los últimos 3000 años) y su evolución a través de Europa y Oriente Próximo.
- 4 – Evaluación del grado de complejidad dinámica del campo magnético terrestre a través del análisis de series temporales.
- 5 – Desarrollo de un modelo sencillo que reproduzca los rasgos generales de las fluctuaciones del campo magnético terrestre en escalas largas.

6 – Establecer relaciones entre las características del comportamiento del modelo desarrollado y los mecanismos que las producen.

A continuación se describen los principales resultados y conclusiones obtenidas.

El estudio arqueomagnético de 28 estructuras de combustión procedentes de 8 yacimientos de España y Portugal, ha permitido incorporar a la base de datos de Iberia un total de 10 nuevas direcciones y 26 nuevas paleointensidades, que cubren parcialmente las lagunas de datos existentes en la región para los 3 últimos milenios. A partir de la base de datos actualizada se ha generado una PSVC del vector completo de Iberia para los últimos 3000 años. Direccionalmente la curva es consistente con modelos regionales y otras curvas de regiones cercanas. En cuanto a la paleointensidad, la nueva PSVC muestra un importante máximo entre el 800 a.C. y el 400 a.C. alcanzando valores de 85  $\mu\text{T}$ , las intensidades más elevadas registradas en Iberia en los últimos 3 milenios. Un estudio posterior de otros 6 yacimientos sugieren que este máximo podría consistir realmente en dos máximos distintos, lo que representaría unas variaciones de intensidad extremadamente rápidas. A partir de la nueva PSVC de Iberia y de otras generadas a lo largo de Europa y Oriente Próximo y se ha observado que estas altas intensidades observadas en Iberia parecen deberse a la migración hacia el oeste de la LIAA a través del Mediterráneo.

La complejidad dinámica del CMT se ha evaluado a partir de series temporales en base al teorema de Takens. Se ha modificado la metodología propuesta por Cao (1997) para evitar la problemática de la elección del desfase y obtener así resultados más robustos. La comparación entre las estimaciones obtenidas de varios modelos en diferentes periodos pone de manifiesto que en este tipo de análisis la elección del modelo es fundamental, pues la complejidad es subestimada en series suavizadas, como las procedentes de modelos que incluyen sedimentos o de periodos donde el modelo es menos preciso. Se concluye que la dimensión de inmersión (o complejidad) del CMT debe ser 5 o encontrarse muy próxima a este valor.

Por último, se ha desarrollado un modelo capaz de reproducir las características de las fluctuaciones del momento dipolar axial asociadas a la variación secular, las excursiones y las inversiones de polaridad. El modelo se basa en el movimiento de dos partículas brownianas en un potencial que interactúan entre ellas. Tras analizar la influencia de los diferentes parámetros del modelo se ha podido establecer que la existencia de una diferencia de temperatura entre ambas partículas permite obtener patrones asimétricos temporalmente, como la disminución lenta y la recuperación rápida del momento dipolar que se ha observado en el registro paleomagnético durante las inversiones. La existencia de un desequilibrio térmico es una característica general que podría incluirse en otros modelos simplificados si se desea obtener esta asimetría temporal.

# Abstract

The existence of a magnetic field of internal origin is one of the most important features of our planet which makes it different from its neighbours and which has determined the evolution of the Earth as well as the development of life. Nevertheless, we still do not understand many aspects of its behaviour. This is partially due to its origin being in the outer core, far beyond our reach, preventing us to obtain direct measurements from the system that generates it. Therefore, our best option to understand the dynamics of the Earth's magnetic field (EMF) and to know its possible evolution in the future includes the study of its behaviour in the past.

Palaeomagnetic studies let us obtain information about the EMF in other moments of its history from the measurement of the remanent magnetization of ferromagnetic minerals and the relation with this magnetization and the past field that generated it. Based on these data, palaeosecular variation curves (PSVC), that represent the evolution of the field in a certain point, and palaeomagnetic models, describing its shape along a period of time at global or regional scales, can be developed. Nevertheless, there are still many gaps with no data in some regions and periods. Furthermore, the uncertainties associated to experimental data must be taken into account to correctly interpret the results derived from them.

On the other hand, the study of the EMF can be approached using numerical models that simulates its behaviour. Magnetohydrodynamic models are really complex leading to high computational costs, which makes the study of long-period processes quite difficult. This justifies the use of alternative simplified models that are capable of reproducing approximately some features of interest. At this point, one should question to what extent can the models be simplified and what mechanisms must be included to correctly simulate the EMF behaviour.

The current thesis considers the analysis of EMF fluctuations at different scales from both experimental and theoretical perspectives. To that end the following objectives have been proposed:

- 1 – Update of the Iberian archaeomagnetic database for the last 3000 years, providing new information to the periods where data are still lacking.
- 2 – Construction of a full-vector palaeosecular variation curve for the last 3 millennia in Iberia describing the fluctuations in declination, inclination and intensity in the region.
- 3 – Analysis of the effects of the LIAA, (Levantine Iron Age Anomaly, the most important fluctuation in Europe in the last 3000 years) in Iberia and its evolution through Europe and the Middle East.
- 4 – Evaluation of the dynamical complexity of the EMF through the analysis of time series.
- 5 – Development of a simple model capable of reproducing the main features of the EMF fluctuations at long scales.
- 6 – Identification of relations between the behaviour of the developed model and the responsible mechanisms.

The main results and conclusions are explained below.

The archaeomagnetic study of 28 combustion structures coming from 8 Spanish and Portugal archaeological sites has led to obtention of 10 new directions and 26 new intensity data that partially cover the Iberian database gaps for last 3 millennia. Based on the updated database, a full-vector PSVC has been generated for this region and period. Directionally, the curve is consistent with regional models and other curves from near regions. Regarding palaeointensity, the new PSVC shows an imponent maximum between 800 BC and 400 BC, reaching values up to 85  $\mu\text{T}$ , the higher intensities recorded in the last 3 millennia in Iberia. A later study of another 6 archaeological sites suggests that this maximum may be, in fact, a double maxima. This would imply extremely fast intensity variations. On the basis of the Iberian PSVC and other curves generated along Europe and Middle East, it has been observed that the high intensities in Iberia seems to be due to the westward migration of the LIAA across the Mediterranean.

The dynamical complexity of the EMF has been assessed through the analysis of time series based on the Takens' theorem. The methodology proposed by Cao (1997) has been modified to avoid the problems related to the delay selection in order to get more robust results. The comparison between the estimations from different models and periods highlights the importance of the model selection, since the complexity is underestimated in smoothed series, such as the ones coming from models including sediments and the periods for which the models are less accurate. The embedding dimension (or complexity) of the EMF has been estimated to be 5 or very close to this value.

Finally, a simple model for the axial dipole moment of the EMF has been developed. It reproduces the main features of the axial dipole moment fluctuations associated with the secular variation, the magnetic excursions and polarity reversals. The model is based on two Brownian particles interacting with each other and moving in a potential. After analysing the influence of different model parameters, it has been established that the existence of a temperature difference between both particles led to temporal asymmetric patterns, as the slow decay followed by a fast grow of the dipolar moment during a reversal. The existence of a thermal imbalance is a general feature that could be included in other simplified models to get this kind of temporal asymmetry.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación y objetivos

El campo magnético terrestre (CMT) es un importante elemento del sistema Tierra. A pesar de que se genera principalmente en una profunda región planeta, como es el núcleo externo, su influencia abarca todo su volumen y parte del espacio que lo rodea. Su conocimiento se ha utilizado desde tiempos antiguos para orientarse mediante el empleo de la brújula, pero su importancia va más allá de esta aplicación práctica. Por un lado, el CMT juega un papel fundamental en la existencia de la vida en la Tierra ya que es capaz de desviar la mayor parte de las partículas cargadas procedentes del sol evitando así que la atmósfera sea poco a poco barrida por este viento solar. Por otro, la llegada de este tipo de partículas produce tormentas geomagnéticas que alteran el campo externo de la Tierra y pueden provocar serios problemas en los satélites artificiales e incluso en otras infraestructuras terrestres. Esta situación se agravaría si la intensidad del campo magnético continuara decreciendo como ha venido ocurriendo en los últimos milenios.

Para comprender la dinámica del CMT y saber su posible evolución en el futuro es necesario estudiar cómo se ha comportado en el pasado. Las medidas directas del campo magnético no abarcan más que unos pocos cientos de años, un periodo demasiado corto frente a la escala temporal de sus variaciones más importantes como la variación secular y las inversiones de polaridad. El estudio del campo magnético en épocas anteriores se lleva a cabo a través del análisis de la imanación remanente de los minerales ferromagnéticos presentes en rocas y artefactos arqueológicos. A través de técnicas específicas del paleomagnetismo se pueden determinar la dirección y la intensidad de esta imanación y relacionarlas con el campo magnético que las provocó en el pasado.

Sin embargo, los estudios paleomagnéticos están sujetos a diversas fuentes de error que es esencial conocer y tener en cuenta para la correcta interpretación de los resultados que se deriven de su análisis. Además, la distribución espacio-temporal de los datos es muy heterogénea, por lo que existen importantes lagunas de datos para ciertas regiones y periodos. En concreto, la zona de la península ibérica exhibe una marcada escasez de datos entre los siglos V y IX d.C. y en la época anterior al siglo V a.C. Así pues, el primer objetivo de esta tesis consistirá en la **actualización de la base de datos arqueomagnética de Iberia** aportando nuevos datos de las edades correspondientes a estas épocas en las que falta información. Muy relacionado con el anterior, el segundo objetivo será la descripción de la evolución del CMT en esta región a través de la **construcción de una curva de variación paleosecular del vector completo de los últimos 3 milenios en Iberia** que incorpore los nuevos datos.

A una escala mayor, resulta interesante conocer el comportamiento del CMT en toda la región mediterránea y analizar cómo ciertas características del campo pueden trasladarse de unas zonas a otras. Una de las características que más atención ha atraído en los últimos años ha sido la anomalía de la Edad del Hierro del Levante (o LIAA por sus siglas en inglés) (Shaar et al., 2016,

2017) que está relacionada con altos valores de intensidad asociados a una rápida variación secular, lo que se conoce como un *spike geomagnético* (Ben-Yosef et al., 2009), en la zona del levante mediterráneo hacia el siglo X a.C. Según Davies y Constable (2017) este spike habría migrado posteriormente hacia el noroeste, aunque Korte & Constable (2018) han sugerido que los spikes crecen y decaen *in situ*; es una cuestión que se encuentra en debate. Aprovechando la nueva curva para Iberia, establecemos el tercer objetivo como **el análisis del efecto de la LIAA en Iberia y su evolución a través de Europa y Oriente Próximo**. Por su situación, como el territorio más occidental del mediterráneo, la península ibérica constituye una región de interés para establecer el límite oeste de la extensión de la anomalía.

Las características de la forma y la evolución del CMT en el pasado constituyen una importante fuente de información para el estudio de la dinámica del sistema terrestre y, en concreto, de la geodinamo. Hay que tener en cuenta que los modelos magnetohidrodinámicos que se construyen deben ser evaluados contrastando sus resultados con las observaciones y que podrán considerarse más realistas cuanto mejor sean capaces de reproducirlas. Por otro lado, la dinámica de los modelos numéricos es altamente compleja y una de sus principales limitaciones reside en su alto coste computacional, que hace inviable la obtención de simulaciones suficientemente largas para ciertas aplicaciones, especialmente cuando el objetivo es el estudio los procesos de más largo periodo, como pueden ser las inversiones de polaridad. Esto lleva a plantearse si existen alternativas para simplificar estos modelos sin perder las relaciones esenciales del sistema y hasta qué punto es posible reducir su complejidad manteniendo las principales características de las observaciones. En relación a estas preguntas, el cuarto objetivo será **evaluar la complejidad del CMT como sistema dinámico**, esto es, cuántas variables y ecuaciones requiere un modelo para poder simular el comportamiento observado.

Por último, además de conocer el grado de complejidad, resultaría interesante conocer qué mecanismos fundamentales son necesarios en un modelo para que éste sea capaz de reproducir ciertas características. Para ello se propone un quinto objetivo: **elaborar un modelo sencillo que reproduzca los rasgos generales de la evolución del campo magnético terrestre**. A partir del modelo se podrán estudiar posibles variantes y diferentes valores de sus parámetros para comprender mejor su funcionamiento, de forma que estableceremos como sexto objetivo: **establecer relaciones entre las características del comportamiento del modelo y los mecanismos que las producen**.

## **1.2. Campo magnético de la Tierra**

### **1.2.1. Fuentes del campo magnético**

El campo magnético terrestre (CMT) tiene su origen fundamentalmente en el núcleo externo de la Tierra. Se trata de una capa comprendida aproximadamente entre los 2900 km y los 5100 km de profundidad compuesta principalmente por hierro y níquel en estado fluido. Las diferencias de temperatura entre sus límites inferior y superior, así como la liberación de calor latente por la solidificación de material en la superficie del núcleo interno, generan corrientes de convección. Junto con la rotación de la Tierra y la alta conductividad del material, que ralentiza la difusión magnética, el fluido del núcleo externo se organiza formando columnas paralelas al eje de

rotación de la Tierra en las que se mueve en espiral. Estos movimientos generan corrientes eléctricas que producen un campo magnético que, a su vez, induce nuevas corrientes eléctricas. Este proceso por el cual el campo magnético terrestre es capaz de mantenerse se conoce como geodinamo y el campo interno que genera se denomina campo principal.

Por debajo del núcleo externo se encuentra el núcleo interno, compuesto de hierro sólido. Aunque al no ser fluido no contiene corrientes de convección que puedan generar campo magnético, se ha propuesto que juega un papel estabilizador de la polaridad en la geodinamo (Hollerback & Jones, 1993, 1995). Por encima del núcleo se encuentra el manto. Mientras que en la corteza las corrientes convectivas del manto se manifiestan ocasionando la conocida tectónica de placas, en el CMB (del inglés Core-Mantle Boundary; límite manto-núcleo) se cree que impone un patrón de temperaturas que influiría en la estructura e intensidad de la convección del núcleo externo y, por tanto, en las características del campo geomagnético principal (Glatzmaier et al., 1999).

Aparte del campo principal, existen campos magnéticos procedentes de otras fuentes, como las imanes locales de la corteza terrestre por encima de la isoterma de Curie, los campos asociados a las tormentas geomagnéticas, producidos por la interacción del viento solar con el CMT en la magnetosfera y la ionosfera, la variación diurna del campo externo o los campos inducidos en la corteza y el manto. Sin embargo, se trata de campos mucho más débiles, que no alcanzan el 1 % de la intensidad del campo principal. La contribución de estos campos queda, por tanto, por debajo de la resolución de los estudios paleomagnéticos.

### **1.2.2. Variaciones del campo magnético terrestre**

El CMT no es estático, sino que varía con el tiempo en diferentes escalas que van desde los milisegundos hasta las decenas de millones de años. Las variaciones asociadas a los periodos más cortos están asociadas a causas de origen externo (corrientes en la ionosfera y la magnetosfera, tormentas geomagnéticas). Como ya se ha mencionado, los campos asociados a estas fuentes son bastante más débiles que el campo principal. Con la excepción del ciclo solar, de 11 años, los periodos por encima de un año suelen estar asociados al campo principal, ya que las variaciones de origen interno que tuviesen periodos más cortos serían atenuadas en el manto inferior debido a su cierto grado de conductividad y no alcanzarían la superficie terrestre (ver p. ej., Merrill et al., 1996). Los periodos mayores pertenecen a la llamada variación secular (*SV, secular variation*).

Mención aparte merecen las inversiones de polaridad, que son las mayores variaciones que puede sufrir el campo geomagnético. Durante una inversión, el campo dipolar disminuye hasta casi desaparecer, con lo que los términos no dipolares se imponen, y el campo pierde su geometría habitual. Después, el dipolo vuelve a recuperarse rápidamente (Valet et al., 2005), pero orientado en el sentido opuesto. La duración de este proceso se estima entre 1000 y 10000 años. Los periodos de polaridad constante entre dos inversiones se denominan crones de polaridad normal (igual a la actual) o invertida (opuesta a la actual). La última inversión se produjo hace 780000 años, poniendo fin al cron Matsuyama de polaridad invertida y dando comienzo al actual cron de polaridad normal, el Brunhes.

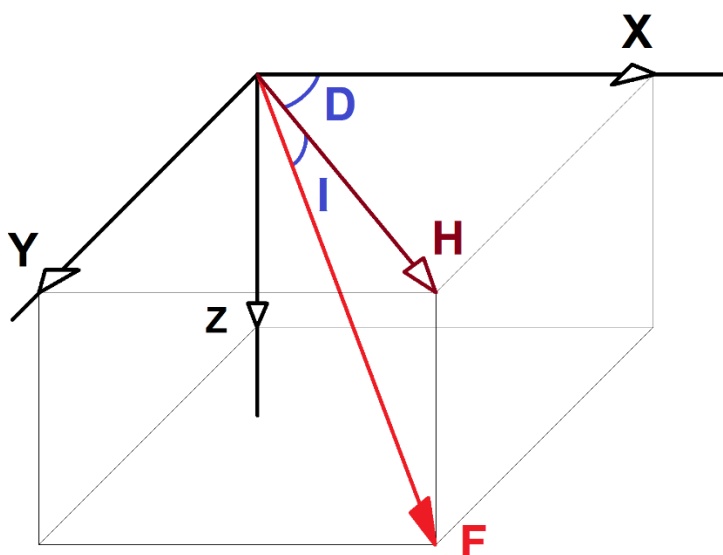


Aparte, el CMT puede sufrir las llamadas excursiones geomagnéticas, en las que el campo dipolar disminuye, el eje del dipolo se inclina, incluso sobrepasando el ecuador, pero finalmente el campo vuelve a su polaridad original y recupera su intensidad. Podría describirse como una inversión abortada, aunque aún se desconoce si las excursiones y las inversiones son dos resultados posibles de un mismo proceso o si realmente proceden de situaciones físicamente diferentes.

Ni las inversiones ni las excursiones ocurren de forma cíclica, sino que se distribuyen irregularmente en el tiempo. En los últimos millones de años la frecuencia media de inversiones ha sido de unas 4 cada millón de años, aunque esto también ha variado ampliamente a lo largo de la historia de la Tierra, existiendo momentos con una alta frecuencia de inversiones, así como supercrones que abarcan periodos de varias decenas de millones de años con polaridad constante. Se ha propuesto que estos cambios podrían estar asociados a variaciones en la distribución de flujos de calor en el CMB (ver, por ejemplo, Courtillot & Besse, 1987).

### 1.2.3. Descripción espacial del CMT

El campo magnético, en tanto que es una magnitud vectorial, requiere de tres componentes para su descripción inequívoca. Para ello existen dos posibilidades. La primera es utilizar un sistema cartesiano, siendo las componentes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  las correspondientes a las direcciones norte, este y nadir (vertical hacia abajo) respectivamente. La segunda opción es describir el campo magnético a partir de su intensidad ( $F$ ) y su dirección, indicada mediante dos ángulos: la declinación magnética ( $D$ ) o ángulo desde el norte geográfico hasta la proyección horizontal (positiva hacia el este) y la inclinación magnética ( $I$ ) o ángulo desde la horizontal hasta la dirección del campo (positiva hacia abajo). Estas tres magnitudes ( $D$ ,  $I$ ,  $F$ ) se denominan elementos magnéticos.



**Figura 1.1.** Relación entre las componentes cartesianas del campo magnético ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) y los elementos magnéticos  $D$  (declinación),  $I$  (inclinación) y  $F$  (intensidad). El vector en rojo  $F$  representa el campo magnético y  $H$  es su proyección sobre el plano horizontal.

La relación entre ambos sistemas es la siguiente:

$$X = F \cdot \cos I \cdot \cos D \quad [1.1]$$

$$Y = F \cdot \cos I \cdot \sin D \quad [1.2]$$

$$Z = F \cdot \sin I \quad [1.3]$$

O inversamente:

$$D = \text{atan}\left(\frac{Y}{X}\right) \quad [1.4]$$

$$I = \text{atan}\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \quad [1.5]$$

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad [1.6]$$

Estos tres elementos permiten definir el campo magnético en un punto del espacio.

En la superficie de la Tierra, el campo magnético tiene una geometría mayoritariamente dipolar, es decir, se asemeja a la de un dipolo situado en el centro del planeta. Su eje se encuentra ligeramente desviado del eje de rotación de la Tierra y su polo norte magnético está orientado hacia el sur geográfico y viceversa. Esto describe aproximadamente el 90 % del campo, mientras que el otro 10 %, el denominado campo no dipolar, presenta una geometría mucho más compleja.

Para describir espacialmente el campo magnético, partiremos de las ecuaciones de Maxwell, que establecen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_Q}{\varepsilon_0} \quad [1.7]$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad [1.8]$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad [1.9]$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad [1.10]$$

Donde  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico,  $\rho_Q$  es la densidad de carga eléctrica,  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  es la permitividad eléctrica del vacío,  $\mathbf{B}$  es la inducción magnética,  $\mathbf{J}$  es la densidad de corriente eléctrica y  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$  es la permeabilidad magnética del vacío.

En una región libre de fuentes de campo magnético, como se puede considerar la región comprendida entre el CMB y la ionosfera, la ecuación 1.10 queda

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad [1.11]$$

Por lo que  $\mathbf{B}$  puede expresarse como la divergencia de un potencial escalar

$$\mathbf{B} = -\nabla \cdot V \quad [1.12]$$

Y, sustituyendo en la ecuación 1.8, se obtiene la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \quad [1.13]$$

La geometría terrestre sugiere emplear las coordenadas esféricas para resolver la ecuación. Después se deben imponer ciertas condiciones de contorno y considerar únicamente las fuentes del campo principal. En esas coordenadas, las soluciones de la ecuación de Laplace adquieren la forma (el desarrollo en detalle se puede encontrar, por ejemplo, en Merrill et al., 1996):

$$V(r, \theta, \lambda) = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos(\theta)) [g_n^m \cos(m\lambda) + h_n^m \sin(m\lambda)] \quad [1.14]$$

donde  $r$ ,  $\theta$  y  $\lambda$  son las coordenadas geográficas del punto (distancia radial al centro de la Tierra, colatitud y longitud respectivamente),  $a$  es el radio de la Tierra,  $P_n^m$  son las funciones asociadas de Legendre (empleando la normalización de Schmidt) para grado  $n$  y orden  $m$  y  $g_n^m$  y  $h_n^m$  son los coeficientes de Gauss. Este tipo de descomposición se denomina desarrollo del potencial en armónicos esféricos (de superficie), que son la combinación de los  $P_n^m$  (dependencia latitudinal) con las funciones trigonométricas longitudinales y los coeficientes de Gauss.

Si consideramos sólo el primer grado del desarrollo ( $n = 1$ ), obtenemos

$$V_{n=1}(r, \theta, \lambda) = \frac{a^3}{r^2} [g_1^0 \cos \theta + g_1^1 \sin \theta \cos \lambda + h_1^1 \sin \theta \sin \lambda] \quad [1.15]$$

Por otro lado, el potencial asociado a un dipolo con momento magnético  $\mathbf{m} = (m_x, m_y, m_z)$  es

$$V_{dipolo} = \frac{\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot [m_x \sin \theta \sin \lambda + m_y \sin \theta \cos \lambda + m_z \cos \theta] \quad [1.16]$$

Comparando ambas ecuaciones, queda claro que la ecuación 1.15 representa la parte dipolar del CMT y que las componentes del momento dipolar terrestre se pueden relacionar con los primeros coeficientes de Gauss según:

$$m_x = \frac{4\pi a^3}{\mu_0} h_1^1; \quad m_y = \frac{4\pi a^3}{\mu_0} g_1^1; \quad m_z = \frac{4\pi a^3}{\mu_0} g_1^0; \quad [1.17]$$

Por lo que el momento dipolar total (DM, *dipolar moment*) será:

$$DM = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2} = \frac{4\pi a^3}{\mu_0} \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2} \quad [1.18]$$

Si consideramos sólo el primer coeficiente del desarrollo ( $n = 1, m = 0$ ), obtenemos el dipolo geocéntrico axial. En esta primera aproximación el potencial será

$$V(r, \theta) = \frac{a^3}{r^2} \cos \theta g_1^0 \quad [1.19]$$

Y el campo puede calcularse derivando (según la ecuación 1.12)

$$X = -B_\theta = + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = - \frac{a^3}{r^3} \sin \theta g_1^0 \quad [1.20]$$

$$Y = B_\lambda = - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \quad [1.21]$$

$$Z = -B_r = + \frac{\partial V}{\partial r} = -2 \frac{a^3}{r^3} \cos \theta g_1^0 \quad [1.22]$$

Sustituyendo en la ecuación 1.6:

$$F = \frac{a^3}{r^3} g_1^0 \sqrt{\sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta} = \frac{a^3}{r^3} g_1^0 \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \quad [1.23]$$

Para un punto en la superficie de la Tierra ( $r = a$ ) y utilizando la relación  $\cos(\theta) = \sin(90 - \theta)$  se obtiene la expresión para la intensidad en función de la latitud ( $\varphi$ ):

$$F = g_1^0 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi} \quad [1.24]$$

Y teniendo en cuenta la ecuación 1.17, la componente z o axial del momento dipolar (ADM, *axial dipole moment*) se relaciona con la intensidad en un punto de la superficie terrestre según:

$$ADM = m_z = \frac{4\pi a^3 F}{\mu_0} [1 + 3 \sin^2 \varphi]^{-\frac{1}{2}} \quad [1.25]$$

Esta expresión permite calcular el momento dipolar que produciría una intensidad igual a la medida si el campo fuera dipolar axial, por lo que, en ese caso, se denominaría momento dipolar axial virtual (VADM, *virtual axial dipole moment*).

Como se ha mostrado, el primer grado del desarrollo en armónicos esféricos ( $n=1$ ) representa el campo dipolar y los términos sucesivos constituyen el campo cuadrupolar ( $n=2$ ), octupolar ( $n=3$ ), etc. Conjuntamente, los términos a partir de  $n=2$  se denominan campo no dipolar.

A pesar de su conveniencia para describir el campo magnético terrestre, el desarrollo en armónicos esféricos no deja de ser una descripción matemática que no tiene por qué estar relacionada con las causas físicas de este campo magnético. Por ello se han propuesto métodos alternativos para describir el campo a partir de distribuciones de dipolos (p. ej., McNish, 1940; Alldredge & Hurwitz, 1964) o corrientes eléctricas (p. ej., Peddie, 1979). Sin embargo, estos modelos no proporcionan representaciones satisfactorias de las fuentes físicas. Es por esta razón, junto a las propiedades matemáticas de los armónicos esféricos, que siguen siendo estos últimos el método utilizado generalmente para expresar la forma del campo magnético de la Tierra.

#### 1.2.4. La geodinamo

Que la principal fuente del campo magnético que observamos en la superficie terrestre se encuentra unos 3000 km por debajo de ésta no es una conclusión obvia. Gilbert (1600) fue el primero en establecer que el campo magnético que orientaba las brújulas procedía del interior de la Tierra, observando que una esfera imanada uniformemente reproducía aproximadamente las mismas direcciones observadas en la superficie terrestre. Posteriormente, se observó que el campo magnético no era estático y que existía una deriva hacia el oeste de algunas de sus características. Este hecho fue interpretado por Halley (1683, 1692), quien imaginó que el campo procedía de una región interna del planeta que rotaba a menor velocidad que la corteza exterior, lo que hacía que, en la superficie, el campo magnético se fuese desplazando lentamente hacia el oeste. Sin embargo, la existencia de un núcleo sólido imanado no parecía posible teniendo en cuenta que los materiales terrestres alcanzan su temperatura de Curie a pocas decenas de kilómetros de la superficie, por lo que este núcleo se encontraría en estado paramagnético, sin capacidad para mantener una imanación. La otra fuente posible de campo magnético era la existencia de corrientes eléctricas que, de alguna forma, se mantenían en circulación. Zollner

(1871) incorporó en su modelo para explicar la variación secular corrientes inducidas en un núcleo líquido, así como la existencia de interacción entre el núcleo y el manto, aunque estas ideas parece que quedaron olvidadas durante casi un siglo.

El estado fluido del núcleo (externo) no se estableció hasta principios del siglo XX, cuando Jeffreys (1926) demostró que las velocidades de las ondas sísmicas que se habían calculado y las observaciones de las mareas y el movimiento de Chandler cuadraban con la existencia de un núcleo fluido. Aunque inicialmente aplicada al Sol, Larmor (1919) ya había propuesto que podían existir dinamos autoinducidas en el caso de un fluido conductor en circulación en presencia de un campo magnético.

Hubo que esperar hasta mediados del siglo XX para que se desarrollara una teoría magnetohidrodinámica para el campo principal gracias a los trabajos de Elsasser y Bullard entre otros (Elsasser, 1946, 1950; Bullard et al., 1950; Bullard & Gellman, 1954), proporcionando algunos resultados y conceptos clave en el posterior desarrollo del geomagnetismo, como la obtención de la ecuación de inducción magnética para un flujo incompresible o el estudio del campo magnético a través de sus componentes poloidal y toroidal.

Poco después, Parker (1955) propuso un modelo en el que el campo poloidal se inducía gracias a la interacción de la turbulencia a pequeña escala con el campo toroidal. Este nuevo punto de vista llevó al desarrollo de la electrodinámica de campo medio, basada en la descripción de las propiedades estadísticas de la inducción a gran escala producida por los complejos flujos a pequeña escala. Roberts (1972) exploró el comportamiento de modelos de dinamo con diferentes combinaciones de flujos y valores del parámetro  $\alpha$ , que relaciona el campo eléctrico inducido por los flujos de pequeña escala con el campo magnético a gran escala. De esta manera establece diferentes tipos de dinamos en función de los procesos principales que producen la inducción. Por ejemplo, las dinamos  $\alpha^2$  se mantienen gracias a la inducción de la microescala, mientras que las dinamos  $\alpha\omega$  combinan este proceso (que induce el campo poloidal a partir del toroidal) con un flujo toroidal que produce campo toroidal a partir del poloidal.

A pesar de estos avances, había un elemento cuyos efectos todavía no se comprendían bien debido en gran medida a su carácter no lineal, que dificultaba su análisis: la fuerza de Lorentz, que debía actuar sobre el fluido y modificar su flujo. Esto permitiría un intercambio entre la energía cinética del flujo y la energía magnética del campo. Su efecto sería importante en las dinamos denominadas “fuertes”, como se cree que es el caso terrestre, mientras que en las dinamos “débiles” jugaría un papel secundario. Estas cuestiones pudieron comenzar a estudiarse con el desarrollo de los primeros modelos numéricos magnetohidrodinámicos en 3D, aplicados a la geodinamo por Glatzmaier y Roberts (1995) y por Kageyama y Sato (1995). Estos modelos estaban impulsados exclusivamente por la convección térmica, aunque poco después se incluyeron también en la flotabilidad los efectos de los cambios de composición (Glatzmaier et al., 1999), asociados al crecimiento del núcleo interno y que podrían ser incluso más importantes que la contribución térmica (al menos en la actualidad). Los patrones de convección venían marcados de forma importante por las temperaturas del manto en el CMB y su distribución. Algunas de las simulaciones demostraban la existencia de dinamos autoinducidas con un marcado carácter dipolar y capaces de invertirse debido a su variabilidad interna sin una periodicidad regular. La frecuencia de las inversiones dependía también de la interacción térmica entre el manto y el núcleo externo, por lo que los cambios en esta frecuencia (así como los largos superciclos) se asocian a diferentes condiciones térmicas del CMB. La existencia de caminos preferentes seguidos por el eje del dipolo durante las inversiones de polaridad refuerza la idea de la interacción entre el manto inferior y el núcleo.

De esta forma, la geodinamo que origina el campo magnético terrestre, funciona fundamentalmente a partir de la energía de la convección, basada en el patrón de temperaturas del CMB y en la cristalización de material del núcleo externo sobre la superficie del núcleo interno, aunque, adicionalmente, podrían existir otros mecanismos que aportasen energía a la geodinamo, como las fuerzas de marea sobre el núcleo o la precesión del eje de rotación terrestre (Malkus, 1968; Tilgner, 2005). La estructura de la convección en el núcleo externo se ve influida por la fuerza de Coriolis, debida a la rotación de la Tierra. En dinamos de rápida rotación, como se puede considerar el caso terrestre, hace que la vorticidad del fluido tienda a alinearse localmente con el eje de rotación (Taylor, 1923). El resultado es el establecimiento de un patrón de convección en columnas, dentro de las cuales el fluido se mueve en forma de hélice. Esta estructura permite la inducción de campo poloidal a partir del toroidal mediante el efecto  $\alpha$  antes comentado. Por otro lado, en estas columnas de convección el promedio de la fuerza de Lorentz sería nulo (Taylor, 1963) y cualquier desviación de este estado generaría oscilaciones torsionales en la columna, con periodos característicos entre años y décadas (Buffett & Mound, 2005), por lo que se ha sugerido que las oscilaciones torsionales podrían ser las responsables de las variaciones “rápidas” (de esa escala) del campo magnético, incluyendo los *jerks* (Bloxham et al., 2002). Otros movimientos que contribuyen a la inducción (a través del efecto  $\omega$ ) son flujos toroidales de gran escala, como los vientos térmicos (generados por diferencias horizontales de temperatura junto a la acción de la fuerza de Coriolis) o los flujos asociados a la posible rotación diferencial del núcleo interno. No obstante, hay que recordar que el campo toroidal presente en el núcleo es aún desconocido.

Actualmente, para que el coste computacional sea razonable, las simulaciones de modelos numéricos magnetohidrodinámicos deben realizarse empleando valores no realistas de ciertos parámetros como la viscosidad o la difusividad térmica. Sin embargo, el uso de estos valores en lugar de los reales puede conllevar importantes diferencias entre los resultados de las simulaciones y el comportamiento de la geodinamo (p.ej., Zhang & Jones, 1997; Yadav et al., 2016; Aubert, 2019). Además, dado que la geodinamo actúa en escalas espacio-temporales muy diferentes, actualmente no resulta posible alcanzar la resolución suficiente como para que los modelos puedan recoger con detalle la dinámica a pequeña escala. Estas limitaciones tecnológicas han incrementado también el interés por la eficiencia computacional de los modelos empleados (p.ej., Matsui et al., 2016).

Al margen de los parámetros a los que se asignan valores muy diferentes de los reales por razones técnicas, otro de los grandes problemas de los actuales modelos de geodinamo lo constituye el desconocimiento que aún tenemos sobre las condiciones exactas del interior de nuestro planeta, así como sobre algunas propiedades a altas presiones y temperaturas de los materiales que lo componen. Por ejemplo, hace escasos años se realizaron cálculos teóricos y se obtuvieron medidas de laboratorio que evidenciaban que la conductividad térmica del núcleo era mayor de lo que se pensaba, lo que influiría en el flujo de calor transportado por convección (Olson, 2013). Asimismo, se siguen sugiriendo nuevos mecanismos no tenidos en cuenta, como la posible precipitación de minerales con magnesio en el núcleo externo que contribuiría a favorecer la convección (O’Rourke & Stevenson, 2016).

A pesar del gran avance que han sufrido los modelos numéricos magnetohidrodinámicos en las últimas décadas y del incalculable valor que han tenido para comenzar a comprender mejor la dinámica de la geodinamo, todavía queda un largo camino antes de poder asegurar que entendemos cómo funciona este motor que produce el campo magnético desde el interior de nuestro planeta.

### 1.3. Paleomagnetismo

El paleomagnetismo consiste en el estudio del CMT en el pasado basándose en la imanación remanente presente en rocas, sedimentos y materiales arqueológicos (en cuyo caso se denomina arqueomagnetismo). Esta remanencia es posible gracias a la existencia de pequeñas cantidades de minerales ferromagnéticos en todos estos materiales que, durante su formación o en algún momento posterior, adquirieron una imanación debida al campo magnético de la Tierra en esa época y en esa localización. A través de las técnicas descritas en el capítulo 2, es posible determinar la estructura de esta imanación y relacionarla con el campo magnético que la generó. Si existe información (geológica, arqueológica, histórica, etc.) sobre el momento del pasado en que estos materiales sufrieron algún proceso que conllevara su imanación, podemos asignar a ese instante y lugar los resultados obtenidos sobre la dirección y/o la intensidad del campo magnético. Por lo general, los estudios paleomagnéticos incluyen, además, el tratamiento estadístico de las estimaciones individuales de diferentes medidas para establecer la incertidumbre de los resultados así como una serie de experimentos destinados a determinar la mineralogía responsable de la imanación y su comportamiento ante diferentes campos magnéticos y temperaturas para valorar la fiabilidad de las medidas.

Aparte de los errores aleatorios procedentes del propio proceso de muestreo y medida, considerados en el valor de la incertidumbre que se calcula, los datos pueden estar sujetos a otros tipos de errores debidos a las características de las muestras o al uso de técnicas de laboratorio no apropiadas. En general, éstos pueden minimizarse mediante el empleo de protocolos de laboratorio que incluyan un control del comportamiento de las muestras para poder descartar o corregir los resultados que lo requieran. Los principales problemas están asociados a la alteración de los minerales debido a la acción del calor durante los tratamientos de laboratorio o al efecto de la anisotropía magnética del material. Ambos problemas pueden resultar especialmente importantes cuando se trata de datos de intensidad.

Los datos procedentes de diferentes estudios se compilan en bases de datos. Actualmente es de gran interés la base de datos GEOMAGIA50 (Brown et al., 2015). Se trata una colaboración internacional que permite el acceso a través de su página web (<http://geomagia.gfz-potsdam.de/>) a los datos arqueomagnéticos, volcánicos y sedimentarios publicados para los últimos 50 ka. Aparte de los valores de declinación, inclinación o intensidad correspondientes, cada dato, incorpora información sobre los métodos de laboratorio, las correcciones aplicadas, el tipo de material y otros metadatos de interés. Esto permite filtrar y seleccionar los datos mediante criterios objetivos.

De forma general los estudios paleomagnéticos proporcionan datos puntuales, es decir, dan información sobre uno o varios de los elementos magnéticos para un momento concreto del pasado y en una localización determinada, por lo que, para poder estudiar la forma y la evolución del campo magnético, es necesario estudiar conjuntamente varios de estos datos. Esto se lleva a cabo mediante el empleo de dos herramientas habituales en paleomagnetismo, las curvas de variación paleosecular (o PSVC, *Paleosecular Variation Curves*) y los modelos paleomagnéticos.

Las PSVC permiten el análisis de la evolución del campo magnético en un determinado punto, que se puede considerar representativo de una determinada región. Por lo general, se toman los datos disponibles dentro de un área centrada en el punto de referencia y se relocalizan, es

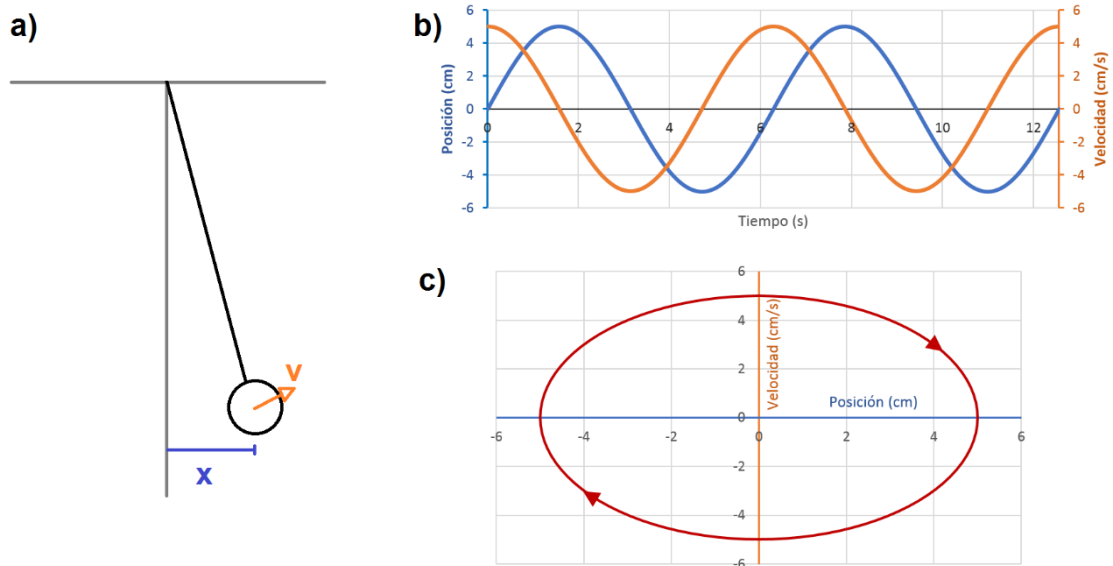
decir, se estima el valor del campo en el punto de referencia a partir del dato en otro punto. Posteriormente se calcula una curva de ajuste a estos datos que describe la evolución temporal.

Los llamados “modelos” paleomagnéticos son realmente reconstrucciones de la forma del campo magnético en toda la superficie terrestre a lo largo de un cierto periodo de tiempo. La descripción espacial se realiza generalmente a partir del desarrollo en armónicos esféricos, mientras que la variación temporal se introduce a través de diferentes métodos. El modelo resultante es, en definitiva, un conjunto de series de la evolución temporal de los coeficientes de Gauss. Existen también modelos regionales en los que la descripción se realiza de forma similar pero sobre un casquete esférico.

## 1.4. El CMT como sistema dinámico

### 1.4.1. Conceptos básicos sobre sistemas dinámicos

Un sistema dinámico es un conjunto de elementos interrelacionados entre sí cuyo estado evoluciona en el tiempo. En cada instante, su estado puede definirse mediante el valor de un cierto conjunto de variables de estado. Por ejemplo, consideremos un péndulo simple formado por una masa fijada al extremo de una varilla inextensible de masa nula y sujeta por el extremo opuesto de forma que su movimiento esté restringido a un plano (fig 1.2a). El estado de este sistema se puede establecer indicando su posición y su velocidad. Nótese que la posición por sí sola no es suficiente, puesto que el péndulo pasa por los mismos puntos a la ida y a la vuelta, por lo que, si sólo sabemos dónde se encuentra, nos quedaría la duda de si está yendo o viniendo.



**Figura 1.2.** a) Péndulo simple, ejemplo de sistema dinámico. b) Evolución de la posición y la velocidad del péndulo. c) Representación de la evolución del sistema como trayectoria en el espacio de las fases.



El sistema se denomina determinista cuando su estado determina inequívocamente cómo va a evolucionar en el futuro. Esto implica que existen unas leyes que determinan las variaciones de las variables dependiendo sólo de sus valores, lo que, matemáticamente se traduce en un conjunto de ecuaciones diferenciales que relacionan las variables de estado con sus derivadas temporales. En notación vectorial:

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{f}(\mathbf{v}) \quad [1.26]$$

Donde  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3 \dots)$  es un vector que contiene las variables de estado  $v_1, v_2, v_3 \dots$ ,  $\mathbf{f}(\mathbf{v})$  es una función vectorial que depende de estas variables y el punto indica la derivada temporal.

Para representar la evolución de un sistema dinámico es útil utilizar el concepto de espacio de fases. El espacio de fases de un sistema es un espacio n-dimensional en el que cada una de las dimensiones está asociada a una variable de estado de ese sistema. Esto significa que cada punto del espacio de las fases corresponde a una combinación diferente de valores de las variables de estado, es decir, cada punto es un estado distinto. De esta forma, la evolución del sistema se puede representar como una trayectoria en el espacio de las fases. Si el sistema es determinista, estas trayectorias podrán, como mucho, converger, pero nunca cortarse o bifurcarse.

Un sistema puede poseer estados de equilibrio, que no evolucionan en el tiempo. Además, el equilibrio puede ser estable, si una pequeña desviación de ese estado hace que el sistema evolucione de nuevo hacia el punto de equilibrio, o inestable, si la variación de alguna de las variables de estado hace que el sistema se aleje del punto inicial. Los puntos de equilibrio estable son atractores del sistema dinámico, porque si el sistema se encuentra en una posición cercana del espacio de las fases, la trayectoria se verá “atraída” hacia él. Los atractores también pueden ser, por ejemplo, curvas cerradas, cuando el sistema tiende a un movimiento cíclico, o presentar formas más complejas, como toroides u otras hipersuperficies dentro del espacio de fases.

Volviendo a nuestro ejemplo del péndulo, encontramos dos puntos de equilibrio, los correspondientes a colocar el péndulo estático y con la varilla vertical. Si la masa queda hacia abajo, el equilibrio será estable, mientras que, si la masa se sitúa hacia arriba, el equilibrio es inestable. Además, si consideramos que hay fricción, prácticamente cualquier estado evolucionará hasta que el péndulo alcance el punto de equilibrio estable, que es el atractor del sistema.

También es posible encontrar sistemas inestables, en los que todas las trayectorias se alejan de su estado inicial y divergen entre sí. Este sería el caso, por ejemplo, de dos partículas de masa despreciable y con igual carga eléctrica, que, sea cual sea su estado inicial, la fuerza eléctrica repulsiva que experimentarían tendería a alejarlas indefinidamente.

#### 1.4.2. Los sistemas dinámicos caóticos

Sin embargo, existen sistemas que, a priori, no tienen ningún atractor identificable y las distintas trayectorias no parecen converger de ninguna forma reconocible, pero, aun así, permanecen confinadas en una zona del espacio de las fases. Se trata de los sistemas caóticos. Su descubrimiento a finales del siglo XIX con los estudios de Poincaré sobre el problema de los tres cuerpos en mecánica celeste supuso el inicio de una revolución en la forma de entender los sistemas deterministas. En efecto, la mecánica newtoniana establecía que, una vez conocidas

las ecuaciones que gobiernan un movimiento y sus condiciones iniciales, se podía calcular y predecir su estado en cualquier momento futuro. Los sistemas caóticos, aun cumpliendo esta premisa teórica, presentaban una alta sensibilidad a las condiciones iniciales, de forma que dos sistemas idénticos que partiesen de dos estados iniciales muy parecidos, pero no exactamente iguales, acabarían mostrando comportamientos completamente diferentes. Esto resultaba un impedimento para poder predecir su evolución en tiempos largos.

Podría parecer que el problema era puramente técnico y que bastaba con lograr una mayor precisión en la determinación de las condiciones iniciales, así como en los cálculos numéricos, para poder extender las predicciones. Sin embargo, podríamos decir que eso sólo es verdad hasta cierto punto, puesto que por muy próximas que sean las condiciones iniciales, las soluciones divergen entre sí de forma exponencial. Por tanto, una mejora en la precisión alargará el tiempo de predicción, pero muy poco.

Si bien Poincaré ya se había topado con este tipo de sistemas, no fue hasta el siglo XX, con el desarrollo de la computación, cuando aumentó su interés científico. Se atribuye a Edward Lorenz su descubrimiento en el campo de la meteorología. Según narra él mismo en su libro *The Essence of Chaos* (Lorenz, 1995), Lorenz intentó repetir parte de una simulación introduciendo a mano el estado del que debía partir el sistema a partir de los datos de una simulación anterior. Ante su asombro, ambas simulaciones, aunque parecían idénticas en su inicio, comenzaban a dar resultados cada vez más diferentes conforme avanzaban. Lo que ocurrió fue que, en la primera simulación, el ordenador trabajó siempre con su precisión máxima, mientras que, en la segunda, Lorenz introdujo unos valores redondeados. Esa pequeña diferencia de decimales fue creciendo exponencialmente durante la simulación, llegando a resultados completamente distintos en ambas simulaciones.

Estudiando este sistema, Lorenz encontró que poseía un atractor cuya geometría era fractal, es decir, con dimensión no entera. Este tipo de atractores, llamados atractores extraños, confinan el sistema a una región del espacio de fases, pero dotándolo de una gran complejidad.

La divergencia de las trayectorias en el espacio de las fases se describe a través de los coeficientes de Lyapunov,  $\lambda_k$ . Para cada una de las dimensiones del espacio de fases existe un número  $\lambda_k$  que describe el distanciamiento exponencial en esa dimensión entre los estados de dos sistemas iguales que parten de dos condiciones iniciales próximas entre sí:

$$d_k(t) = d_{k0} \cdot e^{\lambda_k t} \quad [1.27]$$

Donde  $d_k(t)$  es la distancia en la dimensión  $k$  entre los estados de ambos sistemas pasado un cierto tiempo  $t$ . Estrictamente esta relación sólo es válida para  $t \rightarrow 0$ , ya que el sistema se encuentra confinado en una cierta región del espacio de fases por lo que su separación no puede crecer indefinidamente. Además, los exponentes de Lyapunov podrían variar de unos puntos a otros dentro del espacio de las fases. Los sistemas caóticos se caracterizan por tener, al menos, un exponente de Lyapunov positivo.

Esta sensibilidad a las condiciones iniciales, que conlleva la baja predictibilidad del sistema, está en estrecha relación con el popularmente conocido como “efecto mariposa”, que señala que una pequeña alteración del sistema, por mínima que sea, puede desencadenar grandes cambios. Su nombre procede del provocador título que Edward Lorenz eligió para una charla en 1972: “*Predictability; Does the Flap of a Butterfly's wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas ?*” (Predictibilidad; ¿el aleteo de una mariposa en Brasil produce un tornado en Texas?).

Actualmente existen múltiples definiciones para el caos, pues aún no se ha encontrado una que sea a la vez rigurosa y capaz de abarcar todos los fenómenos que se asocian con él. No obstante, la mayoría coinciden en que los sistemas caóticos comparten las siguientes características:

- Se trata de sistemas no lineales.
- Presentan alta sensibilidad a las condiciones iniciales que hace que su comportamiento se vuelva impredecible para tiempos suficientemente lejanos en el futuro.
- Presentan atractores extraños, de dimensión fractal.

# Capítulo 2

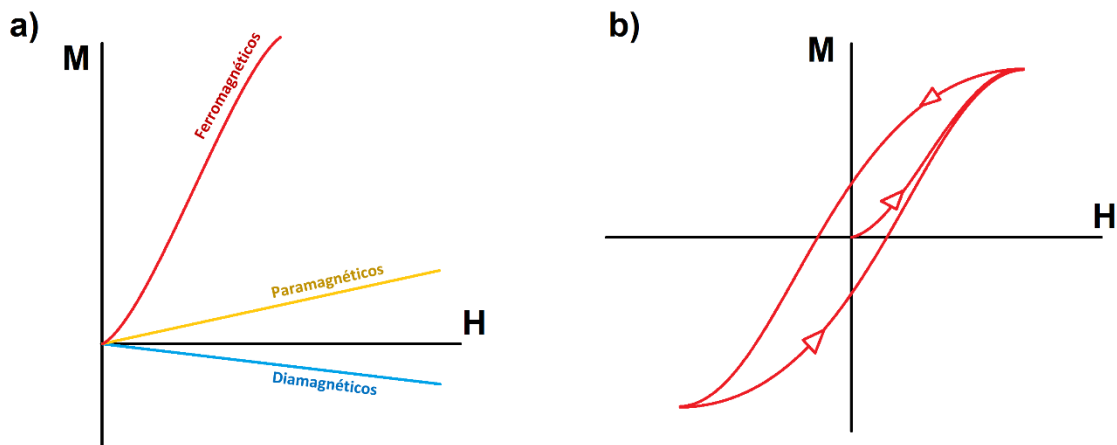
## Metodología

### 2.1. Estudios arqueomagnéticos

#### 2.1.1. Fundamentos

Cualquier sustancia que se exponga a un campo magnético se verá afectada imanándose de alguna forma. La estructura atómica y molecular determinará cómo interaccionan los momentos magnéticos y dará lugar a tres posibles comportamientos diferentes. En la mayoría de los casos, la relación entre el campo aplicado y la imanación inducida es lineal (ecuación 2.1) y la constante que relaciona ambas se denomina susceptibilidad magnética,  $\chi_m$ . Esta magnitud es, en el caso más general, un tensor que, además, puede depender de la temperatura. Las sustancias diamagnéticas adquieren, en presencia de un campo magnético, una débil imanación inducida paralela al campo, pero sentido opuesto, por lo que su susceptibilidad magnética es negativa. Por el contrario, si se aplica un campo a una sustancia paramagnética, se induce una imanación en el mismo sentido que éste, es decir, presentan una susceptibilidad magnética positiva (figura 2.1a). En ambos casos, si se retira el campo, la imanación desaparece.

$$M = \chi_m H \quad [2.1]$$



**Figura 2.1.** a) Representación esquemática de los diferentes comportamientos entre los materiales diamagnéticos, paramagnéticos y ferromagnéticos. b) Evolución de la imanación en función del campo magnético aplicado para un material ferromagnético. Se observa que, para el mismo valor del campo, se pueden presentar diferentes valores de la imanación dependiendo de los estados de imanación anteriores.

Por último, existen los materiales ferromagnéticos, en los que un campo magnético produce una gran imanación en su mismo sentido, pero sin que esta relación sea lineal, por lo que  $\chi_m$  dependería de  $H$ . Además, si desaparece el campo, la imanación no se hace cero, sino que el

material conserva una imanación remanente. Esto significa que la imanación depende, además del campo magnético actual, de los estados de imanación anteriores, es decir, presenta histéresis (figura 2.1b). En la presente tesis, cuando nos refiramos al ferromagnetismo, hablaremos en sentido amplio, incluyendo ferromagnetismo (*sensu stricto*), ferrimagnetismo, antiferromagnetismo no compensado, etc.

El paleomagnetismo se basa en esta capacidad de los materiales ferromagnéticos de conservar una imanación remanente después de que desaparezca el campo que la ha generado. Existen diversos minerales ferromagnéticos (magnetita, maghemita, hematita, etc.) que se dan naturalmente y están presentes en gran variedad de rocas, suelos y materiales arqueológicos. A pesar de encontrarse en proporciones muy pequeñas, sus propiedades magnéticas difieren en varios órdenes de magnitud de las del resto de minerales de la matriz, que son diamagnéticos o paramagnéticos, por lo que los ferromagnéticos son capaces de dominar ciertas propiedades magnéticas del material.

Los granos de estos minerales, dependiendo de su tamaño, pueden quedar imanados completamente en una misma dirección (granos monodominio) o bien contener diferentes dominios, es decir, distintas regiones de imanación homogénea pero diferentes entre ellas (granos multidominio). También se diferencian a veces los pseudomonodominio, que presentan muy pocos dominios y tienen un comportamiento intermedio.

La teoría de Néel permite explicar cómo los granos monodominio son capaces de preservar su imanación. Supongamos un grano monodominio con una imanación remanente  $M_{r0}$ . Esta imanación procede de la suma de todos los momentos magnéticos de los átomos individuales que, en promedio, se encuentran orientados en una dirección común. Por encontrarse el material a una cierta temperatura, existirá una agitación térmica que tenderá a desordenar con el tiempo estos momentos magnéticos, con lo que la imanación total descenderá. Este proceso se produce en forma de decaimiento exponencial:

$$M_r(t) = M_{r0} e^{-t/\tau} \quad [2.2]$$

Donde  $M_r$  es la imanación remanente en función del tiempo ( $t$ ),  $M_{r0}$  es la imanación remanente inicial y  $\tau$  es el tiempo de relajación, que se puede calcular como:

$$\tau = \frac{1}{C} e^{\frac{V H_c M_s}{2 k T}} \quad [2.3]$$

Donde  $C$  es el factor de frecuencia,  $V$  es el volumen del grano,  $H_c$  es el campo coercitivo del grano,  $M_s$  es la imanación de saturación,  $k$  es la constante de Boltzman y  $T$  es la temperatura. El exponente compara, por tanto, la energía magnética ( $V H_c M_s$ ), que estabiliza los momentos magnéticos en una dirección común, y la energía térmica ( $kT$ ), que tiende a desordenarlos. Además, es importante el hecho de que el tiempo de relajación dependa exponencialmente tanto de la temperatura como del volumen, con lo que pequeñas variaciones en alguno de estos parámetros influirán en el tiempo de relajación de forma muy notable.

Por otro lado, cuando la temperatura aumenta por encima de un cierto valor llamado temperatura de Curie ( $T_C$ ), el material deja de comportarse como ferromagnético y cambia a fase paramagnética, en la que ya no es capaz de adquirir una imanación remanente. En general, este cambio de fase es reversible, aunque en el proceso se perderá cualquier imanación remanente previa. La temperatura de Curie es característica de cada mineral y no depende de

su concentración ni del tamaño de grano. Estrictamente hablando, el término “temperatura de Curie” sólo debería aplicarse a los minerales ferromagnéticos o ferrimagnéticos, mientras que en el caso de los antiferromagnéticos el término correcto sería “temperatura de Néel”.

Los granos en estado multidominio también pueden ser imanados y conservar una imanación remanente. En su caso, el proceso de imanación es más complejo y se basa fundamentalmente en el corrimiento de las paredes de Bloch entre dominios, de forma que los dominios magnéticos cuya imanación se encuentra en la dirección del campo aplicado crecen a expensas de los adyacentes.

#### **2.1.1.1. Tipos de imanación remanente**

##### **2.1.1.1.1. Imanación termorremanente**

Partiendo del tiempo de relajación explicado anteriormente para los granos monodominio se puede definir el comportamiento superparamagnético como aquél en el que la imanación de los granos ferromagnéticos se relaja en tiempos muy cortos. El límite suele establecerse en los 100 s, que es el orden de magnitud de una medición en el laboratorio. Para un cierto tamaño de grano de un mineral concreto, existirá una temperatura  $T_b$  (menor que  $T_C$ ), llamada temperatura de bloqueo, que haga que el tiempo de relajación alcance ese límite. Por encima de esa temperatura, el tiempo de relajación se reduce y cualquier imanación se perderá rápidamente, mientras que, cuando la temperatura desciende por debajo de  $T_b$ , el tiempo de relajación crece rápidamente, con lo que la imanación queda prácticamente bloqueada, conservándose por largos periodos, incluso en escalas de tiempo geológicas.

Cuando los minerales se encuentran en el seno de un campo magnético, el proceso de relajación, en lugar de producir una desimanación, tiende a modificar la imanación hacia la dirección del campo en el que se encuentra el material. Esto significa que, en definitiva, cuando la temperatura supera  $T_b$  la imanación “se actualiza” según el campo en ese instante, mientras que cuando la temperatura es menor que  $T_b$  la imanación permanece prácticamente inalterable. Esta forma de adquisición de imanación remanente se denomina termorremanencia o imanación termorremanente (TRM, *Thermoremanent Magnetization*) y es la que, en general, produce mejores resultados en los estudios paleomagnéticos, además de ser la única que permite la determinación de la paleointensidad, como se explicará más adelante (ver sección 2.1.4). Es, además, el proceso en el que se basa el arqueomagnetismo, que es la rama del paleomagnetismo que trata el estudio de materiales arqueológicos que han sido calentados, como paredes y suelos de hornos, hogares y termas, es decir, estructuras de combustión, ladrillos, tejas, cerámicas o incluso construcciones afectadas por incendios.

Hay que tener en cuenta que los materiales naturales pueden contener granos ferromagnéticos de diferentes tamaños y formas o incluso de diferentes minerales. Esto supone que no exista una única temperatura de bloqueo para todo el material en su conjunto, sino que las distintas  $T_b$  de cada grano se distribuirán en ciertos intervalos de temperatura, constituyendo el denominado espectro de temperaturas de bloqueo.

#### **2.1.1.1.2. Imanación remanente química**

Por otra parte, la adquisición de una imanación remanente puede conseguirse también si varía el volumen de los granos ferromagnéticos. Por ejemplo, si los granos están creciendo por cristalización a una temperatura constante, el tiempo de relajación aumentará rápidamente con el volumen (ecuación 2.3) produciéndose un fenómeno de bloqueo de los momentos magnéticos similar al explicado para la temperatura, obteniéndose una imanación remanente química (CRM, *Chemical Remanent Magnetization*), llamada también “de cristalización” por algunos autores (p. ej., Dunlop & Özdemir, 1997). Análogamente, el bloqueo se produciría para un cierto volumen de bloqueo  $V_b$  para el cual  $\tau = 100$  s. Cabe mencionar, no obstante, que, si el volumen sigue aumentando, el grano monodominio deja de ser estable y comienzan a aparecer varios dominios magnéticos, con lo que la teoría de Néel deja de ser aplicable.

#### **2.1.1.1.3. Imanación remanente viscosa**

La imanación remanente viscosa o VRM (*Viscous Remanent Magnetization*) consiste en la lenta adquisición de imanación por la acción de un campo magnético débil durante un largo periodo de tiempo. En el caso de la TRM, la temperatura variaba haciendo que el tiempo de relajación se hiciese muy grande, con lo que las partículas ferromagnéticas perdían su imanación tan lentamente que prácticamente estaba bloqueada, pero si se les da un tiempo suficientemente largo, comparable a su tiempo de relajación, terminarán perdiendo su imanación inicial e imanándose según el campo magnético posterior: adquirirían una VRM. Cuanto más antigua sea una imanación, más probable será que haya perdido una parte y que presente una componente viscosa mayor. En general, la VRM es una imanación no deseada cuya dirección suele coincidir con la del campo actual.

#### **2.1.1.1.4. Imanación remanente isoterma**

Los granos ferromagnéticos también pueden ser imanados sin necesidad de variar la temperatura ni su volumen si se les somete a un campo magnético elevado que supere su coercitividad. La imanación obtenida de este modo se denomina imanación remanente isoterma (IRM, *Isothermal Remanent Magnetization*). En la naturaleza este tipo de imanación puede ocurrir cerca de los puntos en los que ha caído un rayo, puesto que la gran intensidad de corriente eléctrica que conlleva genera altos campos magnéticos a su alrededor. No obstante, la IRM suele estar asociada a experimentos de magnetismo de rocas realizados en el laboratorio más que a un origen natural.

#### **2.1.1.1.5. Imanación remanente anhisterética**

La imanación remanente anhisterética o ARM (*Anhysteretic Remanent Magnetization*) es una forma de imanación artificial que se basa en la aplicación de un campo magnético constante de baja intensidad a la vez que otro campo magnético alterno de amplitud decreciente. Mientras que el campo alterno moviliza los momentos magnéticos, el campo constante introduce un pequeño sesgo en su distribución direccional, lo que da lugar a una imanación neta.

#### **2.1.1.1.6. Imanación remanente deposicional y post-deposicional**

Por último, existe otro proceso por el que un material puede adquirir una imanación remanente. Se trata de la imanación remanente deposicional (DRM, *Depositional Remanent Magnetization*), que es característica de ambientes sedimentarios y, a diferencia de los procesos anteriores, no se basa en la modificación de la imanación de los granos minerales, sino en la orientación de estas partículas en la dirección del campo magnético presente durante su sedimentación. Una característica fundamental de este tipo de imanación es que su bloqueo se produce lentamente, de una forma gradual, por lo que la imanación final del material no registra el estado del campo magnético en un único instante, sino que está afectado por toda la evolución del campo en un periodo que puede ir de décadas a siglos. Además, otros procesos, como la compactación o la bioturbación, pueden alterar la señal magnética después de la deposición de las partículas minerales originando una imanación post-deposicional. Aparte, la DRM suele presentar también un problema de aplanamiento de la inclinación (*inclination shallowing*) asociado a la compactación o a la acción de la gravedad sobre las partículas magnéticas no esféricas, que tienden a quedar acostadas hacia la horizontal en lugar de seguir con precisión la dirección del campo magnético, por lo que la inclinación magnética registrada es menor que la real. Esta ordenación parcial de las partículas que conforman el material puede originar también una anisotropía magnética en que afectaría a una futura reimanación.

#### **2.1.1.2. Anisotropía magnética**

Un material se dice que es anisótropo cuando algunas propiedades dependen de la dirección en que se midan. En el caso de los minerales ferromagnéticos, la anisotropía puede deberse a dos causas diferentes. Por un lado, puede estar relacionada con los ejes cristalográficos del mineral y, por otro, por la forma más o menos alargada de los granos si éstos han adquirido una orientación preferente. En el segundo caso, los granos tienen mayor facilidad para imanarse en la dirección longitudinal, es decir, si se aplica un campo magnético en esa dirección, se obtendrá una cierta imanación, pero si se aplicase un campo de igual intensidad en la dirección perpendicular, la imanación obtenida será menor. Además, si el campo aplicado fuese en una dirección intermedia, la imanación resultante variaría, además, su dirección, ya que las componentes longitudinal y transversal del campo generarían unas componentes de la imanación con proporciones diferentes y, por tanto, el campo magnético y la imanación no tendrían la misma dirección.



Aparte, se debe diferenciar la anisotropía de la susceptibilidad magnética (AMS, *Anisotropy of Magnetic Susceptibility*), relacionada con la imanación inducida, de la anisotropía de la termorremanencia (ATRM, *Anisotropy of Thermoremanent Magnetization*), asociada a la imanación remanente térmica. Así pues, en estudios paleomagnéticos tanto direccionales como de paleointensidad, nos interesará conocer concretamente la ATRM para saber cómo ha influido en la imanación remanente presente en la muestra que estemos analizando. A pesar de que ambas emergen de la estructura interna del material, no se ha encontrado ninguna forma de relacionar ambas de forma cuantitativa, entre otros motivos, porque la ATRM depende sólo de los minerales ferromagnéticos y la AMS también de los minerales paramagnéticos y diamagnéticos de la matriz.

Como alternativas al uso de la ATRM, que requiere bastante tiempo para su determinación experimental, se ha propuesto la utilización de otros tipos de anisotropía como la de la imanación remanente anhisterética (AARM, *Anisotropy of Anhysteretic Remanent Magnetization*) o la anisotropía de la imanación remanente isoterma (AIRM, *Anisotropy of Isothermal Remanent Magnetization*), pero su uso aún no está globalmente aceptado por la comunidad científica.

### **2.1.2. Experimentos de magnetismo de rocas**

Los experimentos de magnetismo de rocas asociados a estudios paleomagnéticos tienen como objetivo identificar los portadores de la imanación remanente de las muestras y sus características: tipo de mineral, tamaño de grano, estado monodominio o multidominio, etc. De esta forma se pretende valorar la estabilidad de la remanencia y la fiabilidad de los resultados direccionales o de intensidad que de ellas se obtengan.

Puesto que, como ya se ha comentado, los minerales ferromagnéticos constituyen una fracción muy pequeña del material, muchos métodos de análisis de la composición no son adecuados para su identificación, por lo que se requieren métodos específicos que saquen ventaja de las propiedades magnéticas de los minerales que se desean detectar.

A pesar de que existe la teoría de Neel que explica las propiedades de la TRM y la CRM para granos monodominio, no existe todavía una teoría completa que explique de forma satisfactoria el comportamiento de los granos multidominio, por lo que, en ocasiones, el magnetismo de rocas no puede dar una respuesta definitiva sobre la idoneidad de las muestras antes de realizar todo el proceso de medida.

#### **2.1.2.1. Susceptibilidad magnética**

La determinación de la susceptibilidad magnética es una de las medidas más rápidas, sencillas y baratas que se pueden obtener. Los susceptibilímetros se basan en la medida de la imanación inducida en la muestra al aplicarle un débil campo magnético, por lo que la muestra no requiere de ninguna preparación especial y no se ve alterada por la medida. Sin embargo, en la susceptibilidad magnética contribuyen todos los componentes de la muestra, por lo que algunos minerales diamagnéticos o paramagnéticos de la matriz, presentes en mayor cantidad, pueden

ocultar las características de los ferromagnéticos. Aun así, es una medida que se realiza frecuentemente de forma sistemática para controlar si se producen cambios químicos durante el análisis de la muestra.

#### 2.1.2.2. Ciclos de histéresis

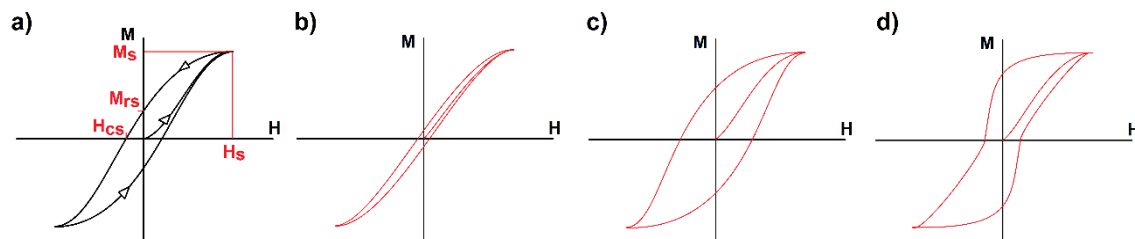
Consisten en medir la imanación de una muestra mientras se le aplica un campo magnético creciente hasta su saturación, seguidamente se hace disminuir hasta cero y se vuelve a aumentar en sentido opuesto hasta conseguir de nuevo la saturación de la muestra, pero en sentido contrario. Los resultados se suelen resumir representando la imanación en función del campo aplicado, en un diagrama como el de la figura 2.2a, que proporciona varios parámetros de interés.

Hay que tener en cuenta que la imanación que se mide es suma de la remanente, procedente de los minerales ferromagnéticos y de la inducida, en la que participan tanto ferromagnéticos como diamagnéticos y paramagnéticos. Es conveniente, por tanto, eliminar el efecto de estos últimos para resaltar el comportamiento de los ferromagnéticos. Para ello, se buscará alcanzar la saturación de los ferromagnéticos y aumentar aún más el campo. Una vez los ferromagnéticos están saturados, su contribución pasa a ser constante, mientras que paramagnéticos y diamagnéticos seguirán comportándose de forma lineal. Un simple ajuste lineal en este tramo permite conocer la contribución paramagnética y diamagnética y restarla del total para obtener el ciclo correspondiente sólo a los ferromagnéticos.

Para comenzar el ciclo, lo habitual es utilizar muestras que no se encuentran imanadas, por lo que la curva parte del origen. El camino desde el estado inicial desimanado hasta la saturación se denomina curva de primera imanación. La saturación se produce al alcanzar el campo de saturación ( $H_s$ ) cuando todos los momentos magnéticos de los minerales ferromagnéticos se encuentran ya orientados en el sentido del campo, por lo que un aumento en el campo aplicado ya no hace aumentar la imanación, cuyo valor se denomina imanación de saturación ( $M_s$ ). A continuación, el campo comienza a reducirse, pero la imanación no desciende siguiendo los mismos valores que antes, sino que se resiste a disminuir. Cuando el campo aplicado se hace cero, persiste una imanación remanente ( $M_{rs}$ ; el subíndice s indica que se había alcanzado la saturación). Para conseguir que la imanación se haga cero, es necesario invertir el sentido del campo y aumentarlo hasta alcanzar el campo coercitivo tras la saturación ( $H_{cs}$ ), con el cual la imanación total es cero. Hay que remarcar que la imanación total incluye tanto la imanación remanente como la inducida, por lo que, si después de alcanzar  $H_{cs}$  se retirase el campo, todavía permanecería parte de la imanación remanente. El ciclo se completa al alcanzar la saturación en sentido opuesto.

El grosor del ciclo de histéresis, que viene controlado fundamentalmente por el valor del campo coercitivo, permite diferenciar los materiales magnéticamente duros y magnéticamente blandos. Los primeros presentan un alto campo coercitivo, es decir, ciclos anchos, y oponen mayor resistencia a modificar su imanación (figura 2.2c). Son típicos de los granos monodominio. Por el contrario, los materiales magnéticamente blandos, presentan campos coercitivos bajos y ciclos estrechos, por lo que su imanación puede modificarse con facilidad (figura 2.2b). Los granos multidominio presentan este tipo de ciclos.

Por otro lado, la forma global del ciclo de histéresis puede indicarnos la existencia de varias fases magnéticas con coercitividades diferentes en el material. En ese caso, el ciclo sufre un estrechamiento en su parte central (figura 2.2d) que se denomina cintura de avispa (Roberts et al. 1995; Tauxe et al., 1996).

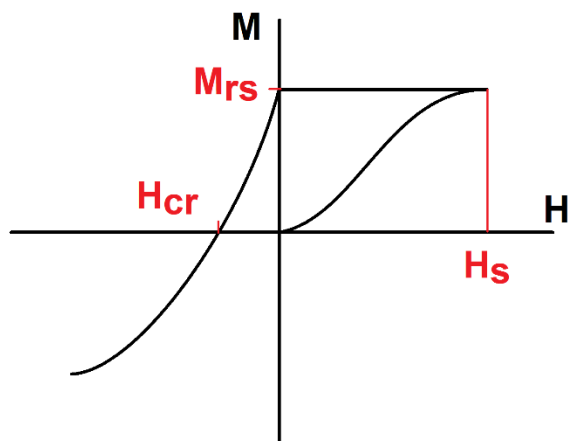


**Figura 2.2.** Representación esquemática de varios ciclos de histéresis. a) Parámetros derivados que se pueden calcular a partir del ciclo. b) Material magnéticamente blando, asociado a granos multidominio. c) Material magnéticamente duro, asociado a granos monodominio. d) Material con dos fases ferromagnéticas de coercitividades diferentes. Se observa cómo el ciclo se estrecha en su parte central generando una “cintura de avispa” (Roberts et al. 1995; Tauxe et al., 1996).

### 2.1.2.3. Ciclos de adquisición y desimanación de la IRM

Se trata de un experimento similar al anterior, pero en el que se mide sólo la imanación remanente en lugar de la total. Para ello, el campo aplicado debe retirarse en el momento de realizar cada medida de la imanación y, a continuación, volver a la intensidad que tuviese y evolucionar al siguiente valor. Puesto que estamos tratando con imanación remanente, la curva sólo proporciona información del comportamiento de los ferromagnéticos y no es necesario realizar ninguna corrección.

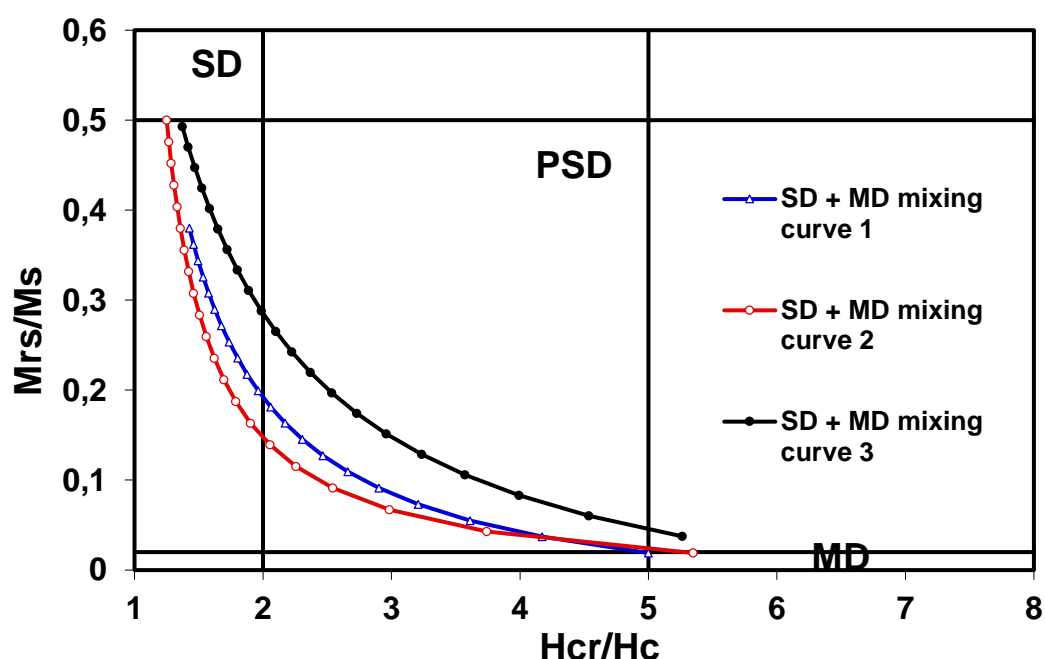
La saturación se producirá al alcanzar el campo de saturación  $H_s$  (idéntico al del ciclo de histéresis). A partir de ese punto la imanación remanente no ascenderá y permanecerá con un valor  $M_{rs}$  o imanación remanente de saturación, que será igual a la imanación medida en el ciclo de histéresis para  $H = 0$  después de haber alcanzado la saturación (obsérvese que es exactamente lo mismo que se está haciendo en este experimento). A continuación, si comenzamos a disminuir el campo, las medidas de remanencia serán todas iguales hasta que el campo empiece a aplicarse en sentido opuesto (esta parte del experimento se denomina a veces *back-field IRM*). El campo que hay que aplicar en sentido opuesto para que la remanencia se haga cero se denomina campo coercitivo de la remanencia ( $H_{cr}$ ) y será mayor que el  $H_{cs}$ , que compensaba la remanencia con la imanación inducida. El ciclo se completa al lograr la saturación en sentido contrario.



**Figura 2.3.** Representación esquemática de un ciclo de adquisición y desimación de la IRM. Se indican los diferentes parámetros que se pueden obtener a partir de él.

#### 2.1.2.4. Diagrama de Day

Este tipo de representación se deriva de los resultados obtenidos en los ciclos de histéresis y de adquisición – desimación de la IRM y consiste en representar para cada muestra el cociente  $M_{rs}/M_s$  frente a  $H_{cr}/H_c$ . Su nombre procede del estudio llevado a cabo por Day et al. (1977), en el que utilizaban este tipo de representación diferenciando qué zonas correspondían a estado monodominio (SD, *single domain*), pseudomonodominio (PSD, *pseudosingle domain*), multidominio (MD, *multidomain*) y superparamagnético (SPM, *superparamagnetic*) para la magnetita. Tiempo después, Dunlop (2002) refinó los cálculos incluyendo el comportamiento de mezclas de partículas SD y MD de magnetita en diferentes proporciones. Los límites que se asignan a los diferentes estados de dominios, así como las curvas de mezcla, están pensados para la magnetita y no son válidos para otros minerales. Sin embargo, el diagrama de Day se ha venido utilizando para representar los resultados de cualquier tipo de muestras, lo que ha llevado a que actualmente se conozca empíricamente las zonas del diagrama que corresponden típicamente a diferentes minerales (Peters & Dekkers, 2003). No obstante, hay que recalcar que el diagrama sólo permite extraer conclusiones sobre el estado de dominios para la magnetita o, como mucho, las titanomagnetitas con bajo contenido en titanio, que son los materiales con los que se han obtenido las curvas de la figura 2.4.

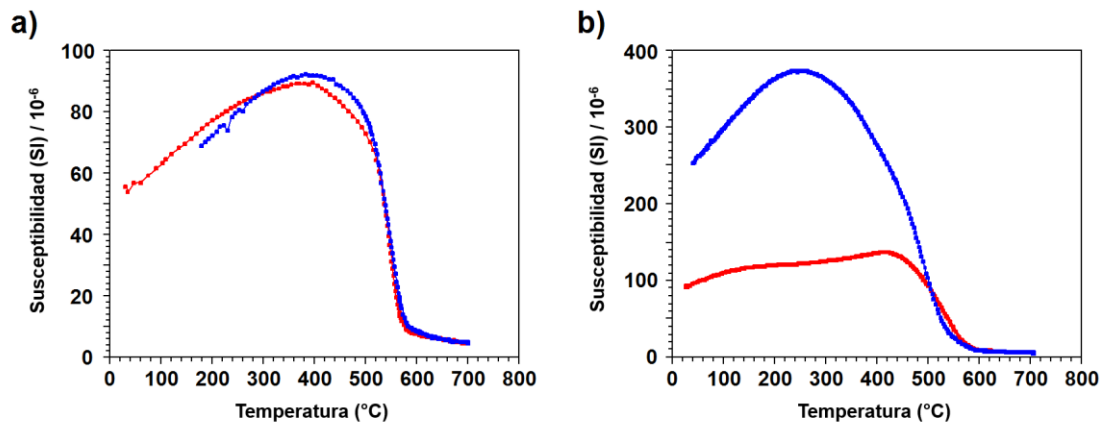


**Figura 2.4.** Diagrama de Day modificado por Dunlop (2002). Las líneas negras delimitan las regiones asociadas a cada estado de dominio para la magnetita. Las distintas curvas corresponden a mezclas de partículas de magnetita monodominio y multidominio para distintas proporciones. Diferentes curvas corresponden a diferentes tamaños o formas de los granos. Para una descripción detallada de cada curva, consultar el artículo original de Dunlop (2002).

#### 2.1.2.5. Curvas termomagnéticas

Las curvas termomagnéticas consisten en la medición de la imanación de una muestra inmersa en un campo magnético mientras se varía la temperatura calentando hasta alcanzar una temperatura máxima y enfriando de nuevo hasta la temperatura ambiente. Típicamente el campo aplicado es lo suficientemente elevado como para causar la saturación de los minerales ferromagnéticos de la muestra, con lo que su señal depende fundamentalmente de éstos. La imanación de saturación de los ferromagnéticos varía según aumenta la temperatura hasta que se alcanza la temperatura de Curie, en el cual se observa una fuerte caída al pasar estos minerales a fase paramagnética. Esto permite, por tanto, determinar la temperatura de Curie de forma bastante precisa. Puesto que el campo de fase magnética es reversible, la rama de enfriamiento de la curva deberá coincidir con la de calentamiento a no ser que se hayan producido alteraciones químicas que hayan generado y/o destruido algunos de los minerales ferromagnéticos.

Como alternativa, se puede utilizar un campo magnético poco intenso. En este caso, los minerales ferromagnéticos no alcanzan su saturación y su señal no destaca tanto entre la de los paramagnéticos. Aun así, se pueden identificar las temperaturas de Curie y comprobar la reversibilidad del calentamiento – enfriamiento.

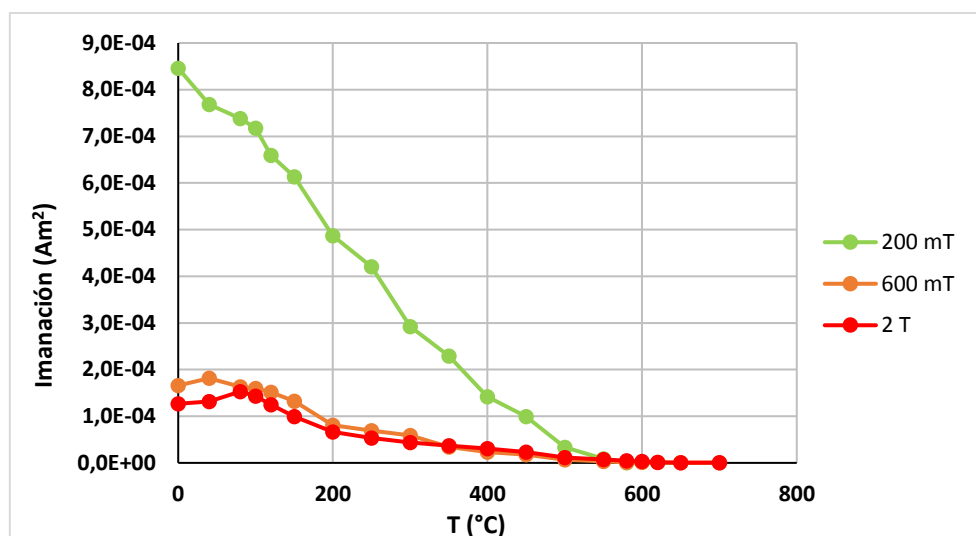


**Figura 2.5.** Ejemplos de curvas termomagnéticas (susceptibilidad frente a temperatura) para dos muestras utilizadas en esta tesis. a) Muestra EC1i6x1; ejemplo de comportamiento reversible que indica estabilidad térmica. b) Muestra EC2L5x4; ejemplo de comportamiento irreversible que indica que la temperatura induce alguna alteración química.

#### 2.1.2.6. Test de Lowrie

Este experimento propuesto por Lowrie (1990) permite obtener el espectro cruzado de coercitividades y temperaturas de desbloqueo, lo cual puede resultar de gran utilidad para la identificación de los minerales ferromagnéticos presentes en la muestra. El primer paso consiste en impartir una IRM diferente en cada uno de los tres ejes de la muestra, en nuestro caso, mediante un imanador de pulsos. Primero se aplica un campo lo más elevado posible en una de las direcciones, buscando orientar todos los minerales ferromagnéticos en esa dirección. A continuación, se aplica un campo intermedio en una dirección diferente, que reorientará sólo los granos cuyas coercitividades sean menores que el campo aplicado. Por último, se aplica un campo bajo en la tercera dirección, para reorientar los granos con coercitividades bajas. De esta forma, los granos ferromagnéticos se han clasificado en tres grupos según sus coercitividades y la imanación remanente asociada a cada uno de ellos se encuentra separada en tres direcciones perpendiculares, con lo que sus valores se pueden identificar con facilidad. Posteriormente, se realiza una desimanación térmica por pasos en ausencia de campo, tal y como se explica en la sección 2.1.3.2. La evolución de la imanación en cada eje conforme se va calentando la muestra a mayores temperaturas proporciona el espectro de temperaturas de desbloqueo de cada uno de los tres intervalos de coercitividades.

Se requiere bastante tiempo para llevar a cabo todo el procedimiento, lo cual constituye una limitación importante. Por otro lado, si las muestras son anisótropas, las tres componentes pueden resultar entremezcladas en cierto grado dificultando la interpretación.



**Figura 2.6.** Ejemplo de desimanación térmica de tres componentes de IRM ortogonales (test de Lowrie). El gráfico se corresponde a la muestra EC2L5G estudiada en este trabajo. Se observa que la imanación está asociada en su mayor parte a una fase de baja coercitividad con una temperatura de desbloqueo de unos 550-575 °C.

### 2.1.3. Estudios direccionales

#### 2.1.3.1. Muestreo y preparación de muestras

Los estudios arqueomagnéticos que buscan obtener la dirección del campo magnético del pasado se centran principalmente en estructuras arqueológicas cuyo uso estaba asociado a altas temperaturas, tales como hogares, hornos, termas, etc. o en otros tipos de estructuras en las que se hayan detectado indicios de haber sido afectadas por incendios. Por lo general, estas estructuras se encuentran *in situ*, es decir, no han sufrido ningún tipo de desplazamiento o basculamiento. No obstante, este es un hecho que debe evaluarse sobre el terreno, puesto que estructuras posteriores construidas por encima de las que se pretenden estudiar pueden haber hundido estas últimas o es posible que el terreno haya cedido por procesos geológicos. En estos casos, es necesario estimar la magnitud de estos basculamientos para poder corregirlos o, de lo contrario, las direcciones obtenidas pueden no corresponder a las del paleocampo.

Una vez que se ha determinado que la estructura permanece *in situ* o que ha sufrido un desplazamiento corregible, se puede pasar al proceso de muestreo. El primer paso será identificar las partes que han sido expuestas al calor de forma más intensa para concentrar los trabajos en esa zona. El material más calentado debería haber sufrido todos los cambios químicos posibles y haber adquirido una composición más estable, sobre todo si se trata de estructuras de combustión, que han experimentado repetidos calentamientos. Además, las zonas que hayan alcanzado temperaturas más elevadas aseguran que una mayor parte de los minerales hayan sido imanados, por lo que la señal magnética, además de estable, será más intensa, facilitando su medición. Por otro lado, y siempre que sea posible, conviene obtener muestras de toda la estructura, de forma que pequeñas deformaciones de la estructura o alteraciones de la imanación localizadas puedan detectarse o queden promediadas.

Tras seleccionar las muestras y antes de extraerlas, deben ser orientadas para conocer su posición exacta. Esto puede realizarse de varias maneras y dependerá principalmente de las características de material. La forma más habitual en arqueomagnetismo consiste en aplicar escayola sobre la muestra para crear una superficie plana y marcar sobre ella la dirección del norte magnético con ayuda de una brújula magnética o solar. Algunas estructuras, sin embargo, presentan un acabado pulido que dificulta la adherencia de la escayola, por lo que se orienta directamente su superficie superior. Si esta superficie es horizontal o presenta un buzamiento pequeño, se puede marcar el norte magnético (realmente es su proyección, pero la diferencia es mínima y queda por debajo de la precisión típica de los estudios arqueomagnéticos incluso para buzamientos de  $8 - 10^\circ$ ) y medir el buzamiento y la dirección de la máxima pendiente. Si el buzamiento es mayor, se emplea como referencia la dirección de la máxima pendiente.

Dado que el campo magnético no es completamente dipolar y axial, el norte magnético no coincide en general con el geográfico, por lo que es necesario corregir esa declinación utilizando un modelo de campo actual, como el IGRF. Sin embargo, en ocasiones, la estructura que se está muestreando puede ser muy magnética o puede existir una anomalía magnética local importante que afecte la lectura de la brújula, pero quede por debajo de la resolución del modelo, lo que significa que su efecto no se podría corregir. En estos casos se puede optar por utilizar la brújula solar, que consiste en utilizar como referencia la dirección de la sombra producida por el sol en lugar del norte magnético. Es necesario, entonces, controlar también la hora a la que se realiza cada orientación.

La extracción de las muestras se realiza con diferentes instrumentos dependiendo principalmente de la resistencia del material, yendo desde el muestreo manual, uso de paletas, sierras de mano, cinces y martillos, etc. hasta el empleo de taladradoras o sierras automáticas. En el caso de éstas últimas, puede ser necesario refrigerar la muestra con agua durante el proceso para evitar que el rozamiento caliente la muestra y altere su imanación. Si las muestras son frágiles, puede ser necesario protegerlas envolviéndolas en vendas de escayola para que resistan el transporte y almacenaje.

Una vez en el laboratorio, la mayoría de las muestras son consolidadas mediante un baño en silicato de sodio u otro consolidante. A continuación, se procede a su submuestreo, habitualmente mediante corte con sierra de abrasión de disco no magnético refrigerada con agua. El resultado es la obtención de varios especímenes cúbicos que deben conservar la referencia a su muestra de procedencia y su orientación.

#### **2.1.3.2. Medidas de laboratorio**

El primer paso consiste en la medición de la imanación remanente natural o NRM (*Natural Remanent Magnetization*). Si todos los granos ferromagnéticos del material fueran exactamente iguales, todos ellos se habrían imanado en el mismo instante del pasado, su imanación sería idéntica y la medida de la NRM ya nos proporcionaría directamente toda la información posible. Sin embargo, esto no ocurre naturalmente, sino que dentro de cada muestra existirá una gran diversidad de tamaños de grano e incluso diferentes minerales, todos ellos con temperaturas de bloqueo diferentes. Por lo tanto, la imanación de cada uno está relacionada con el campo magnético presente al pasar por su  $T_b$  durante el enfriamiento del material y será independiente del campo que hubiese a temperaturas superiores, que no quedó registrado, o a temperaturas



inferiores, cuando ya no era capaz de influir en su imanación. Este resultado se conoce como “ley de aditividad de las termorremanencias parciales” y matemáticamente se puede expresar como:

$$TRM_{T_0}^{T_N} = \sum_{i=0}^{N-1} TRM_{T_i}^{T_{i+1}} \quad [2.4]$$

Donde  $TRM_{T_i}^{T_{i+1}}$  indica la imanación termorremanente parcial adquirida entre las temperaturas  $T_i$  y  $T_{i+1}$ . Si hacemos referencia a la imanación total  $TRM_{T_0}^{T_N}$ ,  $T_0$  se correspondería con la temperatura ambiente y  $T_N$  indicaría la máxima temperatura a la que se ha calentado la muestra.

Por tanto, interesa conocer la imanación asociada a cada tipo de grano (considerando mineral, forma y tamaño), ya que la imanación de cada uno puede haberse adquirido en momentos distintos o haber sufrido alteraciones diferentes. Sin embargo, esto no es accesible directamente de forma experimental; lo único que se puede medir es la imanación total. Por ello, la estrategia que se emplea es la de ir desimanando uno a uno los intervalos de temperatura que se establezcan para poder calcular la imanación eliminada a través de la diferencia de imanación entre dos pasos consecutivos. Si en el primer paso se ha calentado hasta una temperatura  $T_1$ , la muestra habrá perdido la contribución de  $TRM_{T_0}^{T_1}$  y su imanación será:

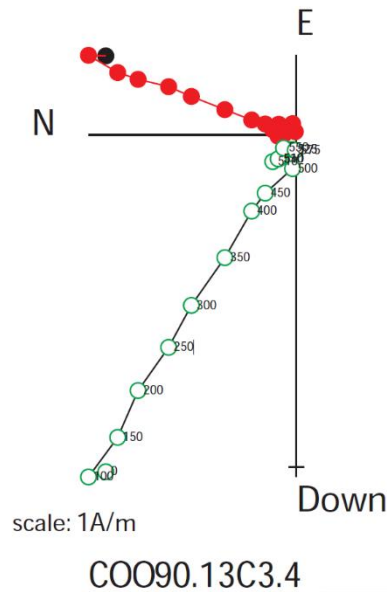
$$TRM_{tras\ desimanar\ hasta\ T_1} = TRM_{T_0}^{T_N} - TRM_{T_0}^{T_1} = \sum_{i=1}^{N-1} TRM_{T_i}^{T_{i+1}} \quad [2.5]$$

Y la imanación borrada se determina restando del paso anterior (en este caso la NRM total):

$$\left[ \sum_{i=0}^{N-1} TRM_{T_i}^{T_{i+1}} \right] - \left[ \sum_{i=1}^{N-1} TRM_{T_i}^{T_{i+1}} \right] = TRM_{T_0}^{T_1} \quad [2.6]$$

Del mismo modo puede determinarse la imanación de los granos asociados a cada uno de los intervalos de temperatura.

Las medidas realizadas después de cada paso de desimanación se suelen representar mediante sus proyecciones en los llamados diagramas de Zijderlveld (Zijderlveld, 1967), que pone de manifiesto la estructura de la imanación de las muestras (figura 2.7). Los puntos que forman una línea recta corresponden con granos imanados en la misma dirección, presumiblemente durante un mismo evento de enfriamiento. La existencia de varias rectas significa que se produjeron varios enfriamientos bajo campos magnéticos diferentes o que la muestra se movió durante el enfriamiento. Cada una de estas rectas se denomina componente y su ajuste permite determinar la dirección (declinación e inclinación) del campo magnético que existía durante el proceso de adquisición. Teniendo en cuenta todo lo explicado sobre la temperatura de bloqueo y la adquisición de TRM, las componentes con temperaturas de desbloqueo más bajas se habrán adquirido después que las de temperaturas altas. Combinando este principio con la información arqueológica se debe valorar cuáles de las componentes constituyen información útil y cuáles no. Por ejemplo, un fragmento cerámico reutilizado en la construcción de un hogar podría contener una componente de alta temperatura asociada a la cocción de la cerámica, otra asociada al uso del horno y una componente viscosa de baja temperatura en la dirección del campo actual, pero sólo la segunda podría proporcionar una dirección útil.



**Figura 2.7.** Ejemplo de diagrama de Zijderveld. En él se representan las proyecciones en los planos norte-este (puntos rojos rellenos) y norte-nadir (puntos verdes huecos) de la imanación remanente del espécimen analizado después de cada paso de calentamiento. El punto negro representa la NRM.

Además de térmicamente, la desimanación por pasos puede realizarse mediante campos alternos decrecientes. En este caso, en cada paso se desimana un conjunto de granos ferromagnéticos en un cierto intervalo de coercitividades. Este espectro de coercitividades será, en general, diferente del de temperaturas de desbloqueo, por lo que varias componentes que adquirieron una TRM en diferentes momentos pueden desimarse a la vez generándose diagramas curvos en los que las componentes no quedan completamente separadas. No obstante, si sólo existe una componente o cada componente está asociada a conjuntos de granos con distribuciones de coercitividades estrechas y bastante diferentes entre sí, este método proporciona buenos resultados. La desimanación por campos alternos tiene, además, la ventaja de que suele resultar más rápido que la desimanación térmica y que no produce alteraciones.

En el caso de que se sospeche que el material puede tener una anisotropía importante, será necesario determinar su elipsoide de anisotropía para corregir la dirección. En general, el efecto de la anisotropía suele ser pequeño, pero también existen casos en los que las correcciones pueden suponer del orden de  $10^\circ$  de diferencia en la inclinación a nivel de espécimen (Palencia-Ortas et al., 2017). Puesto que la anisotropía suele tener un efecto mucho más importante en la intensidad y el experimento para su determinación requiere de calentamientos en presencia de campo, el procedimiento se explica detalladamente en la sección 2.1.4.2, dedicada a los estudios de paleointensidad.

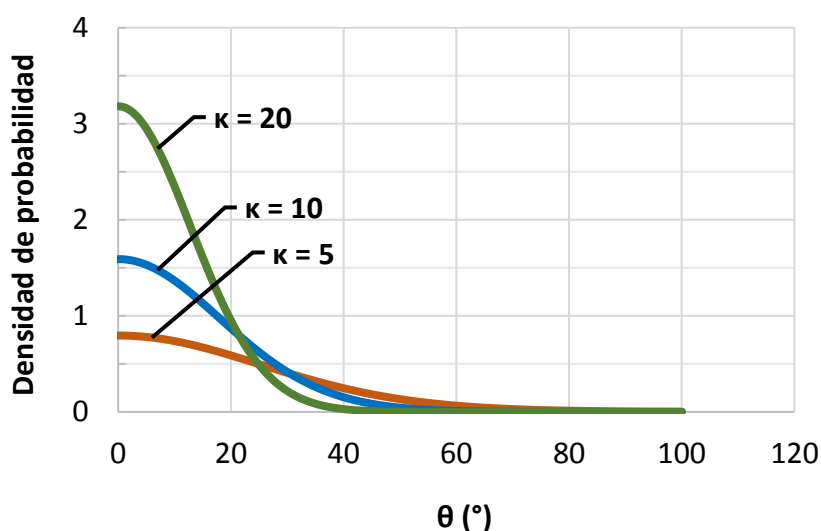
### 2.1.3.3. Tratamiento estadístico de los resultados

Tras haber calculado la dirección asociada a la componente de interés de cada uno de los especímenes, se calcula la dirección media de la estructura de la que provienen. La estructura debe entenderse como una unidad afectada por un mismo evento de calentamiento, de forma que todas las muestras extraídas de ella hayan adquirido su imanación en el mismo momento del pasado y bajo un mismo campo magnético. Cuando el número de especímenes investigados es diferente de una muestra a otra, puede ser recomendable realizar una media jerárquica, calculando la media de los especímenes de cada muestra y después la media de las muestras. Sin embargo, en ocasiones, el número de muestras que se pueden extraer es reducido y esta opción deja de ser viable.

La hipótesis básica con que se trabaja en el análisis estadístico de las direcciones paleomagnéticas es que éstas se distribuyen alrededor de la dirección real siguiendo una distribución de Fisher (figura 2.8), cuya función de densidad de probabilidad viene dada por la siguiente expresión:

$$p(\theta) = \frac{\kappa}{4\pi \sinh(\kappa)} e^{\kappa \cdot \cos \theta} \quad [2.7]$$

Donde  $p(\theta)$  es la probabilidad por unidad de ángulo sólido de que se produzca una dirección que diste un ángulo  $\theta$  de la dirección real y  $\kappa$  es el parámetro de precisión, que controla la dispersión de las direcciones.



**Figura 2.8.** Distribución de probabilidad de Fisher para diferentes valores del parámetro de precisión  $\kappa$ .

Experimentalmente, nosotros no seremos capaces de conocer la dirección real ni el parámetro de precisión, pero, a través de una muestra de direcciones medidas, podremos estimar ambas. El estimador que se utiliza para la dirección real es la dirección media, que debe calcularse como la dirección del vector promedio, considerando cada dirección como un vector unitario. Es decir, si las direcciones medidas son  $N$  pares de valores  $(D_i, I_i)$ , sus componentes  $(X_i, Y_i, Z_i)$  se obtienen considerando  $F = 1$  en las ecuaciones 1.1 a 1.3. El vector medio queda:

$$X_m = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^N X_i ; \quad Y_m = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^N Y_i ; \quad Z_m = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^N Z_i \quad [2.8]$$

Donde  $R$  es el módulo del vector  $\mathbf{R}$  resultante de la suma de todos los vectores unitarios:

$$\mathbf{R} = (R_x, R_y, R_z) = \left( \sum_{i=1}^N X_i, \sum_{i=1}^N Y_i, \sum_{i=1}^N Z_i \right) \quad [2.9]$$

La normalización por  $R$  asegura que  $(X_m, Y_m, Z_m)$  sea también unitario, aunque esto es indiferente para la obtención de la dirección media  $(D_m, I_m)$ , que puede calcularse aplicando las ecuaciones 1.4 y 1.5:

$$D_m = \text{atan} \left( \frac{Y_m}{X_m} \right) ; \quad I_m = \text{atan} \left( \frac{Z_m}{\sqrt{X_m^2 + Y_m^2}} \right) \quad [2.10]$$

Por otro lado, el mejor estimador para el parámetro de precisión ( $\kappa$ ) es  $k$ , que se calcula como:

$$k = \frac{N - 1}{N - R} \quad [2.11]$$

Puesto que  $R$  procede de la suma de  $N$  vectores unitarios, el máximo valor que puede tomar será  $N$ , en el caso de que todos los vectores sean paralelos, esto es, cuando la dispersión sea nula. En ese caso  $k$  se hace infinito. Por el contrario, si la dispersión es elevada,  $R$  será pequeño y  $k$  se aproximará a 1.

Por último, junto con la dirección media se proporciona un límite de confianza, que expresa una distancia angular máxima desde la dirección media dentro de la cual se encuentra la dirección real con un nivel de confianza  $1 - p$  determinado:

$$\cos \alpha_{1-p} = 1 - \frac{N - R}{R} \left[ \left( \frac{1}{p} \right)^{\frac{1}{N-1}} - 1 \right] \quad [2.12]$$

Habitualmente se utiliza un nivel de confianza del 95%. El límite de confianza puede entonces aproximarse como:

$$\alpha_{95} \approx \frac{140^\circ}{\sqrt{kN}} \quad [2.13]$$

## 2.1.4. Estudios de paleointensidad

### 2.1.4.1. Muestreo y preparación de muestras

Cuando se busca obtener datos de la paleointensidad del campo magnético, también son de interés las estructuras arqueológicas calentadas, especialmente aquellas que han alcanzado altas temperaturas durante largos periodos, como hogares y hornos. Puesto que la intensidad no depende de la orientación de las muestras, no se requiere que éstas permanezcan *in situ*, por lo que otros elementos sometidos a fuertes calentamientos como cerámicas, ladrillos cocidos o tejas también tienen potencial para los estudios de arqueointensidad. Si sólo se está interesado en la intensidad, la orientación de las muestras no es necesaria. La extracción y consolidación

de las muestras se realiza por los mismos procedimientos descritos para los estudios direccionales, aunque en el caso de cerámicas, ladrillos o tejas con frecuencia no necesitan ser consolidadas.

Antes del submuestreo conviene establecer una marca de orientación de referencia que, aunque no tenga ningún significado, permitirá comparar los resultados entre especímenes de la misma muestra. Además, es necesario que cada espécimen tenga una orientación para que su imanación se mida siempre en la misma posición. Cuando se trabaja con cerámicas, que suelen ser demasiado finas para obtener especímenes cúbicos de 2 cm de arista, se cortan pequeños fragmentos y se introducen en portamuestras. En nuestro caso se han utilizado portamuestras de cuarzo cilíndricos o cúbicos y se han fijado las muestras con fibra de vidrio. Los especímenes permanecen en el interior de su portamuestras hasta que finaliza todo el proceso de medida.

#### 2.1.4.2. Medidas de laboratorio

El método más extendido y aceptado para el cálculo de la paleointensidad es el de Thellier & Thellier (1959) y se basa en la relación que existe entre la intensidad del campo magnético y la imanación remanente que adquiere un material. Para granos monodominio, la teoría de Néel llega a la siguiente expresión (se puede encontrar su desarrollo en libros como el de Butler, 2004):

$$TRM = A_1 \cdot \tanh(A_2 H) \quad [2.14]$$

Donde  $A_1$  y  $A_2$  son parámetros que no dependen del campo magnético. Los valores típicos de  $A_2$  son algunos órdenes de magnitud menores que la unidad, lo que permite realizar la aproximación  $\tanh(x) \approx x$ . Agrupando los dos parámetros anteriores en uno nuevo ( $A$ ) se observa que la imanación remanente es proporcional al campo magnético:

$$TRM = A \cdot H \quad [2.15]$$

En nuestro caso, deseamos conocer el valor del campo  $H_{paleo}$  que actuó en el pasado. Es fácil medir la imanación de la muestra ( $TRM_{paleo}$ ), pero no es posible medir ni calcular la constante de proporcionalidad, que depende de parámetros microscópicos de los granos ferromagnéticos implicados. Sin embargo, sí se puede determinar la constante  $A$  si aplicamos a esa misma muestra un campo magnético conocido  $H_{lab}$  y medimos la imanación  $TRM_{lab}$  que se obtiene. Basta despejar  $A$  en la ecuación 2.15 aplicada a nuestro experimento en el laboratorio:

$$A = \frac{TRM_{lab}}{H_{lab}} \quad [2.16]$$

El campo magnético en el pasado podrá calcularse entonces sustituyendo este valor en la ecuación 2.15 para el paleocampo y despejando:

$$H_{paleo} = \frac{TRM_{paleo}}{TRM_{lab}} H_{lab} \quad [2.17]$$

Hay que tener presente que esta teoría sólo es válida para granos monodominio, por lo que la obtención de paleointensidades a partir de conjuntos de granos multidominio no queda justificada. La experiencia dice que los multidominios no son deseables y suelen generar comportamientos anómalos que impiden la obtención de la paleointensidad. Además, la anterior forma de calcular el paleocampo sólo es válida si se imparte un campo conocido sobre el mismo material, lo que significa que los minerales no se deben haber alterado en ningún momento desde la adquisición de su imanación en el pasado hasta la adquisición de la nueva imanación en el laboratorio.

El método de Thellier & Thellier (1959) consiste en una desimanación por pasos de temperatura creciente combinada con la adquisición de una TRM parcial bajo un campo conocido. Para ello, después de medir la NRM, los especímenes se calientan hasta una primera temperatura  $T_1$  y se enfrían en presencia de un campo magnético constante dirigido en la dirección de su eje Z (habitualmente). De esta forma, la fracción desimanada durante el calentamiento, adquiere una nueva imanación termorremanente parcial ( $TRM_{lab}^{T_1}$ ) asociada al campo aplicado en el laboratorio. Se mide entonces su imanación, que será:

$$TRM_{tras T_1 con campo en +Z} = TRM_{paleo}^{T_N} + TRM_{lab}^{T_1} \quad [2.18]$$

A continuación, se repite el proceso aplicando el campo en el sentido opuesto. Se mide de nuevo su imanación, que resulta:

$$TRM_{tras T_1 con campo en -Z} = TRM_{paleo}^{T_N} - TRM_{lab}^{T_1} \quad [2.19]$$

La semisuma de estas dos medidas proporciona la parte de la TRM natural del espécimen que no se desimana a la temperatura  $T_1$  ( $TRM_{paleo}^{T_N}$ ), mientras que su semidiferencia se corresponde con la imanación termorremanente parcial que ha adquirido en el laboratorio.

$$\frac{[TRM_{tras T_1 campo en +Z}] + [TRM_{tras T_1 campo en -Z}]}{2} = TRM_{paleo}^{T_N} \quad [2.20]$$

$$\frac{[TRM_{tras T_1 campo en +Z}] - [TRM_{tras T_1 campo en -Z}]}{2} = TRM_{lab}^{T_1} \quad [2.21]$$

Las sucesivas medidas de  $TRM_{paleo}^{T_N}$  para los diferentes pasos de temperatura constituyen la misma información que la que se obtenía durante una desimanación térmica sin campo para los estudios direccionales, por lo que, si las muestras fueron orientadas, también es posible obtener la dirección del paleocampo.

Para el cálculo de la paleointensidad, podría aplicarse la ecuación 2.17 directamente a cada  $TRM_{lab}^{T_i}$ :

$$H_{paleo} = \frac{TRM_{paleo}^{T_i}}{TRM_{lab}^{T_i}} H_{lab} \quad [2.22]$$

Sin embargo, eso proporcionaría muchas estimaciones de la intensidad por cada espécimen y es preferible obtener una sola teniendo en cuenta toda la información. Para ello, despejemos en la ecuación anterior:

$$TRM_{paleo} \frac{T_i}{T_0} = \frac{H_{paleo}}{H_{lab}} TRM_{lab} \frac{T_i}{T_0} \quad [2.23]$$

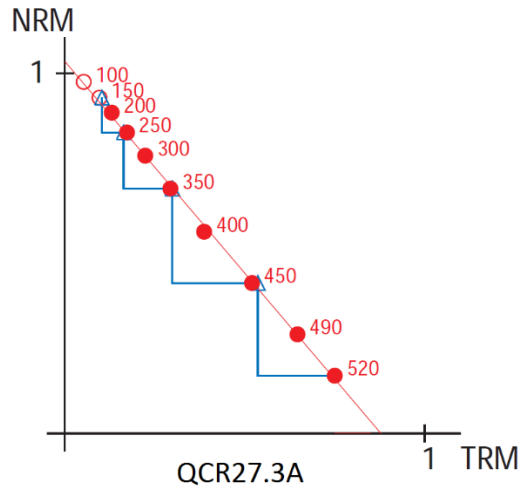
Y ahora restemos cada miembro a la NRM y dividamos también por la NRM (que es la  $TRM_{paleo} \frac{T_N}{T_0}$ ):

$$\frac{NRM - TRM_{paleo} \frac{T_i}{T_0}}{NRM} = \frac{NRM - \frac{H_{paleo}}{H_{lab}} TRM_{lab} \frac{T_i}{T_0}}{NRM} \quad [2.24]$$

De donde:

$$\left( \frac{TRM_{paleo} \frac{T_N}{T_i}}{NRM} \right) = 1 - \frac{H_{paleo}}{H_{lab}} \left( \frac{TRM_{lab} \frac{T_i}{T_0}}{NRM} \right) \quad [2.25]$$

Se puede representar entonces la fracción de NRM no desimanada (paréntesis izquierdo) frente a la TRM adquirida normalizada también por la NRM (paréntesis derecho). Los puntos que reflejen un comportamiento lineal se ajustan a una recta, cuya pendiente será  $m = -\frac{H_{paleo}}{H_{lab}}$ , que relaciona fácilmente el campo aplicado con el valor del paleocampo. Este tipo de representaciones (figura 2.9) se denominan diagramas de Arai (Nagata et al., 1963).



**Figura 2.9.** Ejemplo de diagrama de Arai de una muestra analizada en este trabajo. Se representa la fracción de NRM no desimanada frente a la TRM parcial adquirida en cada paso de calentamiento. La temperatura de cada paso se indica junto a cada punto en grados Celsius.

Existen algunas variaciones del método de Thellier original en las que, por ejemplo, sólo se aplica un campo en uno de los ciclos de calentamiento-enfriamiento, de forma que uno constituye una desimanación térmica normal y el otro imparte una TRM para el cálculo de la paleointensidad. En general todos se basan en los mismos principios que se han expuesto y son ampliamente aceptados por la comunidad científica.

Las desimanaciones por el método de Thellier o derivados conllevan muchos calentamientos. Esto facilita que se puedan producir alteraciones físico-químicas que modifiquen las características de los minerales ferromagnéticos presentes, lo cual invalidaría los resultados a

partir de ese momento. Para comprobar que no se están produciendo estas alteraciones, se realizan de forma rutinaria los llamados pTRM-checks o pruebas de termorremanencia parcial (introducidos también por Thellier & Thellier, 1959) cada pocos pasos de desimanación. Consisten en la repetición de un ciclo de calentamiento-enfriamiento a una temperatura correspondiente a un paso anterior para verificar que la imanación parcial que se adquiere es la misma que la que se adquirió cuando se llevó a cabo aquel paso.

Otro aspecto a tener en cuenta es la posible anisotropía magnética del material. Si bien en los estudios direccionales su efecto suele ser pequeño, en los estudios de paleointensidad se considera prácticamente imprescindible, especialmente en cerámicas y otros objetos y estructuras cuya manufactura puede inducir una alineación preferente de las partículas ferromagnéticas dentro del material. Matemáticamente, el efecto de la anisotropía se expresa como:

$$TRM = \chi_{TRM} B \quad [2.26]$$

Donde  $\chi_{TRM}$  es el tensor de anisotropía de la TRM y relaciona la imanación remanente adquirida con el campo que la genera.  $\chi_{TRM}$  será una matriz 3 x 3 simétrica, es decir, con 6 elementos independientes. Para calcular este tensor y poder revertir su efecto a la hora de calcular el paleocampo, es necesario realizar un experimento específico. El procedimiento descrito por Veitch et al. (1984) consiste en impartir una pTRM en seis direcciones diferentes. Para ello se aplica un mismo campo magnético en los sentidos positivo y negativo de los tres ejes de la muestra en diferentes ciclos de calentamiento-enfriamiento. La forma en que se calcula y corrige el efecto del tensor de anisotropía de la TRM puede consultarse, por ejemplo, en Tauxe et al. (2018).

Para que el tensor de anisotropía que se estudie sea representativo de los minerales que participan en la imanación remanente que nos interesa, es necesario que el experimento se realice a una temperatura suficiente como para que la mayoría de los minerales se encuentren desbloqueados. Sin embargo, es habitual que las altas temperaturas comiencen a generar alteraciones físico-químicas, sobre todo teniendo en cuenta que el experimento consta de seis calentamientos. Por esto, la determinación del tensor de anisotropía de la TRM suele realizarse a una temperatura a la que los especímenes ya se han desimanado en torno a un 70 %.

Es importante remarcar que la anisotropía debe estudiarse y corregirse a nivel de espécimen, porque las heterogeneidades de los materiales producen diferentes grados e incluso orientaciones de la anisotropía.

#### **2.1.4.3. Tratamiento estadístico de los resultados**

En el caso de los estudios de paleointensidad, los resultados se analizan mediante la estadística gaussiana. La paleointensidad real se estima mediante la media aritmética de las paleointensidades obtenidas de los especímenes individuales y su dispersión, mediante el cálculo de la desviación estándar. Estos dos valores, media y desviación estándar son los que suelen reportarse al finalizar un estudio de paleointensidad.



## 2.2. Análisis de series temporales

Una de las mejores aproximaciones de estudiar el sistema dinámico que genera el campo magnético terrestre es a través del análisis de la evolución de diferentes magnitudes a lo largo del tiempo, es decir, a través del análisis de series temporales. A continuación se describen algunos conceptos que se utilizarán en el capítulo 5 para analizar este tipo de series.

### 2.2.1. Información mutua

La información mutua es una medida de la dependencia entre dos variables aleatorias o, dicho de otro modo, cuantifica cuánta información proporciona el hecho de conocer el valor de una de ellas sobre el valor que toma la otra.

Sea  $X$  una variable aleatoria que toma valores  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  con una probabilidad  $P(x_i)$  en cada caso y sea  $Y$  otra variable aleatoria que toma valores  $y_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$  con una probabilidad  $P(y_j)$ . La información mutua ( $MI$ ) entre dos valores  $x_i$  e  $y_j$  de estas variables se define como:

$$MI(x_i, y_j) = \log \left( \frac{P(x_i|y_j)}{P(x_i)} \right) \quad [2.27]$$

Donde  $P(x_i|y_j)$  representa la probabilidad condicionada de que la primera variable tome el valor  $X = x_i$  una vez que la segunda ya ha tomado un valor  $Y = y_j$ .

Cuando se habla de la información mutua entre dos variables aleatorias (o dos series temporales), se está haciendo referencia a la información mutua media, es decir, la media de la información mutua entre todos los pares de valores que toman ambas variables ponderada por la probabilidad de que ambos valores ocurran simultáneamente:

$$MI(X, Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(x_i, y_j) \cdot MI(x_i, y_j) \quad [2.28]$$

Lo que es equivalente a

$$MI(X, Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(x_i, y_j) \cdot \log \left( \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} \right) \quad [2.29]$$

Dada una única serie temporal  $X(t)$  se puede calcular una “función de auto-información mutua” de forma análoga a como se relaciona la función de autocorrelación con la correlación entre dos series. Por la apariencia contradictoria del nombre se llamará simplemente función de información mutua. Para calcularla, se definen las series auxiliares  $X'_\tau(t) = X(t + \tau)$  y la función de información mutua toma valores en función de ese desfase  $\tau$ :

$$MI(X, \tau) = MI(X, X'_\tau) \quad [2.30]$$

Esta función tomará valores elevados para desfases pequeños y se irá reduciendo con el tiempo, puesto que conocer el valor de  $X$  en un instante proporciona bastante información sobre los valores que tomará en un futuro próximo, pero conforme nos alejemos en el tiempo, menor será la información que suponga.

A la hora de calcular la información mutua de una serie temporal de una variable continua, es necesario discretizar los valores que ésta puede tomar. Para ello se divide el rango que abarcan los datos en un cierto número de intervalos (bins) iguales y se sustituye cada dato por el valor

central del intervalo en el que cae. Es importante seleccionar un número de intervalos suficiente para describir adecuadamente la distribución de probabilidad que siguen los datos, pero sin que sea demasiado elevado y comience a recoger las fluctuaciones aleatorias producto del muestreo. Para ello, se ha utilizado el algoritmo optBINS, que prueba diferentes números de intervalos y busca el que maximiza el logaritmo de la probabilidad posterior (Knuth, 2013). De esta forma se busca que el número de intervalos elegido proporcione la información tras la discretización de los datos.

## 2.2.2. Reconstrucción del espacio de fases a partir de una serie temporal.

### Teorema de Takens

Con frecuencia, los sistemas dinámicos que se quieren estudiar resultan inaccesibles directamente o son demasiado complejos para establecer su dinámica y la única información disponible consiste en series temporales de los valores de ciertos observables relacionados con el sistema. El Teorema de Takens (1981) establece cómo es posible obtener, a partir de estas series temporales, una reconstrucción de la trayectoria del sistema en su espacio de fases que mantiene ciertas propiedades de interés.

Sea  $S$  un sistema dinámico autónomo que posee un atractor contenido en una variedad matemática  $D$ -dimensional suave y cuyo estado queda determinado conociendo un conjunto de variables  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3 \dots)$  que evoluciona en el tiempo según ecuaciones deterministas:

$$\dot{\mathbf{v}} = f(\mathbf{v}) \quad [2.31]$$

Sea  $x$  una de esas variables cuya evolución es conocida en términos de una serie temporal infinita de datos equiespaciados en el tiempo:

$$x_1, x_2, x_3, \dots \quad [2.32]$$

Los llamados vectores de retardo en  $d$  dimensiones se calculan entonces como:

$$y_i(d) = (x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, \dots, x_{i+(d-1)\tau}), \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad [2.33]$$

Donde  $d$  es la dimensión de inmersión o de incrustación (*embedding dimension*) de la reconstrucción y  $\tau$  es un desfase arbitrario.

El teorema establece que la secuencia de vectores de retardo constituye una reconstrucción equivalente (homeomorfa) del atractor original si se utiliza una dimensión de inmersión para la reconstrucción de  $d = 2D + 1$ . El valor de  $D$  es el menor número natural mayor que la dimensión fractal del atractor. Esta condición para la dimensión de inmersión también se conoce como teorema de Mañé (1981). La mínima dimensión  $d$  necesaria para que la reconstrucción sea equivalente al atractor original puede ser menor que la que requiere el teorema anterior, aunque al menos igual a  $D$ .

El teorema de Takens exige que el sistema sea autónomo, es decir, que la función  $f$  en la ecuación 2.31 no dependa explícitamente del tiempo. No obstante, es posible transformar un sistema no autónomo en autónomo incluyendo una nueva dimensión para el tiempo. Por otro lado, el teorema supone que la serie temporal es infinita y sus valores son exactos. En la realidad, estas condiciones son imposibles de satisfacer, puesto que cualquier serie será finita y sus valores se habrán medido con una precisión limitada y estarán afectados por algún tipo de ruido. Afortunadamente, los resultados del teorema de Takens pueden extenderse a sistemas con ruido e incluso afectados por un forzamiento externo bajo ciertas condiciones (Stark et al., 1997;

Stark, 1999). Además, en muchos casos no se conocen cuáles son las variables de estado del sistema y la serie que se elige para realizar la reconstrucción es la correspondiente a un observable cualquiera por el mero hecho de disponer de ella. En general, si el observable es íntimamente dependiente de una o varias de las variables de estado, contendrá la información suficiente para que la reconstrucción sea válida.

## Capítulo 3

### Actualización de la base de datos arqueomagnética de Iberia y PSVC de los últimos 3000 años.

---

El estudio de materiales arqueológicos calentados y bien datados proporciona información sobre la evolución del campo magnético de la Tierra en el pasado. Dependiendo de la distribución espaciotemporal de los artefactos arqueológicos, el campo geomagnético puede analizarse a escala local por medio de curvas de variación paleosecular (PSVCs, p. ej., Genevey et al., 2016; Gómez-Paccard et al., 2016; Hervé et al., 2013a, 2013b; Tema et al., 2017) o a escala regional o global a través de reconstrucciones del campo paleomagnético (p. ej., Constable et al., 2016; Pavón-Carrasco et al., 2009; Pavón-Carrasco, et al., 2014a,b). Además, estas PSVCs y modelos permiten datar el momento del último enfriamiento de otras estructuras arqueológicas comparando el campo magnético que produjo la imanación de ese material con la evolución conocida del campo geomagnético en esa región. Esta técnica de datación se llama datación arqueomagnética (p. ej., Aitken, 1970; Watanabe, 1958) y su uso está ampliamente extendido en la actualidad en las zonas y periodos temporales en los que la precisión de las curvas lo permiten.

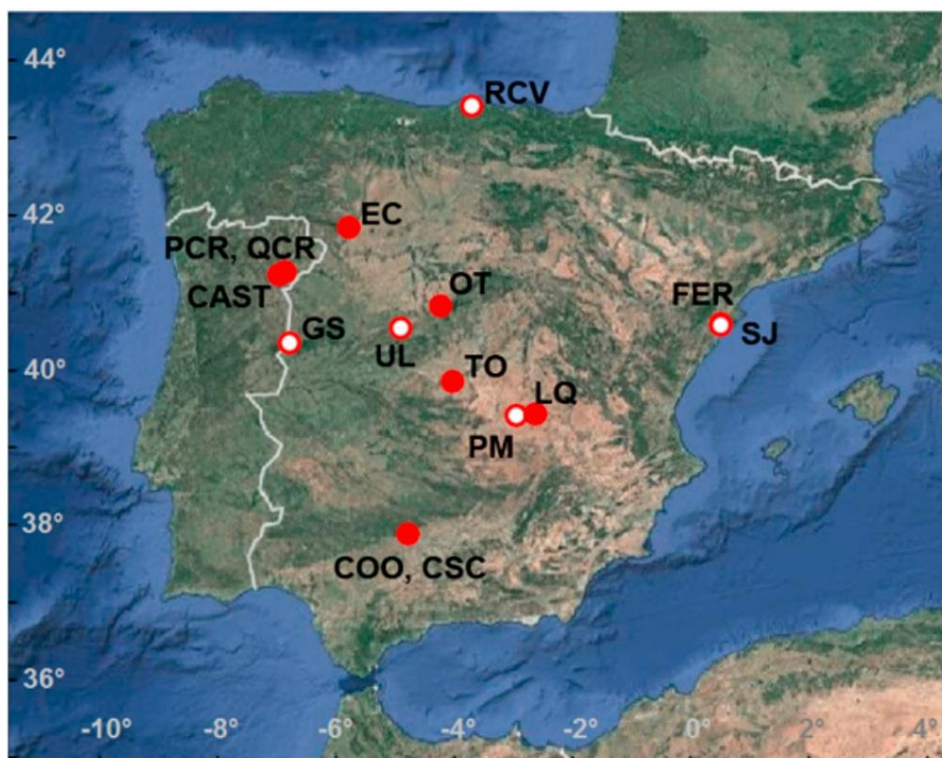
Desde 1981, cuando se desarrolló la primera PSVC (Thellier, 1981), centrada en París, se han construido diversas curvas utilizando diferentes técnicas para distintas regiones de Europa. A pesar de que España y Portugal cuentan con una gran cantidad de yacimientos arqueológicos de diferentes épocas que son apropiados para su estudio arqueomagnético, los primeros estudios sistemáticos no comenzaron hasta 1998 con los trabajos que dieron lugar a la tesis doctoral de Núñez (2005) en la que se incluía una primera curva preliminar direccional de Iberia. En 2006 se publicó la primera compilación de una base de datos arqueomagnéticos de Iberia (Gómez-Paccard, et al., 2006a) junto con una PSVC direccional centrada en Madrid (Gómez-Paccard, et al., 2006b) que cubría el periodo desde 775 a.C. hasta 1959 d.C. Esta curva se construyó a partir de 63 direcciones arqueomagnéticas de España, 63 de Francia y 9 del norte de Marruecos. Cabe mencionar que, para la época prerromana, esta curva sólo se basa en datos franceses. En un reciente estudio, Palencia-Ortas et al. (2017) proporcionaron 31 nuevos datos direccionales procedentes de yacimientos portugueses con edades desde el Bronce tardío hasta la época romana y presentaron una curva direccional actualizada para el periodo desde 1200 a.C. hasta 200 d.C. La mayoría de los datos de este último estudio proceden de hornos y hogares de la segunda Edad del Hierro. Además, durante la última década se ha llevado a cabo un importante esfuerzo para mejorar la base de datos direccional de Iberia, aportándose 66 nuevas direcciones arqueomagnéticas (Carrancho et al., 2013; Catanzariti et al., 2012; Gómez-Paccard et al., 2012, 2013; Osete et al., 2016, Palencia-Ortas et al., 2017; Prevosti et al., 2013; Ruiz-Martínez et al., 2008). A pesar de ello, algunos periodos estaban poco representados en la base de datos. Éste es el caso de la llamada Edad Oscura (s.V al s.IX) y del periodo anterior al 300 a.C.

En cuanto a la paleointensidad, los datos de Iberia disponibles han sido utilizados en la construcción de algunas PSVCs para el oeste de Europa (p. ej., Gómez-Paccard, et al., 2006b, 2008, 2012, 2016), pero hasta este trabajo (Molina-Cardín et al., 2018) no existía ninguna curva centrada en Iberia. La mayoría de las curvas para el oeste de Europa toman París como punto

de referencia, por lo que incluyen principalmente datos procedentes de yacimientos franceses (Gómez-Paccard et al., 2016; Hervé et al., 2013a, 2013b; Hervé & Lanos, 2017). El primer estudio de arqueointensidad en la Península Ibérica fue realizado por Kovacheva et al. (1995) en un horno cerámico romano de Calahorra (La Rioja), del que Parés et al. (1993) ya habían publicado un estudio direccional. Posteriormente, Nachasova et al. (2002) y Burakov et al. (2005) estudiaron fragmentos de cerámica con edades entre 5000 a.C. y 1000 a.C., obteniendo 50 nuevos datos de arqueointensidad. Gómez-Paccard, et al. (2006c) y Gómez-Paccard et al. (2008) llevaron a cabo estudios sistemáticos de paleointensidad en yacimientos de la Península Ibérica de los últimos 2000 años. Estos estudios incrementaron la base de datos en 24 nuevas estimaciones de intensidad. Nachasova et al. (2007a), Nachasova et al. (2007b) y Nachasova y Burakov (2009) estudiaron fragmentos cerámicos de España y Portugal, incorporando a la base de datos 72 nuevos datos desde el Neolítico hasta la época prerromana. Para los tres últimos milenios, otros 31 nuevos datos se han obtenido en la última década gracias a los estudios de Hartmann et al. (2009), Nachasova & Burakov (2012), Catanzariti et al. (2012), Gómez-Paccard et al. (2012, 2013, 2016) y Osete et al. (2016).

Uno de los principales problemas de la base de datos de arqueointensidad de Iberia es la calidad de los datos. Esto no es algo específico de esta base de datos, sino que también afecta a la base de datos de paleointensidad global (Genevey et al., 2008). Según los requerimientos estándares en los estudios de paleointensidad (p. ej., Genevey et al., 2008; Pavón-Carrasco et al., 2014b), el 48 % de las arqueointensidades de la base de datos de Iberia para los últimos 3 milenios pueden ser considerados de alta calidad. De este 48 %, el 81 % se concentra en los dos últimos milenios (ver Gómez-Paccard et al., 2016). Para el primer milenio a.C., antes de la época romana, la mayoría de los datos están basados en el estudio de un único espécimen y no incluyen la determinación de los efectos de la anisotropía de la termorremanencia (ATRM). Para obtener estimaciones fiables, este efecto debe ser corregido a nivel de espécimen, puesto que puede ser muy variable de un espécimen a otro, incluso dentro de la misma muestra. La ATRM puede ser especialmente alta en cerámicas y tejas, alcanzando altos factores de corrección de más del 70 % en algunos casos (e.g., Chauvin et al., 2000; Genevey et al., 2008; Osete et al., 2016). De los 15 datos de arqueointensidad que existen para el primer milenio a.C., sólo 3 de ellos cumplen los criterios de calidad.

A continuación se muestra el análisis de un total de 28 estructuras procedentes de 5 yacimientos arqueológicos de España y 3 de Portugal. El principal objetivo consiste cubrir en la medida de lo posible los principales vacíos de la base de datos de Iberia así como construir la primera curva vectorial (de los tres elementos D, I, F) de Iberia para los últimos 3 milenios. Su distribución espacial se muestra en la figura 3.1. Las edades de los yacimientos estudiados abarcan desde el s.XI a.C. hasta el s.XIX d.C. Los resultados de este estudio aparecen recogidos en Molina-Cardín et al. (2018), Osete et al. (2018), Rivero et al. (2016), Molina-Cardín et al. (2016a) y Campuzano et al. (2016).



**Figura 3.1.** Localización de los yacimientos arqueológicos estudiados que se describen en este capítulo (puntos rojos) y resto de yacimientos analizados en Molina-Cardín et al. (2018) (puntos blancos) utilizados también a partir de la sección 3.6 para la construcción de la PSVC de Iberia.

### 3.1. Descripción de los yacimientos y métodos de muestreo

#### 3.1.1. Yacimientos arqueológicos investigados

##### Castelinho (CAST)

Este yacimiento está localizado en Felgar (Torre de Moncorvo, norte de Portugal), en lo alto de un acantilado sobre el río Sabor, con una vista privilegiada del área circundante (Santos et al., 2012). El proyecto de construcción de la presa del río Sabor obligó a realizar excavaciones de emergencia, dirigidas por José Carlos Sastre Blanco, descubriéndose varias estructuras de combustión. En 2013 se muestrearon tres hornos datados por termoluminiscencia y los resultados direccionales obtenidos de su estudio fueron publicados por Palencia-Ortas et al. (2017). Aquí se recogen los resultados correspondientes al estudio de paleointensidad. Aprovechando el conocimiento disponible del estudio anterior sobre las propiedades magnéticas de las muestras y su comportamiento durante la desimanación térmica de la NRM, se seleccionaron para el estudio de la paleointensidad especímenes que sólo contenían la parte más superficial de las muestras, que comprendían los primeros 0.5 a 1 cm. Se trata de la parte que alcanzó mayores temperaturas y que presentó una mayor estabilidad durante el tratamiento térmico en el laboratorio. En total, se han estudiado cinco muestras de mano (6 especímenes) de CASTA3 ( $1100 \pm 200$  a.C.), una muestra (4 especímenes) de CASTA1 ( $900 \pm 200$  a.C.) y una muestra (6 especímenes) de CASTB1 ( $190 \pm 150$  a.C.). En la actualidad, el yacimiento se encuentra ya inundado.

## Povoado de Crestelos (PCR) y Quinta de Crestelos (QCR)

Estos yacimientos se encuentran en la margen izquierda del río Sabor, en Mogadouro (norte de Portugal). Povoado de Crestelos se emplaza en la cima de una empinada colina y Quinta de Crestelos se extiende por su base. Entre ambos yacimientos se encontró un gran número de estructuras de combustión de diferentes cronologías durante las excavaciones dirigidas por José Carlos Sastre Blanco y Javier Larrazábal. Los resultados arqueomagnéticos direccionales obtenidos de 28 hornos y hogares (12 de PCR y 16 de QCR) fueron publicados recientemente (Palencia-Ortas et al., 2017). En este capítulo se presentan los resultados de arqueointensidad de 7 hornos datados entre los siglos V a.C. y II d.C por carbono-14 (PCR17, PCR21 y QCR27) o termoluminiscencia (PCR23, PCR30, QCR13 y QCR28). Se seleccionaron para su estudio una muestra de mano (2 especímenes) de PCR17 ( $28 \pm 78$  a.C.), tres (6 especímenes) de PCR21 ( $293 \pm 93$  a.C.), tres (6 especímenes) de PCR23 ( $300 \pm 150$  a.C.), cuatro (6 especímenes) de PCR30 ( $30 \pm 100$  d.C.) y cinco muestras (6 especímenes) de cada una de las estructuras de QCR analizadas (QCR13,  $170 \pm 120$  a.C.; QCR27,  $275 \pm 85$  a.C. y QCR28,  $60 \pm 130$  a.C.). Al igual que con las muestras de CAST, se seleccionaron especímenes que contuviesen exclusivamente la capa de 0.5-1 cm exterior para evitar alteraciones térmicas. Estos yacimientos también se han visto afectados por la construcción de la presa del río Sabor y se encuentran actualmente anegados.

## El Castellón (EC)

El Castro de El Castellón se encuentra situado en lo alto de un promontorio que se corta abruptamente hacia el río Esla a la altura de Santa Eulalia de Tábara (Zamora, España). Las excavaciones dirigidas por José Carlos Sastre Blanco desde 2007 han revelado diversas estructuras de combustión datadas entre los siglos V-VI d.C. por relaciones arqueológicas y carbono-14 (Sastre Blanco, 2017). Los suelos de cuatro hornos (EC1 – EC4) fueron muestreados en 2013, junto con una colección de ladrillos y tejas (ECL) no orientados. Las muestras de mano de EC3 y EC4 se recogieron empleando la técnica de la escayola, mientras que en las otras estructuras se orientó directamente la superficie superior, que estaba bien preservada y era plana y poco inclinada. En el caso de la estructura EC1, existían dos niveles diferentes, y al retirar las muestras del superior (EC1s) se hacían visibles las del nivel inferior (EC1i). Estos dos niveles se atribuyen a diferentes etapas, aunque próximas en el tiempo, entre las cuales el horno fue reparado. EC1 y EC2 eran hornos bien conservados de en torno a 1 m de diámetro que se encontraron en dos esquinas contiguas de una misma habitación (figura 3.2b). Estas estructuras pertenecen al mismo nivel estratigráfico, datado arqueológicamente del  $525 \pm 25$  d.C. De ellas se han obtenido y analizado siete muestras de mano de EC1s (10 especímenes), 12 de EC1i (14 especímenes) y 7 de EC2 (21 especímenes). Las estructuras EC3 y EC4 pertenecen a una fase posterior ( $550 \pm 50$  d.C.) según la información arqueológica. Se trata de dos pequeños hogares peor conservados que los anteriores de los que se han estudiado 4 muestras de mano de EC3 (14 especímenes) y 3 de EC4 (10 especímenes). Adicionalmente, se analizaron 3 ladrillos y tejas no orientados asociados a una fase de ocupación anterior ( $475 \pm 25$  d.C.), utilizándose 7 especímenes de ECL1, 7 de ECL2 y 5 de ECL3.

En 2014 se descubrió un gran horno circular (EC5) de unos 2 m de diámetro perteneciente al mismo nivel estratigráfico que EC1 y EC2. Presentaba tres capas de losas de ladrillo. Se pudo analizar una única losa de la superior (EC5A; 12 especímenes) y otra de la capa inferior (EC5C; 6 especímenes). Por debajo del nivel del suelo de la habitación en que se encontraba esta estructura, se encontró el esqueleto de ovicáprido cuya datación por carbono-14 ( $425-595$  d.C.) es consistente con la datación arqueológica previa del estrato.

Durante excavaciones posteriores, en 2016, se descubrió un pequeño hogar en mal estado de conservación (EC6) que fue también muestreado mediante escayola y vendas debido a su baja consistencia, recogiendo 10 muestras de mano (76 especímenes). La edad de esta estructura no está del todo clara y las investigaciones arqueológicas aún se encuentran en curso. Los resultados direccionales de esta estructura se han utilizado para datarla a partir de la nueva PSVC para Iberia.

#### Otero de Herreros (OT)

El yacimiento arqueológico del Cerro de los Almadenes está relacionado con la explotación de una mina de metal y procesos metalúrgicos junto a la localidad de Otero de Herreros (Segovia, España). Durante las excavaciones dirigidas por Mariano Ayarzagüena, se descubrió un conjunto de 5 hornos metalúrgicos coetáneos, datados por termoluminiscencia del  $529 \pm 86$  d.C. (Salas Álvarez et al., 2014). Dos de esos hornos fueron muestreados utilizando escayola en noviembre de 2014. Se obtuvieron para su estudio dos muestras de mano de las paredes de OT1 (14 especímenes) y una de OT4 (9 especímenes), además de 3 fragmentos no orientados (5 especímenes) del suelo de OT4. Ambas estructuras se han analizado conjuntamente para obtener un único dato arqueomagnético para este yacimiento.

#### Las Ollerías (COO)

Localizado en la zona norte del área amurallada de Córdoba (España), constituye el área cerámica más importante de la ciudad islámica, cuya actividad perduró hasta épocas modernas (Molina, 2004; Molina & Salinas, 2013). El yacimiento de Las Ollerías se descubrió durante la construcción de un nuevo edificio en el número 31 de la Avenida de Las Ollerías de Córdoba. Las excavaciones de emergencia en 2004, dirigidas por Antonio Molina Expósito, revelaron 17 hornos de producción cerámica (Molina, 2004). Algunos de ellos fueron muestreados en marzo de 2004 y cuatro de ellos (COO62, COO88, COO90 y COO94) se estudiaron arqueomagnéticamente (figura 3.2a). Estos hornos se dataron en base a los restos cerámicos encontrados. La estructura COO62 ( $1200 \pm 100$  d.C.) consiste en un horno de barras circular de 2.5 m de diámetro. COO88 ( $1200 \pm 100$  d.C.) es un horno circular más pequeño que cubre parcialmente COO90. De COO90 ( $950 \pm 50$  d.C.), otro horno circular, sólo se conservaba parte de la estructura: la cámara de combustión. COO94 ( $1200 \pm 100$  d.C.) es un horno circular de 1.8 m de diámetro que se encontraba muy bien conservado. El muestreo se realizó mediante escayola, empleando vendas cuando los materiales estaban menos consolidados. Se han analizado 8 muestras de mano (8 especímenes) de cada estructura, excepto de COO88, de la que sólo se disponía de 6 muestras (6 especímenes).

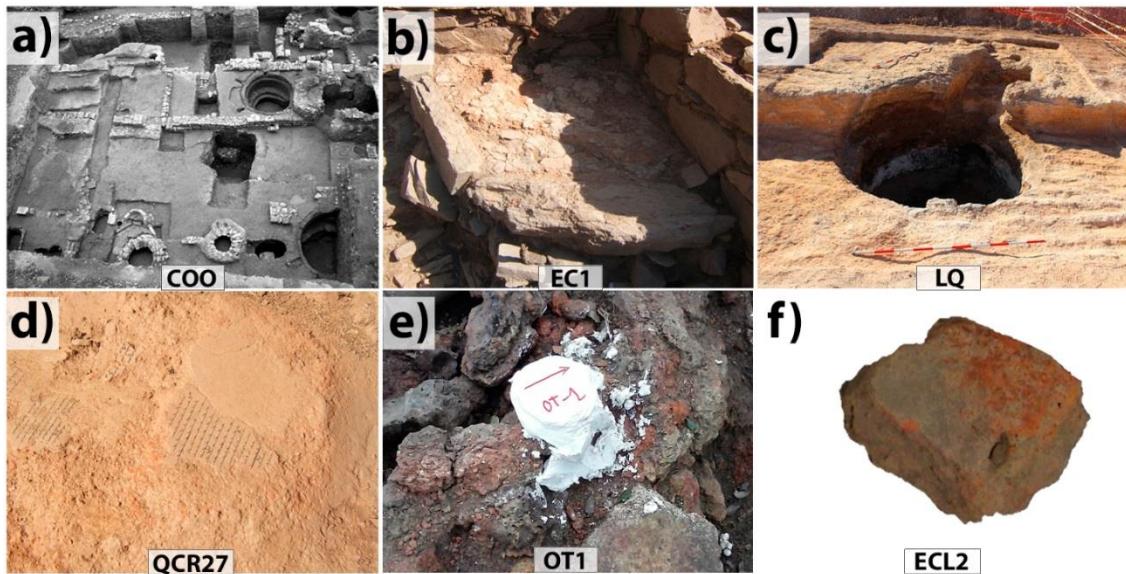
#### Centro de Toledo (TO)

Durante unas obras de remodelación en el casco antiguo de Toledo (Spain), se descubrieron cinco hornos cerámicos que fueron muestreados en enero de 2006. Las investigaciones arqueológicas sólo pudieron dar una edad aproximada de estas estructuras, situándolas entre los siglos XVI y XVIII d.C. Debido a la falta de precisión de la datación disponible, estos hornos se han datado arqueomagnéticamente utilizando la nueva PSVC, por lo que no han sido considerados en la construcción de la misma. Se han analizado tres muestras de mano de TO1 (9 especímenes), diez de TO2 (10 especímenes), siete de TO3 (18 especímenes), ocho de TO4 (8 especímenes) y diez de TO5 (10 especímenes).



### Los Quemados (LQ)

La construcción de una canalización subterránea en la localidad de Las Pedroñeras (Cuenca, España) llevó al descubrimiento de un gran horno de cal. Se llevaron a cabo excavaciones de emergencia y la estructura fue muestreada en marzo de 2016. El horno tenía unos 2.5 m de diámetro y otros 2.5 m de profundidad (figura 3.2c). Se han analizado 13 muestras (39 especímenes) de las paredes del horno para la determinación de la dirección arqueomagnética. Adicionalmente, se ha estudiado la paleointensidad en otros 15 especímenes de 5 muestras. Las excavaciones no revelaron ningún resto que ayudase a concretar la edad de la estructura, por lo que se ha datado arqueomagnéticamente empleando la nueva PSVC.



**Figura 3.2.** Estructuras representativas estudiadas (a-e) y ejemplo de muestra no orientada investigada (f).

### 3.1.2. Métodos de muestreo

La mayoría de las estructuras muestreadas han sido hornos u hogares, aunque también se han investigado algunos ladrillos y tejas (EC, figura 3.2f). Se ha utilizado escayola en muchas de las estructuras, usando además vendas cuando los materiales no se mostraban bien consolidados (p. ej., EC6). Se generó un plano horizontal y se marcó el norte magnético sobre él (figura 3.2e) después de comprobar que la brújula magnética no era perturbada por la estructura arqueológica. En este caso, se utilizó el modelo IGRF-12 (Thébault et al., 2015) para corregir la declinación magnética. Algunos materiales presentaban una superficie no porosa que impedía la adherencia de la escayola. En estos casos, se utilizó la cara superior como plano horizontal de referencia (figura 3.2d; ver Palencia-Ortas et al., 2017). En los pocos casos en los que se detectaron pequeñas inclinaciones de las estructuras (probablemente debido a su fragmentación), esta inclinación se midió junto con su dirección para poder ser corregida posteriormente (CAST, PCR, QCR, EC).

Las muestras de arcilla quemada procedentes de los suelos de hornos y hogares se consolidaron en una solución de silicato de sodio (waterglass) antes y en algún punto intermedio del proceso de submuestreo en el laboratorio. Por el contrario, la mayoría de los ladrillos (EC5) y tejas (ECL1) eran suficientemente duros y no hizo falta consolidarlos. Tanto las muestras orientadas como los ladrillos no orientados se cortaron en especímenes cúbicos de 2 cm de arista. Los pequeños fragmentos (aproximadamente cúbicos de 1 cm de arista) de la superficie externa de las muestras de PCR, QCR y CAST que se utilizaron para estudios de paleointensidad se prepararon introduciéndolos en cilindros de cuarzo, fijándolos con ayuda de lana de cuarzo y unas gotas de waterglass.

### **3.2. Medidas de laboratorio**

Todas las medidas fueron llevadas a cabo en los laboratorios de paleomagnetismo de la Universidad Complutense de Madrid (España) y de la Universidad de Rennes 1 (Francia). Los estudios de magnetismo de rocas incluyen una serie de experimentos con el objetivo de clasificar los portadores de la remanencia magnética. Estas medidas incluyen: ciclos de histéresis, curvas de adquisición de imanación remanente isoterma (IRM) y desimanación de esta IRM mediante la impartición de otra IRM en sentido opuesto (back-field IRM). Todos estos experimentos se realizaron empleando un espectrómetro de coercitividad (Jasonov et al., 1998) con un campo máximo de 500 mT. También se realizaron algunos ciclos de histéresis con una balanza de traslación de campo variable (VFTB, Variable Field Translation Balance) de Petersen Instruments Magnetic Measurements, con un campo máximo de 1 T. También se han realizado curvas termomagnéticas midiendo la susceptibilidad a bajo campo en función de la temperatura para identificar transiciones de fase de los minerales magnéticos, como el punto de Néel o la temperatura de Curie de los portadores de la remanencia. El calentamiento alcanzó hasta los 700 °C, enfriando la muestra posteriormente hasta la temperatura ambiente, todo ello en una atmósfera inerte de argón para minimizar las alteraciones químicas. Para la medida de las curvas termomagnéticas se empleó un KLY-4S provisto con un horno de alta temperatura fabricado por Agico. Algunas curvas termomagnéticas adicionales se llevaron a cabo utilizando la VFTB mencionada anteriormente, realizando medidas con un campo aplicado de 1 T y calentando y enfriando en aire. Por último, también se realizaron experimentos de desimanación térmica de componentes de IRM ortogonales o test de Lowrie (Lowrie, 1990) en muestras seleccionadas de cada yacimiento. Los campos empleados para la impartición inicial de las IRM fueron 2 T, 0.6 T y 0.2 T para los diferentes ejes, empleándose para ello un Imanador de pulsos ASC Scientific IM-10-30. La desimanación se realizó en hornos fabricados por Magnetic Measurements (MMTD80 o MMTDSC) y la imanación remanente se midió mediante un magnetómetro rotatorio Minispin (fabricado por Molspin).

Todo el protocolo de desimanación por el método de Thellier & Thellier (1959) se llevó a cabo utilizando los hornos MMTD80 y MMTDSC en Madrid y el horno *Ramsès* en Rennes (este último fabricado por el grupo de paleomagnetismo de la Universidad de Rennes 1). La anisotropía de la termorremanencia (ATRM) se ha estimado a nivel de espécimen mediante la determinación del elipsoide de ATRM siguiendo el método descrito por Veitch et al. (1984) y Chauvin et al. (2000). La desimanación térmica por pasos se realizó utilizando los hornos de Magnetic Measurements antes mencionados y la desimanación por campos alternos decrecientes, mediante el uso de un GSD-5 alternating field tumbling demagnetizer (de la marca Schonstedt). Las medidas de la

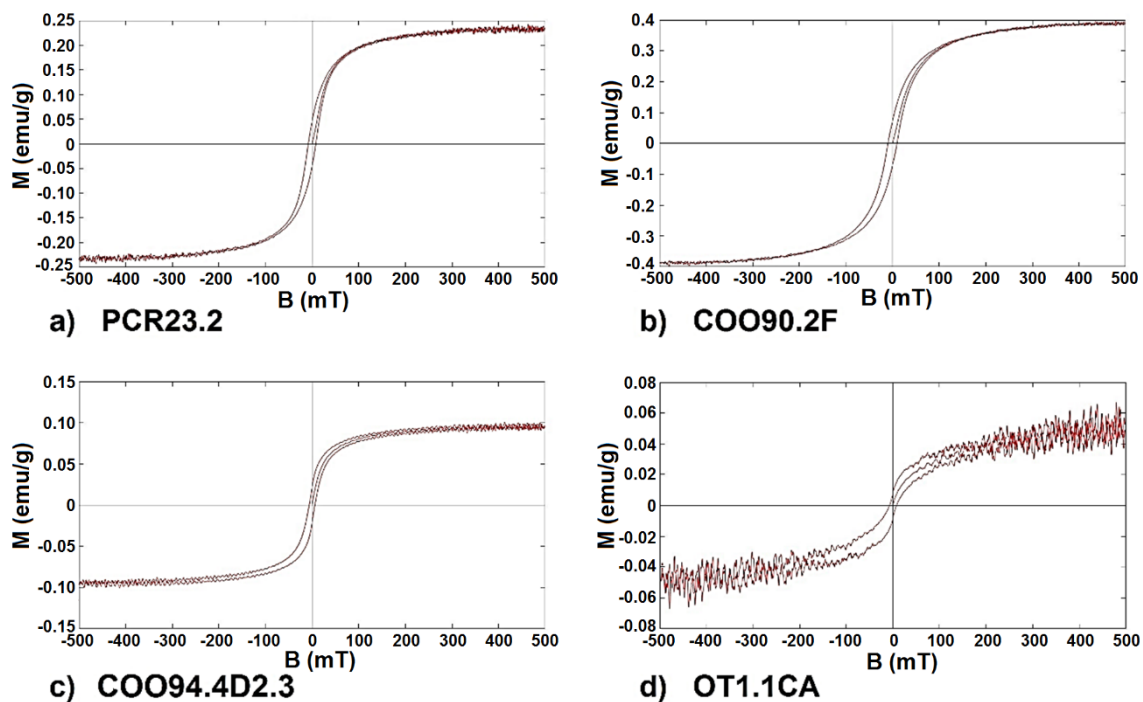
imanación se llevaron a cabo utilizando los magnetómetros rotatorios Minispin (Molspin) y JR5 (Agico) o magnetómetros superconductores (2G) tanto en Madrid como en Rennes. La susceptibilidad a bajo campo se midió después de cada paso de desimanación en que se aumentó la temperatura usando los susceptibilímetros KLY3 Kappabridge (Agico) o Bartington MS3, con el objetivo de detectar alteraciones mineralógicas.

### 3.3. Resultados de magnetismo de rocas

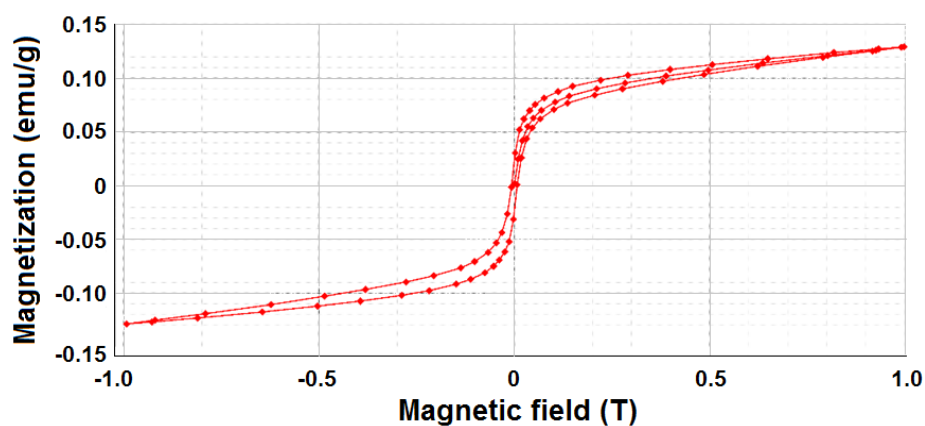
Para la realización de los estudios de magnetismo de rocas se han seleccionado muestras representativas de cada estructura. Los resultados que se muestran en este apartado son un resumen de las principales características encontradas tras el análisis de muestras representativas de las diferentes estructuras a través de la realización de diferentes experimentos: ciclos de histéresis, ciclos de adquisición de IRM y back-field, curvas termomagnéticas y desimanaciones térmicas de componentes de IRM ortogonales (Lowrie, 1990). A partir de cada ciclo de histéresis se han calculado la imanación de saturación ( $M_s$ ), la imanación remanente de saturación ( $M_{rs}$ ) y el campo coercitivo ( $H_c$ ), después de haber sustraído la contribución lineal paramagnética (ver, por ejemplo, Evans & Heller, 2003). Para describir las propiedades de las diferentes muestras, se han diferenciado cuatro tipos de muestras:

- Tipo I: hogares u hornos pequeños con una fina capa superficial sometida a altas temperaturas (CAST, PCR, QCR y EC1-EC4).
- Tipo II: hornos cerámicos o que han alcanzado altas temperaturas (COO, TO y LQ) y ladrillos (ECL y EC5).
- Tipo III: muestras en las que se detecta una componente de alta coercitividad (algunas muestras de COO y TO).
- Tipo IV: hornos metalúrgicos (OT).

Los ciclos de histéresis del tipo I son más bien cerrados, saturando a unos 150 mT y con coercitividades de entre 5 y 10 mT (figura 3.3a). Esto es compatible con magnetita o titanomagnetita. Las muestras del tipo II tienden a presentar ciclos más anchos, con coercitividades entre 8 y 25 mT (figura 3.3b), lo cual es compatible con granos de menor tamaño de los mismos minerales que sean monodominio (SD) o pseudomonodominio (PSD), que favorecería el mejor comportamiento durante los experimentos de paleointensidad. La mayoría de los sitios investigados corresponden a los tipos I o II. Las muestras del tipo III presentan coercitividades intermedias y ciclos de histéresis con una ligera cintura de avispa (o *cuello de ganso* de acuerdo con Tauxe et al., 1996) (figura 3.3c), lo que sugiere la presencia de dos fases magnéticas, una de alta coercitividad y otra de baja coercitividad (Tauxe et al., 1996). La cintura de avispa se muestra más claramente en algunos ciclos de histéresis adicionales que se realizaron en una VFTB con un campo máximo más elevado, de 1 T (figura 3.4). La cuarta categoría, el tipo IV, contiene algunas muestras con ciclos de histéresis similares a los del tipo II, pero otros muestran cinturas de avispa pronunciadas (figura 3.3d) que indican la presencia de dos fases magnéticas de diferentes coercitividades.

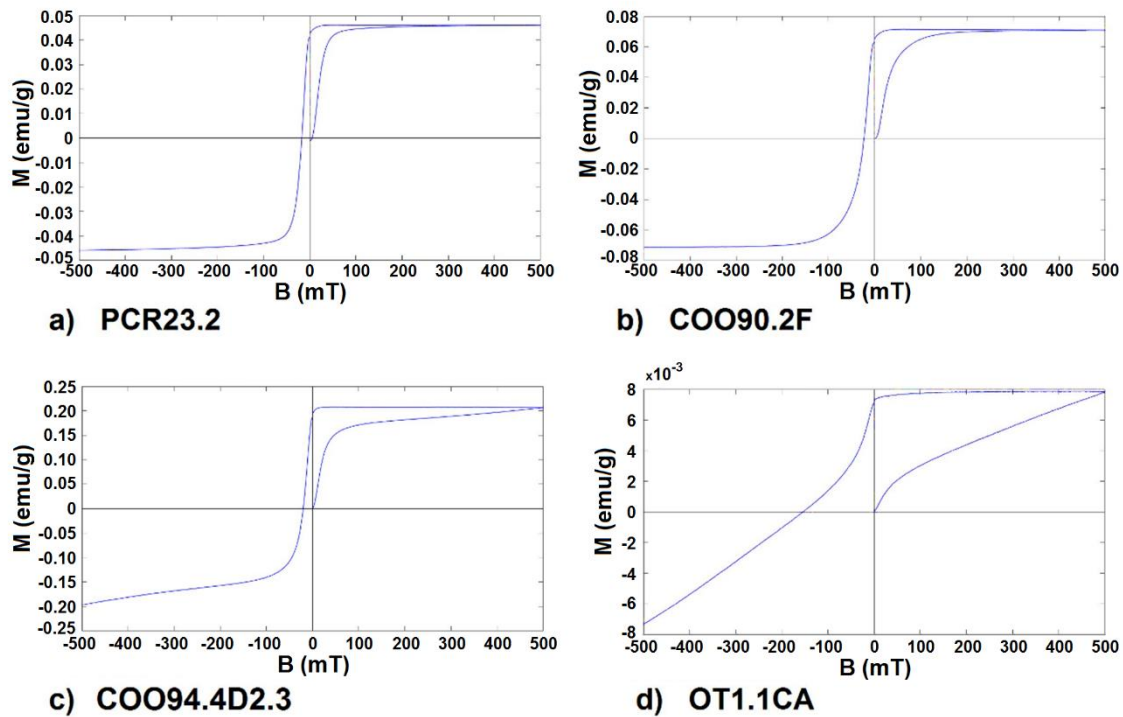


**Figura 3.3.** Ciclos de histéresis de muestras representativas medidos hasta un campo máximo de 500 mT (con la curva de imanación inicial) corregidos por la contribución paramagnética.



**Figura 3.4.** Ciclo de histéresis de una muestra de la estructura COO94 medida en una VFTB hasta un campo máximo de 1 T. Incluye la curva de imanación inicial.

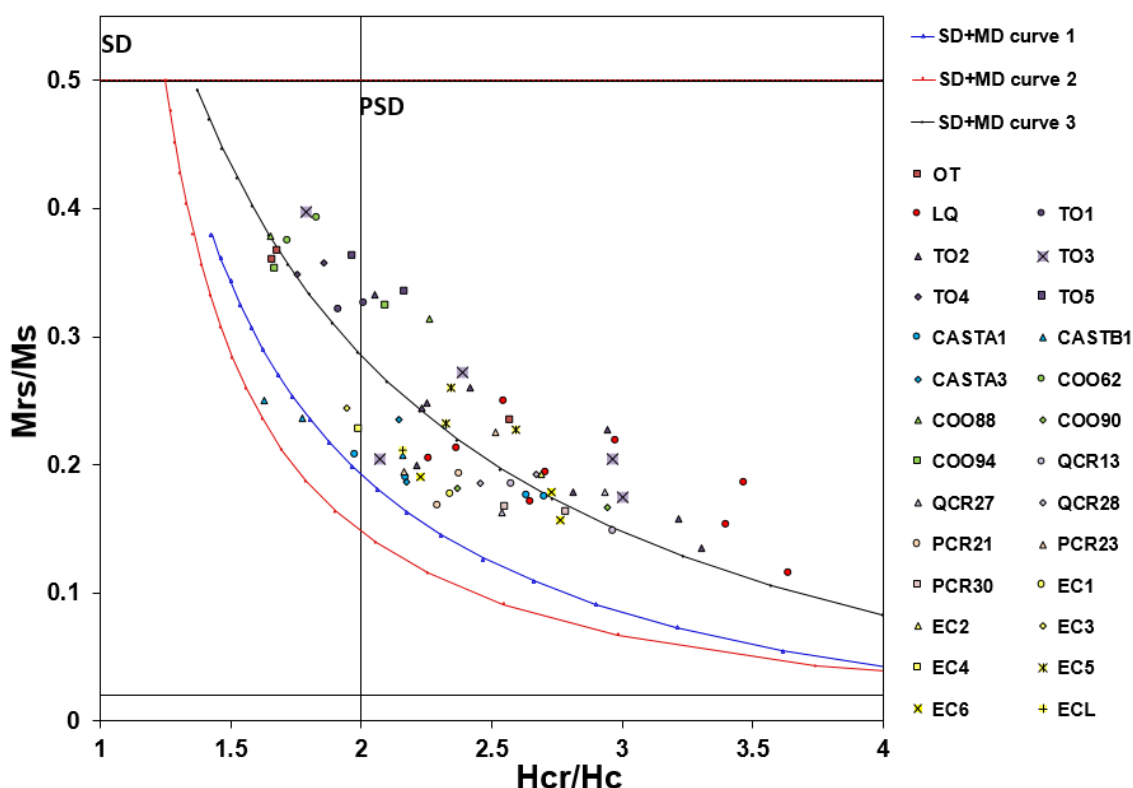
Los experimentos de adquisición de IRM seguidos de su desimanación (back-field IRM) de las mismas muestras presentadas en los experimentos de histéresis se resumen en la figura 3.5. Las muestras del tipo I saturan a campos de unos 150 mT. El experimento de back-field permite calcular la coercitividad de la remanencia ( $H_{cr}$ ), que se encuentra en el rango de 15 a 25 mT (figura 3.5a). Las muestras del tipo II saturan a campos de alrededor de 200 mT, con un  $H_{cr}$  entre 20 y 40 mT (figura 3.5b). Esto confirmaría el menor tamaño de las partículas en esta categoría si se prueba que la mineralogía es de la misma. En el tipo III, las muestras no terminan de saturarse al máximo campo aplicado (500 mT), sino que a ese campo siguen mostrando una ligera subida de la imanación después de una subida más pronunciada al inicio (figura 3.5c). La coercitividad de la remanencia es mayor que en las categorías anteriores, lo que evidencia la contribución de una fase de coercitividad más elevada. Estas características son más pronunciadas en las muestras del tipo IV que presentan cintura de avispa, que se encuentran lejos de la saturación incluso a los 500 mT y presentan coercitividades de la remanencia que alcanzan los 150 mT en algunos casos (figura 3.5d).



**Figura 3.5.** Curvas de adquisición de la IRM y desimanación de la misma (back-field) en cuatro muestras representativas.

Los parámetros magnéticos derivados de los ciclos de histéresis y el back-field IRM se resumen en el diagrama de Day (Day et al., 1977; Dunlop, 2002) (ver sección 2.1.2.4) que se muestra en la figura 3.6. Puesto que los parámetros necesarios para representar el diagrama de Day hacen referencia a experimentos en los que se lleva la muestra hasta la saturación, aquellas que no se han logrado saturar no han sido representadas. La mayoría de las muestras caen en la región PSD del diagrama y siguen de forma aproximada las curvas de mezcla SD-MD. Algunos puntos están desplazados de las curvas hacia la derecha, correspondiéndose principalmente con las estructuras EC5, COO, TO y LQ, es decir, materiales del tipo II. A pesar del interés comparativo

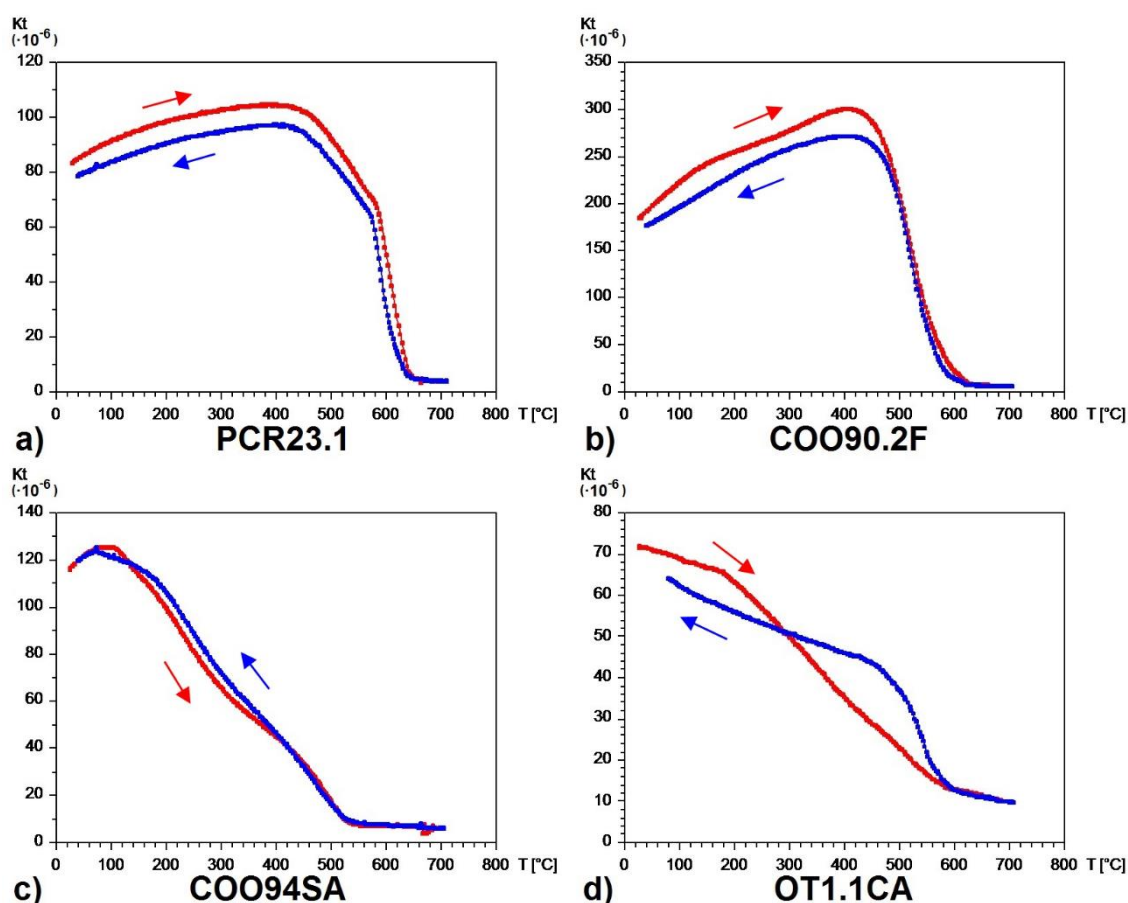
entre las distintas muestras, hay que recordar que el uso del diagrama de Day, especialmente para la interpretación del estado de dominios, debe realizarse con cuidado (Roberts et al., 2018).



**Figura 3.6.** Diagrama de Day modificado por Dunlop (Day, 1977; Dunlop, 2002) incluyendo resultados de muestras representativas. Las muestras procedentes de un mismo yacimiento se representan con un mismo color, pero diferente símbolo para cada estructura. Las curvas de mezcla SD-MD que se muestran corresponden a las presentadas por Dunlop (2002).

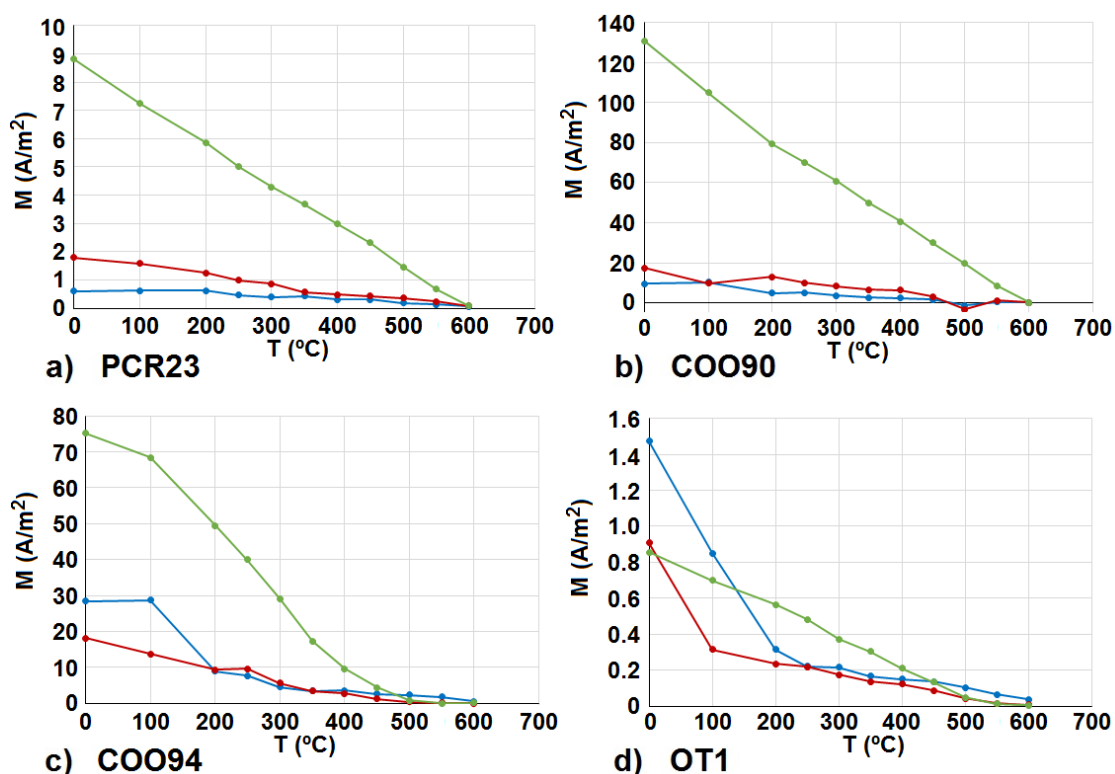
Las temperaturas de las transiciones magnéticas se han estimado a partir de las medidas termomagnéticas con el objetivo de identificar los portadores de la remanencia. Las muestras del tipo I muestran una clara transición en el rango de 550-560 °C, sugiriendo la presencia de magnetita o titanomagnetita con bajo contenido en titanio. Algunas de ellas presentan también una transición a 630-650 °C, que puede indicar la presencia de maghemita (figura 3.7a). Las muestras tipo II presentan una única transición entre 550 y 580 °C, que también indica que la magnetita o titanomagnetita con bajo contenido en titanio son los principales minerales en esas muestras (figura 3.7b). En cuanto al tipo III, las muestras presentan dos transiciones distintas, una entre 200 y 300 °C y otra a 560-580 °C (figura 3.7c). Mientras que la segunda es la típica temperatura de transición para magnetita o titanomaghemita, la primera no es tan común y podría estar relacionada con la fase de baja temperatura que ha sido reportada en algunos materiales arqueomagnéticos (McIntosh et al., 2007, 2011), recientemente identificada como  $\epsilon$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (López-Sánchez et al., 2017). Las muestras del tipo IV también muestran la fase de baja temperatura y la transición de magnetita o titanomaghemita a 560-580 °C (figura 3.7d).





**Figura 3.7.** Curvas termomagnéticas de muestras representativas. Se representa la evolución de la susceptibilidad a bajo campo durante un ciclo de calentamiento-enfriamiento. La curva de calentamiento se indica en rojo y la de enfriamiento en azul.

Para completar el estudio, se realizó el test de Lowrie en muestras representativas de las diferentes estructuras. Los resultados confirman la presencia de una fase de baja coercitividad (visible en las curvas saturadas a 200 mT), que es el principal portador de imanación en las muestras de los tipos I y II (figura 3.8a,b). Esta fase pierde su imanación a temperaturas entre 550 y 600 °C, indicando la presencia de magnetita o titanomagnetita con bajo contenido en titanio. En las muestras del tipo III, se observa también una fase de alta coercitividad que se desimana entre los 200 y los 300 °C (figura 3.8c), lo que confirmaría la presencia de  $\epsilon$ -hematita (López-Sánchez et al., 2017). La fracción de baja coercitividad se desimana al alcanzar los 500-550 °C, consistente con la presencia de magnetita o titanomagnetita/titanomaghemita con bajo contenido en titanio. Las muestras del tipo IV presentan una fase de alta coercitividad y baja temperatura de desbloqueo, desiminada prácticamente a 200 °C, probablemente asociada a  $\epsilon$ -hematita (figura 3.8d). En el rango de altas coercitvidades, una pequeña imanación continúa desiminándose hasta la máxima temperatura, 600 °C. Esto puede deberse a la presencia de hematita. Además, aparece una componente de baja coercitividad que se va desiminando conforme aumenta la temperatura hasta los 550-600 °C, que es coherente con la presencia de magnetita o titanomagnetita/titanomaghemita con bajo contenido en titanio.



**Figura 3.8.** Desimanación térmica de componentes ortogonales de IRM (Lowrie, 1990). El campo utilizado para la imanación en cada uno de los ejes fue: 2 T (azul), 0.6 T (rojo) y 0.2 T (verde).

### 3.4. Resultados direccionales

La mayoría de los especímenes presentaban un buen comportamiento durante la desimanación tanto térmica (TH) como por campos alternos (AF) y permitían aislar correctamente una única componente que se desimanaba hacia el origen tras eliminar, en algunos casos, una pequeña componente viscosa, que generalmente había desaparecido por completo a 100-150 °C o 5-10 mT y no representa más del 15-20 % de la NRM.

Sólo en algunas estructuras se han encontrado dos componentes diferenciadas. Este es el caso de las tejas y algunos ladrillos reutilizados en la construcción de hornos en EC. En estas tejas y ladrillos reutilizados (EC2.L4, EC5 y ECL) la componente de mayor temperatura de desbloqueo estará relacionada con su producción, por lo que no proporcionará información útil sobre la dirección el campo magnético pasado. Por el contrario, la componente de baja temperatura de desbloqueo está asociada con el último evento de calentamiento de la estructura de combustión, por lo que las muestras que están orientadas sí que ofrecen información direccional (figura 3.9a). En estos casos también es posible estimar la temperatura de combustión de la estructura.

El efecto de la anisotropía de la termorremanencia en las direcciones medias de hogares y hornos pequeños y aplanados ha sido ya indicado por Palencia-Ortas et al. (2017). En su estudio, observaron efectos de aplanamiento de la inclinación de hasta 13°. En los hornos estudiados aquí, el efecto de la ATRM sobre las direcciones se ha investigado y corregido de forma sistemática. Se ha observado que es especialmente importante en el yacimiento de EC, donde las correcciones de la ATRM en la inclinación exceden el límite del  $\alpha_{95}$  (apéndices I y II).

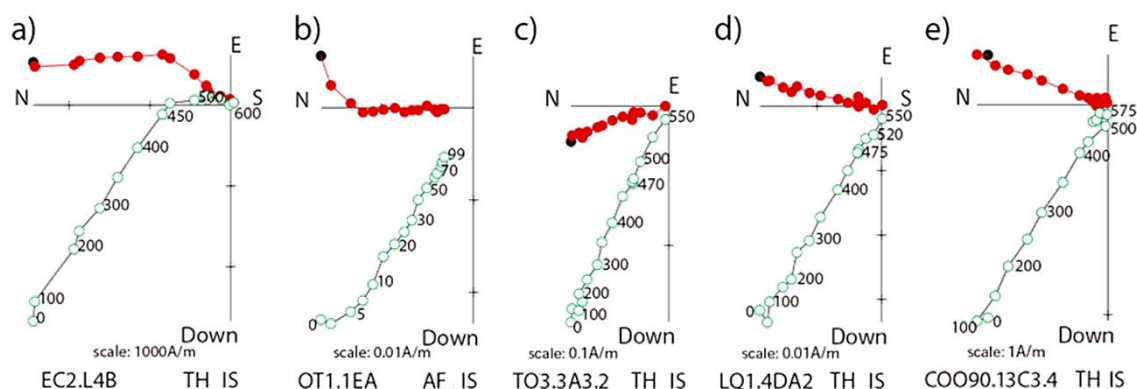


Los resultados direccionales se han calculado mediante el ajuste lineal de las componentes características observadas en los diagramas de Zijderveld (Zijderveld, 1967) y después corregidos por la ATRM a nivel de espécimen. La tabla 3.1 presenta las direcciones medias y la figura 3.9 muestra el comportamiento de algunas muestras representativas durante la desimanación térmica y AF.

**Tabla 3.1.** Nuevos datos direccionales de este estudio. Estruct., nombre de la estructura estudiada; Lat, latitud; Lon, longitud; Edad, edad e incertidumbre asociada a cada estructura; Mét.Dat., método de datación (C14 = carbono 14; Arq = arqueológica; Amag = arqueomagnética); N, número de muestras independientes incluidas en el cálculo de la media; n, número de especímenes utilizados para el cálculo de la media; n<sub>r</sub>, número de especímenes rechazados; D, declinación media; I, inclinación media; k, parámetro de precisión;  $\alpha_{95}$ , semiángulo al 95 % de confianza. El subíndice “<sub>a</sub>” indica valores después de la corrección por la ATRM a nivel de espécimen. El subíndice “<sub>M</sub>” indica valores relocalizados a las coordenadas de Madrid.

Estruct.	Lat (°N)	Lon (°E)	Edad	Mét. Dat.	N	n	n <sub>r</sub>	D <sub>a</sub> (°)	I <sub>a</sub> (°)	k <sub>a</sub>	$\alpha_{95a}$ (°)	D <sub>aM</sub> (°)	I <sub>aM</sub> (°)
EC1i	41.84	-5.79	525 ± 25	Arq	11	12	0	9.6	56.6	104	4.3	9.6	55.5
EC1s	41.84	-5.79	525 ± 25	Arq	7	10	0	4.9	62.2	331	2.7	4.7	61.1
EC2	41.84	-5.79	525 ± 25	Arq	8	19	0	-0.8	57.9	243	2.2	-0.6	56.5
EC5	41.84	-5.79	525 ± 25	Arq, C14	1	5	8	3.5	59.1	621	3.1	3.5	57.9
OT	40.82	-4.22	529 ± 86	TL	3	22	1	-2.0	59.3	333	1.7	-2.0	58.9
EC3+4	41.84	-5.79	550 ± 50	Arq	5	17	6	-3.1	63.9	215	2.4	-3.2	62.7
CO090	37.88	-4.77	950 ± 50	Arq	8	8	0	20.5	54.6	1607	1.4	21.3	57.2
CO062	37.88	-4.77	1200 ± 100	Arq	8	8	0	14.1	42.1	376	2.9	14.7	45.5
CO088	37.88	-4.77	1200 ± 100	Arq	6	6	0	11.2	41.0	156	5.4	11.7	44.5
CO094	37.88	-4.77	1200 ± 100	Arq	7	7	1	6.7	39.8	643	2.2	7.1	43.3
TO4	39.86	-4.03	1676 ± 29	Amag	8	8	0	0.1	66.3	516	2.4	0.0	66.7
TO3	39.86	-4.03	1788 ± 22	Amag	7	14	4	-21.9	65.2	437	1.9	-22.2	65.5
TO2	39.86	-4.03	1816 ± 36	Amag	8	8	2	-25.1	63.5	355	2.9	-25.4	63.8
TO1	39.86	-4.03	1807 ± 21	Amag	2	6	3	-23.1	63.5	1576	1.7	-23.3	63.8
TO5	39.86	-4.03	1822 ± 56	Amag	10	10	0	-17.9	62.0	382	2.5	-18.1	62.4
EC6	41.84	-5.79	629 ± 86 / 1644 ± 67	Amag	5	7	9	7.5	66.0	113	5.7	7.0	65.1
LQ	39.43	-2.63	1439 ± 17	Amag	10	33	6	9.2	48.4	298	1.5	9.1	49.4

Del yacimiento de El Castellón (EC) se han obtenido 5 datos direccionales. De los dos niveles del horno EC1 se han obtenido dos direcciones diferentes, correspondientes al nivel superior (EC1s) y al inferior (EC1i), que se muestran en la tabla 3.1. Los hornos coetáneos EC3 y EC4 eran pequeños y no estaban bien conservados. Tan sólo se pudieron obtener unas pocas muestras de mano de cada uno, por lo que se ha calculado una única dirección utilizando las muestras procedentes de ambas estructuras. Por otro lado, el hogar EC6 se encontraba en un estado de conservación aun peor y presentaba varias componentes muy ruidosas con un comportamiento que a veces parecía aleatorio. Esto puede indicar que esta estructura no alcanzó una temperatura elevada. Tan sólo 7 de los 30 especímenes han proporcionado un resultado fiable y la dirección media resultante no tiene gran precisión ( $\alpha_{95} = 5.3^\circ$ ; figura 3.10p).



**Figura 3.9.** Diagramas de Zijdeveld de muestras representativas de algunas estructuras estudiadas. La proyección horizontal se ha representado con puntos rojo y la vertical, con puntos verdes vacíos. La NRM aparece resaltada en negro. La etiqueta TH indica especímenes desimanados térmicamente (los valores de los pasos indican la temperatura en °C) y la etiqueta AF indica desimanción por campos alternos decrecientes (los valores de los pasos indican el campo pico máximo en mT).

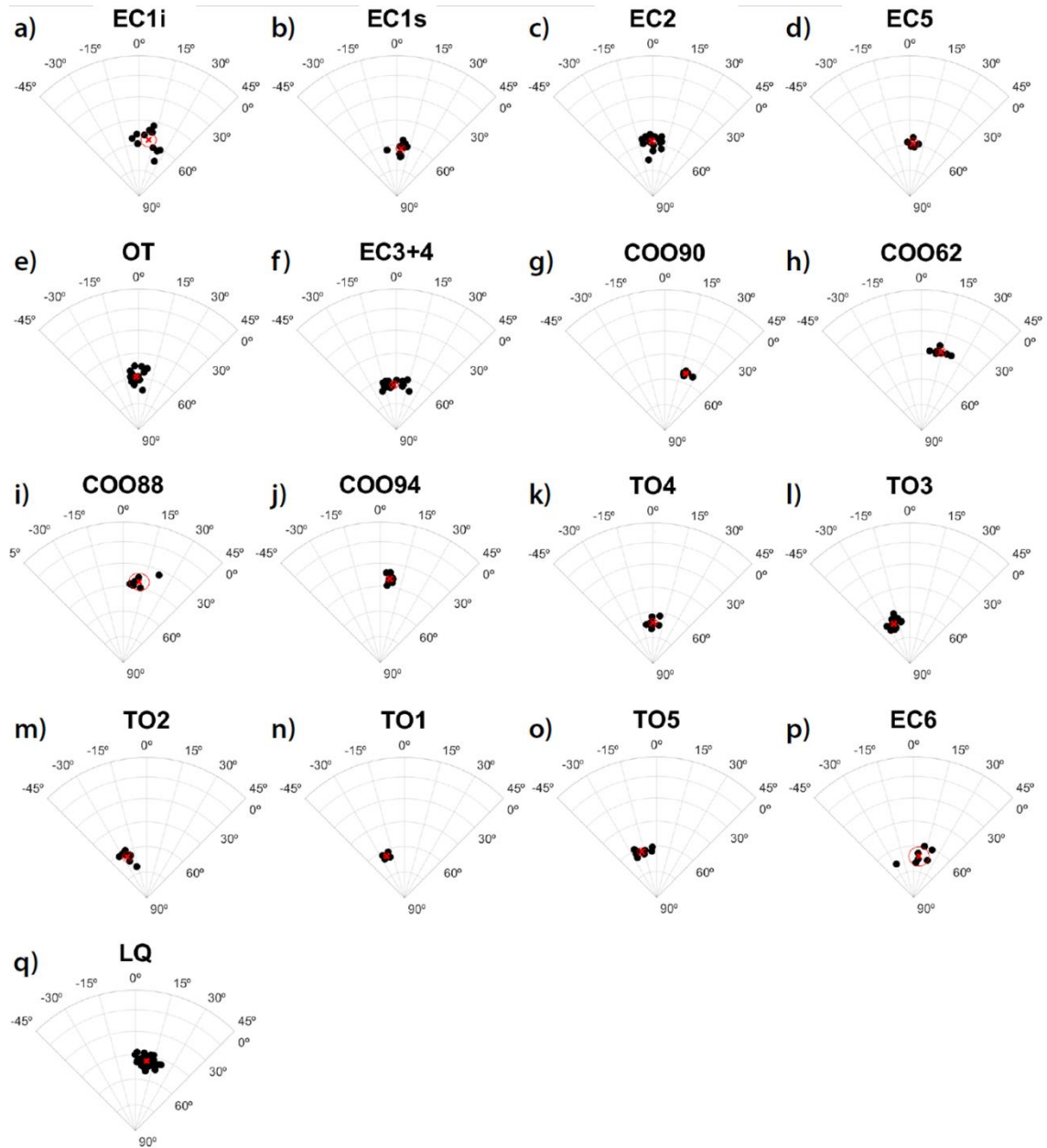
Las direcciones de las estructuras OT1 y OT4, de Otero de Herreros se han calculado utilizando conjuntamente especímenes desimanados térmicamente y por AF después de haber comprobado que el efecto de la ATRM era prácticamente nulo. Tras eliminar una componente viscosa a 10 mT, que en algunos casos representaba incluso el 20 % de la NRM, se podía aislar una componente (figura 3.9b). Algunas muestras de OT1 no llegaban a desimanarse completamente a 100 mT (el máximo campo que aplicaba el aparato), indicando la presencia de fases de alta coercitividad. Esto concuerda con los resultados de los experimentos de magnetismo de rocas de las muestras del tipo IV, que se caracterizaban por la presencia de dos fases magnéticas de baja y alta coercitividades. En cualquier caso, ambas fases proporcionan una dirección común.

Las muestras procedentes del yacimiento de Córdoba (COO) presentan una clara componente que se desimana linealmente hacia el origen (figura 3.9e). Algunas muestras mostraban cantidades variables de una fase de alta coercitividad, identificada como  $\epsilon$ -hematita (López-Sánchez et al., 2017). Este es, especialmente, el caso de la estructura COO62, estudiada por McIntosh et al. (2007) y por López-Sánchez et al. (2017). Sin embargo, es importante indicar que, a pesar de la presencia de la fase  $\epsilon$ -hematita, la mayoría de las muestras proporcionan buenas direcciones que son consistentes.

Las estructuras de Toledo (TO) presentan una única componente que se desimana linealmente hacia el origen (figura 3.9c). Algunas muestras del horno TO2 también contienen cierta cantidad de  $\epsilon$ -hematita. Sólo 3 especímenes de TO1 mostraron diagramas de desimanción curvos y fueron descartados. Los cinco hornos han proporcionado direcciones medias muy precisas, con  $\alpha_{95}$  entre 1.7° y 3° (figura 3.10k,l,m,n,o).

Los resultados del horno LQ de Los Quemados muestran una única componente clara hacia el origen que se aísla después de eliminar una pequeña componente viscosa a 100-200 °C (figura 3.9d). Examinando las direcciones se ha encontrado un ligero efecto de refracción en la declinación. Este fenómeno ha sido indicado con anterioridad en otros hornos (p. ej., Aitken & Hawley, 1971; Hus & Geeraerts, 1998) a pesar de que su origen aún no se conoce con exactitud (Hus & Geeraerts, 2005). En nuestro caso, este efecto ha sido compensado gracias al abundante

muestreo realizado en las distintas zonas de las paredes de la estructura, obteniéndose finalmente una dirección bastante precisa (figura 3.10q).



**Figura 3.10.** Estereogramas con las direcciones de la componente característica a nivel de espécimen (puntos negros) y la dirección media junto a su límite de confianza al 95 % (cruz y línea rojas) para cada uno de las estructuras estudiadas direccionalmente.

### 3.5. Resultados de paleointensidad

Los resultados de intensidad se han obtenido a partir de un ajuste lineal de la componente característica en los diagramas de Arai (Nagata et al., 1963). Los especímenes seleccionados para el cálculo de las paleointensidades medias muestran pTRM-checks positivos y sus intensidades han sido calculadas con, al menos, 5 puntos. En el 80 % de los especímenes seleccionados, la fracción de NRM utilizada para la determinación de la pendiente en el diagrama de Arai,  $f$ , es mayor del 0.6 (en cualquier caso  $f > 0.4$ ); el 99 % tiene un factor de calidad  $q > 10$  y el 89 % presenta una desviación angular máxima (MAD) y un ángulo de desviación (DANG) por debajo de  $5^\circ$  (menor que  $6^\circ$  en cualquier caso). Las intensidades medias para cada uno de las estructuras estudiadas se presentan en la tabla 3.2 tanto antes como después de la corrección por la ATRM.

**Tabla 3.2.** Nuevos datos de arqueointensidad derivados de este estudio. Estruct., nombre de la estructura investigada; Lat, latitud; Lon, longitud; Edad, edad e incertidumbre asociada a cada estructura (el signo “-” indica fechas a.C.); Mét.Dat., método de datación (C14 = carbono 14; TL = termoluminiscencia; Arq = arqueológica; Amag = arqueomagnética);  $n$ , número de especímenes utilizados en el cálculo de la intensidad media;  $n_r$ , número de especímenes rechazados;  $F \pm \sigma_F$ , intensidad media y desviación estándar; VADM, momento dipolar axial virtual. El subíndice “a” indica valores después de la corrección por la ATRM a nivel de espécimen. El subíndice “m” indica valores relocalizados a las coordenadas de Madrid. (El prefijo “Z”, “zetta”, perteneciente al Sistema Internacional, representa un factor de  $10^{21}$ )

Estruct.	Lat (°)	Lon (°)	Edad	Mét. Dat.	n	$n_r$	$F \pm \sigma_F$ ( $\mu T$ )	$F_a \pm \sigma_{Fa}$ ( $\mu T$ )	$F_{aM} \pm \sigma_{FaM}$ ( $\mu T$ )	VADM (ZAm <sup>2</sup> )
CASTA3 <sup>l</sup>	41.22	-6.95	-1100 $\pm$ 200	TL	4	2	71.7 $\pm$ 3.5	66.4 $\pm$ 4.3	65.7 $\pm$ 4.3	113.2
CASTA1	41.22	-6.95	-900 $\pm$ 200	TL	4	0	57.3 $\pm$ 4.4	53.1 $\pm$ 3.1	52.6 $\pm$ 3.1	90.5
PCR23	41.26	-6.86	-300 $\pm$ 150	TL	6	0	65.4 $\pm$ 11.6	58.4 $\pm$ 3.9	57.8 $\pm$ 3.9	99.5
PCR21	41.26	-6.86	-293 $\pm$ 93	C <sup>14</sup>	4	2	59.1 $\pm$ 4.1	55.8 $\pm$ 3.7	55.2 $\pm$ 3.7	95.0
QCR27	41.26	-6.86	-275 $\pm$ 85	C <sup>14</sup>	6	0	60.2 $\pm$ 2.2	58.1 $\pm$ 3.6	57.5 $\pm$ 3.6	99.0
CASTB1	41.22	-6.95	-190 $\pm$ 150	TL	6	0	61.5 $\pm$ 6.9	59.3 $\pm$ 3.3	58.7 $\pm$ 3.3	101.1
QCR13	41.26	-6.86	-170 $\pm$ 120	TL	5	1	57.3 $\pm$ 2.2	54.3 $\pm$ 1.9	53.7 $\pm$ 1.9	92.5
QCR28	41.26	-6.86	-60 $\pm$ 130	TL	4	2	66.4 $\pm$ 11.2	65.9 $\pm$ 2.2	65.2 $\pm$ 2.2	112.3
PCR17	41.26	-6.86	-28 $\pm$ 78	C <sup>14</sup>	0	2	-	-	-	-
PCR30	41.26	-6.86	30 $\pm$ 100	TL	6	0	56.6 $\pm$ 8.5	59.3 $\pm$ 3.3	58.7 $\pm$ 3.3	101.0
ECL <sup>h</sup>	41.84	-5.79	475 $\pm$ 25	Arq	5	12	63.6 $\pm$ 2.5	54.3 $\pm$ 0.9	53.4 $\pm$ 0.9	91.9
EC1i	41.84	-5.79	525 $\pm$ 25	Arq	4	2	52.0 $\pm$ 6.5	49.9 $\pm$ 5.8	49.1 $\pm$ 5.8	84.4
EC1s	41.84	-5.79	525 $\pm$ 25	Arq	4	1	60.7 $\pm$ 1.8	56.0 $\pm$ 2.9	55.1 $\pm$ 2.9	94.8
EC2	41.84	-5.79	525 $\pm$ 25	Arq	4	6	55.0 $\pm$ 10.3	52.7 $\pm$ 9.9	51.8 $\pm$ 9.9	89.2
EC5	41.84	-5.79	525 $\pm$ 25	Arq, C <sup>14</sup>	4	9	67.8 $\pm$ 4.3	57.9 $\pm$ 3.3	56.9 $\pm$ 3.3	98.0
OT	40.82	-4.22	529 $\pm$ 86	TL	10	0	61.2 $\pm$ 6.2	64.0 $\pm$ 7.3	63.7 $\pm$ 7.3	109.6
EC3-4	41.84	-5.79	550 $\pm$ 50	Arq	4	6	65.2 $\pm$ 5.0	61.5 $\pm$ 4.6	60.5 $\pm$ 4.6	104.1
COO90	37.89	-4.77	950 $\pm$ 50	Arq	4	4	51.4 $\pm$ 5.9	51.5 $\pm$ 6.6	53.0 $\pm$ 6.6	91.2
COO62	37.89	-4.77	1200 $\pm$ 100	Arq	8	0	52.7 $\pm$ 4.5	53.4 $\pm$ 4.5	55.0 $\pm$ 4.5	94.6
COO88	37.89	-4.77	1200 $\pm$ 100	Arq	6	0	50.1 $\pm$ 4.0	49.2 $\pm$ 2.7	50.6 $\pm$ 2.7	87.1
COO94	37.89	-4.77	1200 $\pm$ 100	Arq	6	2	50.3 $\pm$ 3.5	50.4 $\pm$ 2.0	51.9 $\pm$ 2.0	89.3
TO4	39.86	-4.03	1676 $\pm$ 29	Amag	5	3	52.8 $\pm$ 1.9	53.5 $\pm$ 1.7	53.8 $\pm$ 1.7	92.6
TO3	39.86	-4.03	1788 $\pm$ 22	Amag	11	0	53.4 $\pm$ 5.3	52.7 $\pm$ 5.7	53.0 $\pm$ 5.7	91.2
TO2	39.86	-4.03	1816 $\pm$ 36	Amag	4	6	54.2 $\pm$ 2.2	51.8 $\pm$ 2.2	52.1 $\pm$ 2.2	89.7
TO1	39.86	-4.03	1807 $\pm$ 21	Amag	5	4	48.7 $\pm$ 1.9	47.8 $\pm$ 1.2	48.1 $\pm$ 1.2	82.7
TO5	39.86	-4.03	1822 $\pm$ 56	Amag	10	0	48.3 $\pm$ 4.0	48.5 $\pm$ 3.2	48.8 $\pm$ 3.2	83.9
EC6	41.84	-5.79	629 $\pm$ 86 / 1644 $\pm$ 67	Amag	0	30	-	-	-	-
LQ	39.43	-2.63	1439 $\pm$ 17	Amag	11	4	49.5 $\pm$ 3.0	49.0 $\pm$ 3.1	49.5 $\pm$ 3.1	85.2

Las estructuras CAST son los hornos más antiguos de los estudiados. Se trata de pequeños hornos que ya han sido investigados por Palencia-Ortas et al. (2017) para la obtención de la paleodirección. En ese estudio previo se observó que al calentar a 300-400 °C se producía una cierta alteración, que hacía que los resultados no fuesen válidos para estudiar la paleointensidad. Sin embargo, la parte más externa de las muestras experimentaba una alteración mucho menor. Por eso, los especímenes se submuestrearon, preparando sólo pequeños fragmentos de la superficie externa para los experimentos de paleointensidad. Este submuestreo ha incrementado notablemente el nivel de éxito del estudio.

De CASTA3, se han obtenido diagramas NRM-TRM lineales de calidad con pTRM-checks positivos de cuatro de los seis especímenes investigados. El factor de calidad (Selkin & Tauxe, 2000) era en algunos de los especímenes cercano o por encima a 100 (detalles en el apéndice III). El último punto considerado para la determinación de la arqueointensidad fue 400-450 °C, correspondiente al último paso de temperatura antes de que se observara alguna evidencia de cambios en la mineralogía magnética o en la pendiente del diagrama de Arai. Las correcciones por ATRM son moderadas y dependen del espécimen, con diferencia entre los valores corregidos y sin corregir de hasta el 11.4 %. En tres especímenes, se observó un cambio en la pendiente del Arai a temperaturas más elevadas (después de los 400 °C), manteniéndose también la tendencia lineal. Las paleointensidades derivadas de esta componente de alta temperatura se han calculado y se presentan en el apéndice IV. Esta componente podría atribuirse a una imanación remanente química, posiblemente relacionada con la producción química de magnetita durante el uso del horno o por alteración durante el tratamiento de laboratorio, y no se considera en lo sucesivo.

Todos los especímenes de CASTA1 analizados han sido utilizados para el cálculo de la paleointensidad media, pues todos proporcionaron buenos diagramas de Arai, con una tendencia lineal y con pTRM-checks positivos. El valor de la paleointensidad media obtenida ha resultado muy preciso ( $53.1 \pm 3.1 \mu\text{T}$ ).

Los yacimientos portugueses de la Primera Edad del Hierro (PCR, QCR y CASTB) muestran una única componente que se desimana hacia el origen, proporcionando buenos diagramas de Arai lineales que permiten el cálculo de las arqueointensidades entre 100-150 °C y 400-500 °C (figura 3.11a). Las correcciones por ATRM son bastante variables entre las diferentes estructuras, muestras e incluso entre diferentes especímenes de una misma muestra, lo que confirma la necesidad de que la corrección de anisotropía se realice a nivel de espécimen. La muestra piloto PCR17 mostró un diagrama de Arai curvo, por lo que fue descartada y no se analizaron más muestras de esa estructura.

Las estructuras de El Castellón (EC1-EC5) permitieron el cálculo de cinco nuevos valores de intensidad. Aparte, la componente de alta temperatura del ladrillo ECL3 (asociada a su fabricación) permitió la obtención de otro valor de paleointensidad adicional entre los 250 °C y los 475 °C (figura 3.11b). La corrección por ATRM varió entre el 0.7 % y el 10.6 % en las estructuras EC1-EC4 y fue mayor, entre 11.1 % y 17.7 % en las muestras de ladrillos (EC5 y ECL3). Los resultados del resto de ladrillos no orientados han sido descartados a causa de las alteraciones que sufrían durante el protocolo de laboratorio (ECL1) o por la presencia de dos componentes superpuestas (ECL2). En cuanto al hogar EC6, los diagramas obtenidos de todas sus muestras resultaron curvos. Los experimentos de magnetismo de rocas demuestran la presencia de fases altamente inestables que se alteran a temperaturas realmente bajas, incluso a 200 °C, lo que podría evidenciar que esta estructura no sufrió repetidos calentamientos a alta temperatura que estabilizasen su mineralogía. La estructura EC6 ha sido descartada.

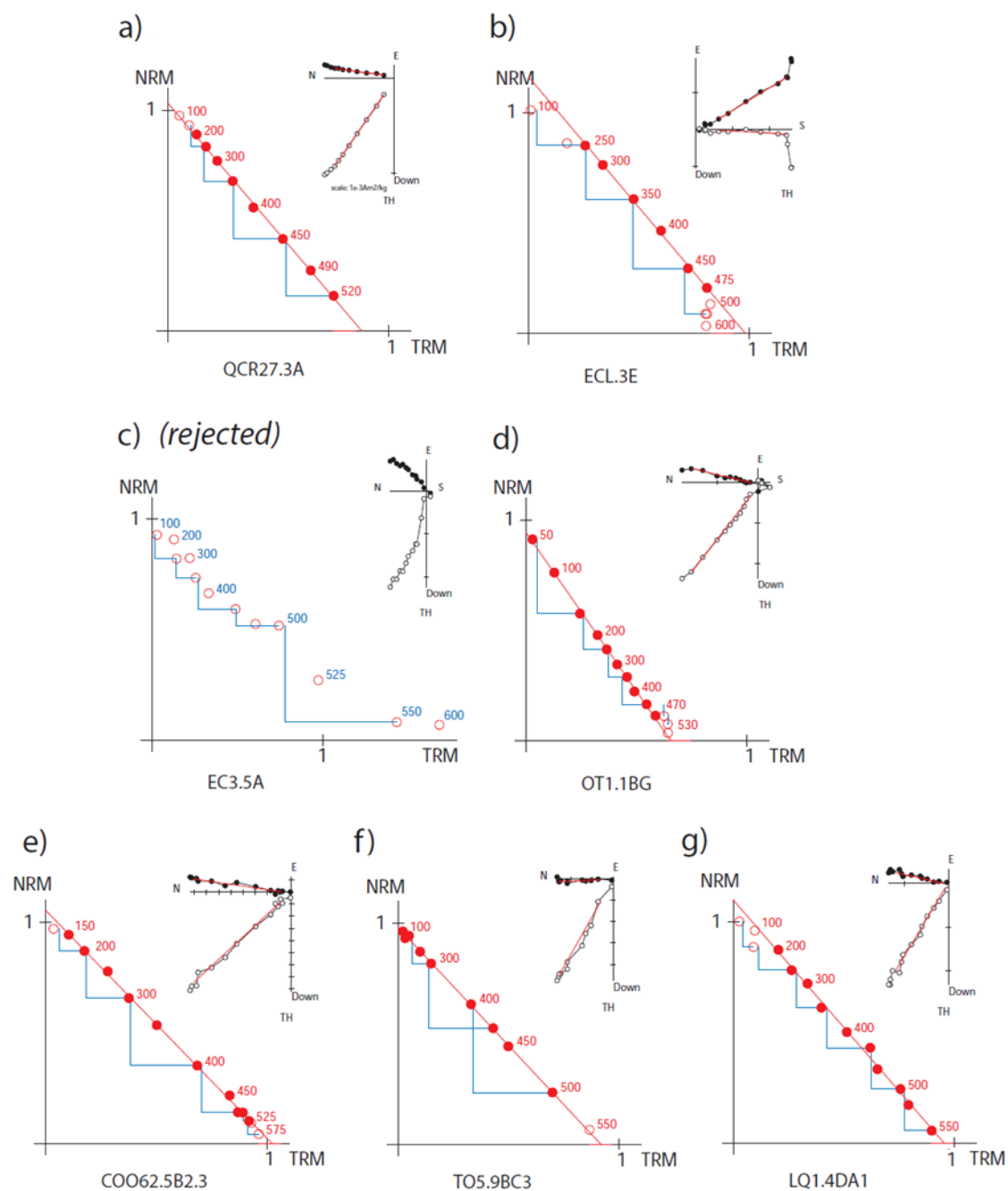
El protocolo de Thellier-Thellier se ha aplicado a algunos especímenes de OT1 y fragmentos no orientados del suelo de OT4, obteniéndose resultados satisfactorios. Los diagramas de Arai muestran una única componente y no aparecen evidencias de alteración (figura 3.11d). Las correcciones de ATRM son bajas (entre el 0.5 % y el 8.8 %) excepto en dos especímenes, cuyos factores de corrección fueron del 17 % y del 19.5 %.

Las estructuras del yacimiento de Córdoba han proporcionado buenos resultados de arqueointensidad, con componentes características bien aisladas entre los 100-250 °C y los 400-525 °C (figura 3.11e). Por encima de esas temperaturas, se observa a veces una cierta alteración, aunque las curvas termomagnéticas muestran un comportamiento estable en general. Las medias obtenidas son bastante precisas, con un error de entre 2 y 3  $\mu\text{T}$  después de las correcciones por ATRM a nivel de espécimen, que han sido de entre 0.0 % y 9.3 %.

Los hornos cerámicos de Toledo han proporcionado buenos diagramas de Arai (figura 3.11f). No se han encontrados evidencias de alteración hasta los últimos pasos de calentamiento. Las paleointensidades obtenidas para TO1, TO2 y TO4 han sido muy precisas, con errores de entre 1.2  $\mu\text{T}$  y 2.2  $\mu\text{T}$ . Con excepción de algunos especímenes aislados, la corrección por ATRM ha sido menor del 5 %.

De la estructura LQ también se ha obtenido una buena estimación de la paleointensidad. Aparecía una única componente, aislada entre 50-200 °C y 500-550 °C, que se desmanaba hacia el origen, proporcionando diagramas lineales (figura 3.11g). La exploración arqueológica de urgencia no obtuvo información sobre la edad de esta estructura, por lo que el vector completo (D, I, F) ha sido utilizado para su datación arqueomagnética (ver sección 3.1.7).

En resumen, de los 248 especímenes analizados en este trabajo, 150 han sido seleccionados para el cálculo de 26 nuevos datos de paleointensidad de alta calidad de Iberia. 20 de ellos disponen de dataciones independientes y son apropiados para la construcción de la nueva curva de variación paleosecular.

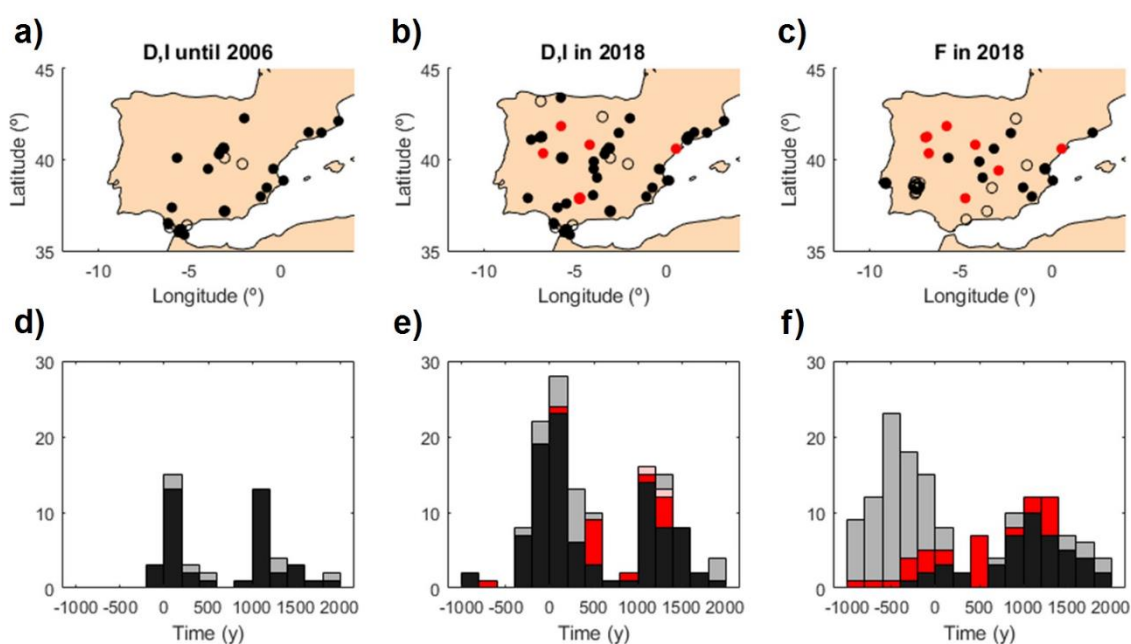


**Figura 3.11.** Diagramas de Arai representativos de las estructuras estudiadas, incluyendo ejemplos de especímenes descartados (marcados como “rejected”). Los puntos rellenos indican el intervalo seleccionado para el cálculo de la paleointensidad y la recta roja representa el ajuste de estos puntos. Los pTRM-checks aparecen en azul uniendo el punto asociado al último paso de temperatura con el punto correspondiente a la temperatura del pTRM-check. La temperatura en °C se indica para algunos pasos como de referencia. Junto a cada diagrama de Arai se ha incluido un diagrama de Zijderveld que muestra la estructura de la NRM.

### 3.6. Construcción de la nueva PSVC para Iberia

Los resultados presentados en las secciones previas de este capítulo, junto con otros datos obtenidos por el grupo de paleomagnetismo de la Universidad Complutense de Madrid, dieron lugar a la publicación *Updated Iberian Archeomagnetic Catalogue: New Full Vector Paleosecular Variation Curve for the Last Three Millennia* (Molina-Cardín et al., 2018). A lo largo de esta sección, los “datos aportados en este trabajo” se entenderán como el conjunto completo que se publicó. La publicación recoge asimismo la PSVC vectorial de Iberia y su análisis, que se describen a continuación.

Desde la publicación del primer catálogo arqueomagnético de Iberia en 2006 (Gómez-Paccard et al., 2006a), se han llevado a cabo numerosos estudios que han complementado los periodos con escasez de datos y han mejorado la distribución espacial de la base de datos (figura 3.12). Los resultados de este trabajo han incrementado el número de datos direccionales de calidad en un 14 % (hasta los 132 datos) y el número de arqueointensidades de calidad en un 59 %, hasta los 73 datos. El aporte de nuevos datos de intensidad ha sido especialmente importante en el primer milenio a.C., proporcionando 11 nuevos valores de calidad para este periodo en el que sólo existían 3 datos (Osete et al., 2016).



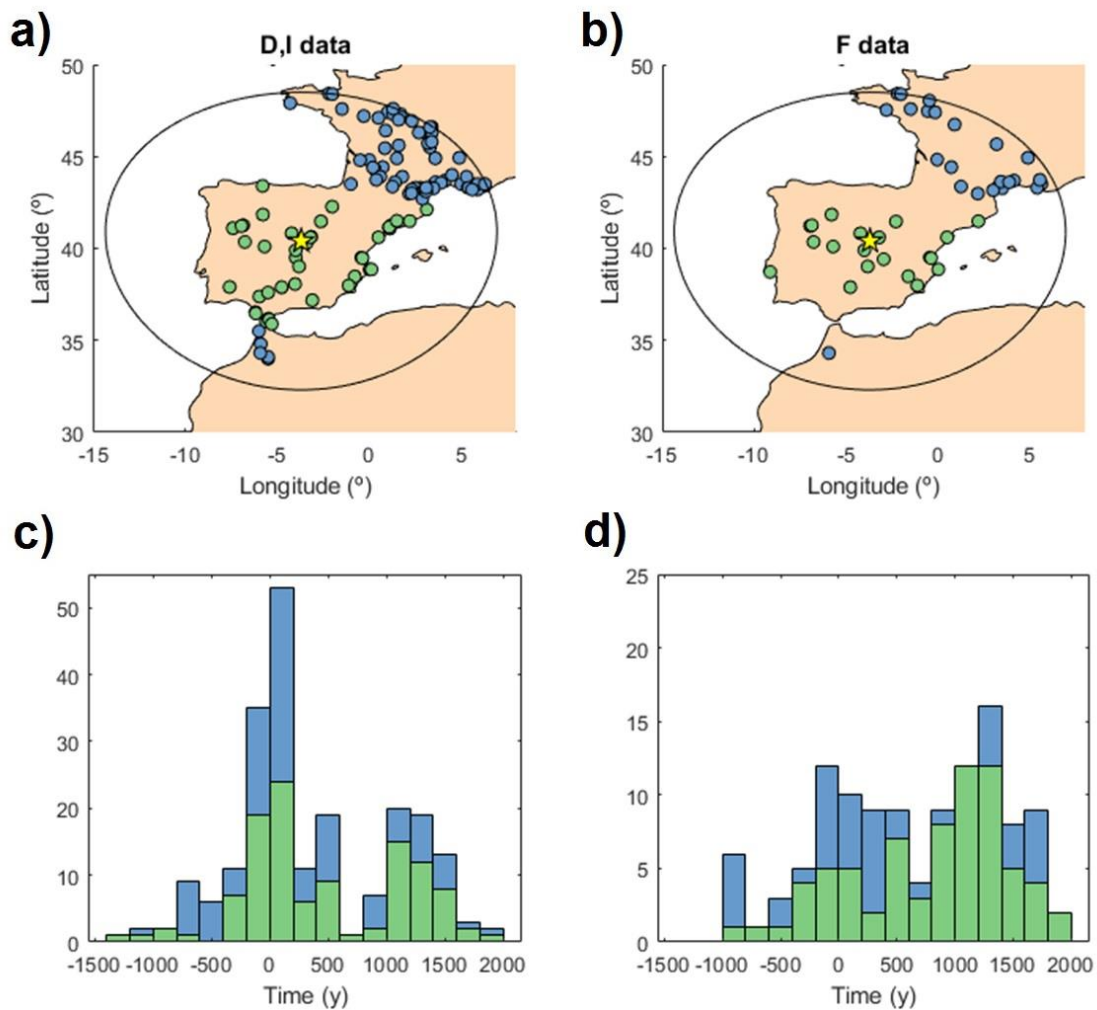
**Figura 3.12.** Distribución espacial y temporal de los datos incluidos en el catálogo de datos arqueomagnéticos de Iberia de Gómez-Paccard et al. (2006a) (izquierda) y situación actual (centro y derecha). Los nuevos datos incluidos en este trabajo se muestran en rojo. Los datos considerados de baja calidad se han representado mediante círculos abiertos en los mapas y en gris (rosa pálido si proceden de este estudio) en los histogramas.



La nueva PSVC se ha centrado en Madrid (40.4°N, 3.7°W) e incluye todos los datos arqueomagnéticos de calidad de la base de datos GEOMAGIA50.v3.2 (Brown et al., 2015) comprendidos dentro de un radio de 900 km (figura 3.13). Esto significa que, junto con los datos de España y Portugal, también se han incluido datos procedentes del norte de Marruecos y del sur de Francia con el objetivo de complementar la base de datos de Iberia. Para seleccionar los datos arqueomagnéticos de calidad se han aplicado los siguientes criterios:

- a) Incertidumbre en la edad < 250 años
- b) Número de especímenes utilizados para el cálculo del valor medio  $\geq 4$
- c) Ángulo de confianza,  $\alpha_{95} \leq 5.0^\circ$  (para direcciones)
- d) Paleointensidades obtenidas mediante el método de Thellier-Thellier original o algún método derivado, incluyendo pTRM-checks y, en el caso de objetos potencialmente muy anisótropos, corrección por ATRM.

En el caso de la paleointensidad, este último criterio es especialmente restrictivo, puesto que sólo el 52 % de los datos cumplen este requerimiento.



**Figura 3.13.** Distribución espacial y temporal de los datos direccionales (izquierda) y de intensidad (derecha) utilizados para la construcción de la nueva PSVC, incluyendo los datos de Iberia (verde) y los de Francia y Marruecos (azul) dentro de un radio de 900 km de Madrid (estrella amarilla).

La base de datos arqueomagnética resultante para los tres últimos milenios contiene 523 datos de calidad (204 declinaciones, 204 inclinaciones y 115 intensidades), que han sido relocalizados a las coordenadas de Madrid a mediante el método del polo geomagnético virtual (Noël & Batt, 1990). Adicionalmente, se han considerado otros 7 datos de calidad disponibles entre 1300 a.C. y 1000 a.C. (3 declinaciones, 3 inclinaciones y 1 intensidad) para la construcción de la PSVC con el objetivo de constreñir mejor su comportamiento y minimizar los efectos de borde en el periodo más antiguo. Para la época más reciente, se han introducido también datos históricos tanto direccionales como de intensidad, obtenidos de la base de datos HISTMAG (Arneitz et al, 2017), consistiendo en 1101 declinaciones, 162 inclinaciones y 164 intensidades. Los errores asociados a los datos históricos se han establecido como  $\alpha_{95} = 0.5^\circ$  y  $\sigma_F = 0.5 \mu T$  de acuerdo con Pavón-Carrasco et al. (2009).

Para obtener una PSVC del vector completo continua en el tiempo, se han tenido en cuenta las relaciones intrínsecas entre los tres elementos geomagnéticos considerándolos conjuntamente. De esta forma se ha reconstruido la evolución temporal del campo geomagnético en nuestro punto de referencia (ver Molina-Cardín et al., 2018). La evolución temporal viene definida a través de B-splines cúbicos (De Boor, 2001) con puntos fijos cada 50 años entre 1200 a.C. y 2000 d.C. Primero se obtuvo una PSVC provisional para detectar y eliminar posibles outliers, descartándose un total de 13 datos. A continuación se calculó la PSVC final con los datos restantes. La banda de error se determinó al 95 % de confianza a partir de 5000 curvas perturbadas mediante un método de bootstrap (Thébault & Gallet, 2010) en el que, además de las incertidumbres de los datos, se tuvo en cuenta la información estratigráfica disponible.

La nueva curva de variación paleosecular de Iberia se muestra en la figura 3.14 y sus valores de declinación, inclinación e intensidad se recogen en el apéndice V. La evolución de la declinación (figura 3.14a) se caracteriza por un valor máximo de desviación hacia el este de  $22^\circ$  hacia el 800 a.C. seguido de un decrecimiento hasta el 400 a.C., cuando el campo magnético exhibe una dirección prácticamente norte que se mantiene durante unos 8 siglos sin variaciones significativas. Después, la declinación aumenta entre el 400 d.C. y el 700 d.C. hasta un valor de  $15^\circ$  entre los siglos VII y XII d.C. Los nuevos datos obtenidos del s. VI d.C. ayudan a definir mejor el comienzo de las declinaciones este. Hacia el 1600 d.C. comienza una importante deriva hacia el oeste hasta el final de la curva en 1900 d.C. Por otro lado, las inclinaciones presentan tres máximos, alcanzando valores de unos  $60^\circ$ - $65^\circ$  en el 500 a.C., el 600 d.C. y el 1700 d.C., intercalados con dos mínimos, uno en el 200 d.C. con valores de unos  $53^\circ$  y otro en 1400 d.C con una inclinación de unos  $45^\circ$  (figura 3.14c).

La contribución más importante de este trabajo está relacionada con la intensidad. La curva presentada en la figura 3.14e es la primera curva de intensidad específica para Iberia. Los dos nuevos datos procedentes de yacimientos independientes (el horno de La Ferradura y las cerámicas de Pedro Muñoz, ver Molina-Cardín et al., 2018) ayudan a revelar un máximo bastante importante hacia el 600 a.C. cuando los valores de intensidad alcanzan los  $85 \mu T$ , las intensidades más altas observadas en la Península Ibérica en los últimos tres milenios (figura 3.14e). Entre el 400 a.C. y el 500 d.C. se observan pequeñas variaciones alrededor de un valor medio de  $60 \mu T$ , con un pequeño máximo alrededor del 100 d.C. Un segundo máximo aparece entre los siglos V y IX d.C. alcanzándose una intensidad de  $70 \mu T$  en el 800 d.C. A partir de ese momento, se observa una progresiva caída de la intensidad.

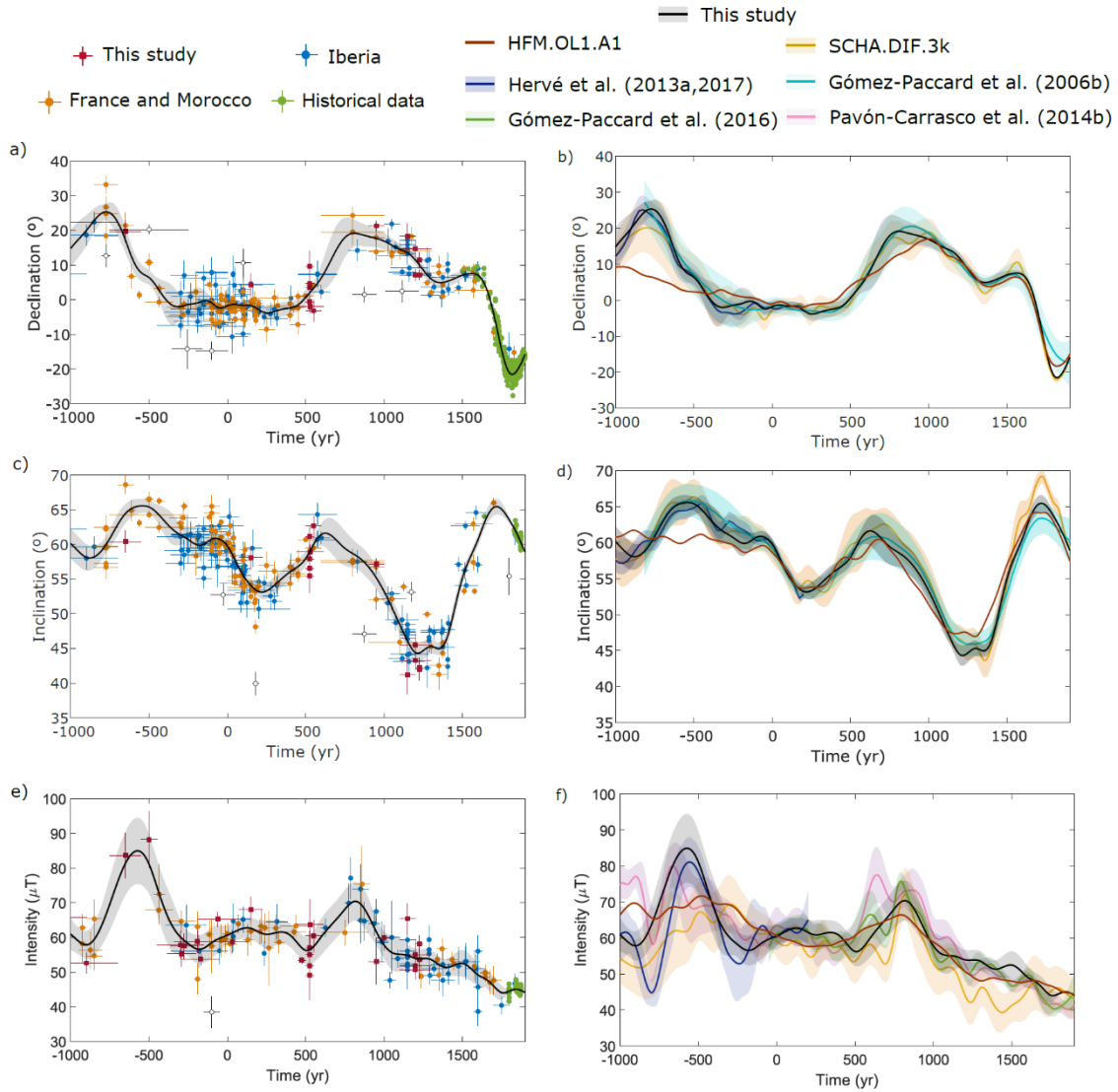
### **3.7. Aplicación de la nueva PSVC a la datación arqueomagnética**

La nueva PSVC resultará de gran utilidad para la datación arqueomagnética en la Península Ibérica, puesto que se ha desarrollado a partir de todos los datos de calidad disponibles para esta región. Además, la nueva curva contiene información de las variaciones del vector geomagnético completo, es decir, de declinación, inclinación e intensidad, permitiendo la datación a partir de los tres elementos magnéticos, que puede mejorar la precisión de la datación resultante.

Siete de las estructuras estudiadas, de las cuales no existía suficiente información sobre su cronología, han sido datadas arqueomagnéticamente utilizando la nueva PSVC por medio del programa *archeo-dating* (Pavón-Carrasco et al., 2011). El hogar EC6 ha sido datado en base a su dirección, resultando compatible con dos periodos posibles,  $629 \pm 86$  d.C. o  $1644 \pm 67$  d.C., junto con un tercer periodo ( $455 \pm 223$  a.C.) que es claramente descartado por el contexto arqueológico. Por otro lado, el gran horno de cal de LQ se ha datado utilizando los tres elementos magnéticos. La edad resultante ha sido de  $1439 \pm 17$  d.C. Por último, también se han datado los cinco hornos de TO utilizándose direcciones e intensidades, resultando edades consistentes con las sospechadas. Las edades obtenidas fueron, para TO1,  $1807 \pm 21$  d.C.; para TO2,  $1816 \pm 36$  d.C.; para TO3,  $1788 \pm 22$  d.C.; para TO4,  $1676 \pm 29$  d.C. y para TO5,  $1822 \pm 56$  d.C. Esto permite concluir que el horno TO4 es más antiguo, pero el resto tienen prácticamente la misma edad. Las gráficas de datación se han incluido en el apéndice VI.

### **3.8. Comparación con otras PSVC de Europa**

Se ha comparado la nueva curva con otras PSVC locales y curvas derivadas de modelos (figura 3.14b,d,f): la PSVC de Iberia centrada en Madrid (Gómez-Paccard, et al., 2006b), las curvas francesas centradas en París (Gómez-Paccard et al., 2016; Hervé et al, 2013a, 2017), el modelo regional SCHA.DIF.3k (Pavón-Carrasco et al., 2009), el modelo B (también regional) de Pavón-Carrasco et al. (2014b) y el último modelo global, HFM.OL1.A1 (Constable et al., 2016). Las curvas derivadas de modelos se han calculado en las coordenadas de Madrid y las PSVC centradas en París han sido también relocalizadas a estas coordenadas. Direccionalmente, todas las curvas coinciden en los aspectos generales (con excepción del modelo global HFM.OL1.A1), pero en las paleointensidades se evidencian algunas diferencias.



**Figura 3.14.** Nueva curva de variación paleosecular de Iberia junto con los datos utilizados para su construcción (izquierda) y comparados con otras curvas y modelos regionales o globales (derecha). Todas las curvas se han representado con una banda de error correspondiente a dos desviaciones típicas. Los círculos abiertos representan los datos que se han considerado outliers durante el cálculo de la curva, por lo que no intervienen en la curva final.

La curva direccional de Hervé et al. (2013a) para París coinciden con la nueva PSVC en todo su intervalo de validez. Las componentes direccionales de la anterior PSVC de Iberia, propuesta por Gómez-Paccard et al. (2006b) son también similares (figuras 3.14b,d). Aparecen algunas pequeñas diferencias (menos de 5°) en la declinación, en el máximo del 900 d.C. y en el mínimo de 1800 d.C., así como en el máximo de inclinación de 1700 d.C. Estas diferencias eran esperables, puesto que en 2006 no había apenas datos para esos periodos en la región (Gómez-Paccard et al., 2006b). La nueva curva direccional también muestra un acuerdo general con las predicciones del modelo regional SCHA.DIF.3k (Pavón-Carrasco et al, 2009), excepto para el periodo del 1600 al 1800 d.C., donde la PSVC sugiere inclinaciones más bajas. El modelo global HFM.OL1.A1 muestra diferencias significativas con la curva de Iberia, así como con las otras curvas y modelos, fundamentalmente en el primer milenio a.C.

Las PSVCs de intensidad centradas en París (Gómez-Paccard et al., 2016; Hervé et al., 2017) se muestran en concordancia con la nueva curva, aunque hay que indicar que la de Iberia es más suave que las francesas (figura 3.14f). Probablemente, esto se debe a que está calculada a partir de una menor cantidad de datos. La principal diferencia es la amplitud del mínimo del 800 a.C., justo antes del gran máximo observado en el 600 a.C., y la ausencia de un doble máximo en el intervalo entre el 600 d.C. y el 800 d.C. La curva de paleointensidad de Iberia no presenta ningún indicio de la existencia del máximo en el 600 d.C., que sí se observa claramente en la base de datos de Europa del este (Genevey et al., 2003) y que se sugiere que también se recoge en datos de Francia (Gómez-Paccard et al., 2012). Para comprender la naturaleza de este doble máximo, todavía se requiere más información arqueomagnética que permita describir con más detalle el campo magnético en Iberia en este periodo.

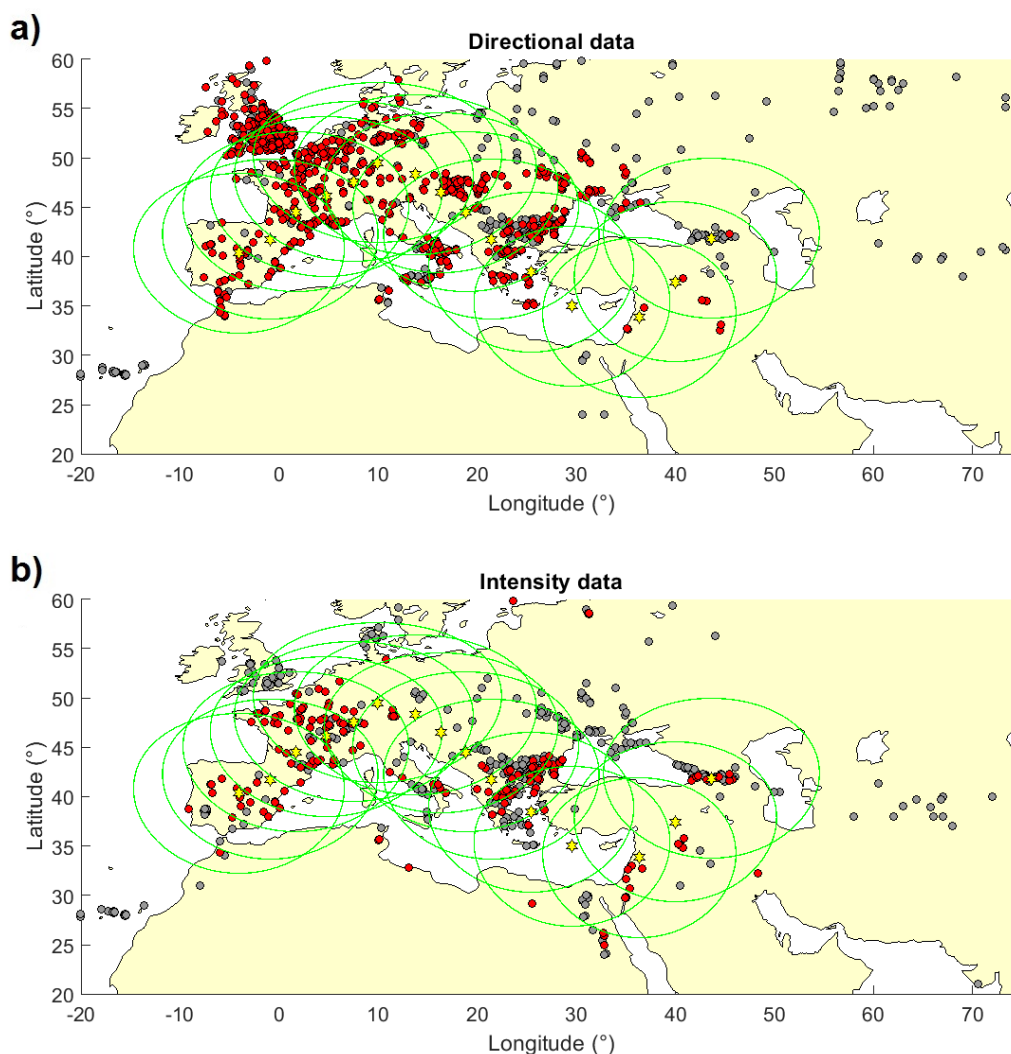
Se observan importantes diferencias en la paleointensidad con el modelo regional SCHA.DIF.3k (Pavón-Carrasco et al., 2009). Estas diferencias se deben principalmente a las bases de datos de entrada. En la construcción del modelo regional no se impuso ningún filtro de calidad sobre el protocolo de laboratorio a la hora de seleccionar los datos de intensidad. Además, al incluirse datos de toda Europa, contribuirán en cierta medida a los valores esperados en Iberia. Por ejemplo, hay que resaltar que en el primer milenio a.C., tan sólo había publicados unos pocos datos de intensidad del oeste de Europa, por lo que el modelo está basado fundamentalmente en datos del este. En una reconstrucción regional más reciente (curva rosa en la figura 3.14f) realizada por Pavón-Carrasco et al. (2014b), sí se impusieron criterios de calidad como los utilizados en nuestra curva. A parte de las diferencias de pequeña longitud de onda, la tendencia general es más consistente. En el primer milenio a.C. la reconstrucción regional de Pavón-Carrasco et al. (2014b) muestra un máximo de intensidad comparable alrededor del 600 a.C., pero el segundo máximo, observado hacia el 900 a.C. no aparece registrado en la nueva PSVC de Iberia. Para los dos últimos milenios, la reconstrucción europea indica un gran máximo hacia el 600 d.C. que no se observa en la nueva curva, pero sí parece sugerirse, aunque con menor intensidad, en la PSVC para el oeste de Europa de Gómez-Paccard et al. (2016).

Es importante recalcar que, cuando se realiza una reconstrucción regional o global, la resolución espacial está limitada por la cantidad de datos, su distribución, la consistencia interna de la base de datos y el grado máximo del desarrollo en armónicos esféricos utilizado. Así, la base de datos de Europa del este controla en gran medida las paleointensidades derivadas del modelo SCHA.DIF.3k. La reconstrucción más reciente de Pavón-Carrasco et al. (2014b) está basada sólo en datos de paleointensidad de calidad y, por tanto, en un número de datos mucho menor. Como consecuencia, algunos datos parecen tener una gran influencia en el modelo. Para investigar en detalle la variación secular a escala continental, se ha llevado a cabo una metodología innovadora que presenta en la siguiente sección.

### **3.9. La variación paleosecular en el Mediterráneo en los últimos 3000 años**

Para comparar la evolución del campo magnético en las diferentes zonas del Mediterráneo, se han calculado diversas PSVCs utilizando la misma metodología explicada en la sección anterior comenzando por la PSVC de Iberia y continuando hacia el este tomando sucesivos puntos de referencia a lo largo de Europa y Oriente Próximo. En lugar de tomar los centros de las curvas a

una misma latitud, se ha considerado preferible seleccionarlos buscando las zonas en las que existe un mayor número de datos disponibles con el objetivo de obtener curvas precisas (figura 3.15). Para cada uno de los puntos elegidos, se han seleccionado todos los datos de calidad dentro de un radio de 900 km y se ha construido la PSVC correspondiente (en el apéndice VII se muestran estas curvas). Después, cada una ha sido trasladada a la latitud de Madrid sin variar su longitud para que pudieran ser comparables. Todo el conjunto de curvas queda resumido en un diagrama de Hovmöller (Hovmöller, 1949). En este tipo de gráfico, la declinación, la inclinación o la intensidad, se representan en escala de colores en función de la longitud y el tiempo (figura 3.16). De esta forma se puede investigar en detalle la evolución del campo magnético en espacio y en tiempo, al menos en la dirección este-oeste, en la región del Mediterráneo.



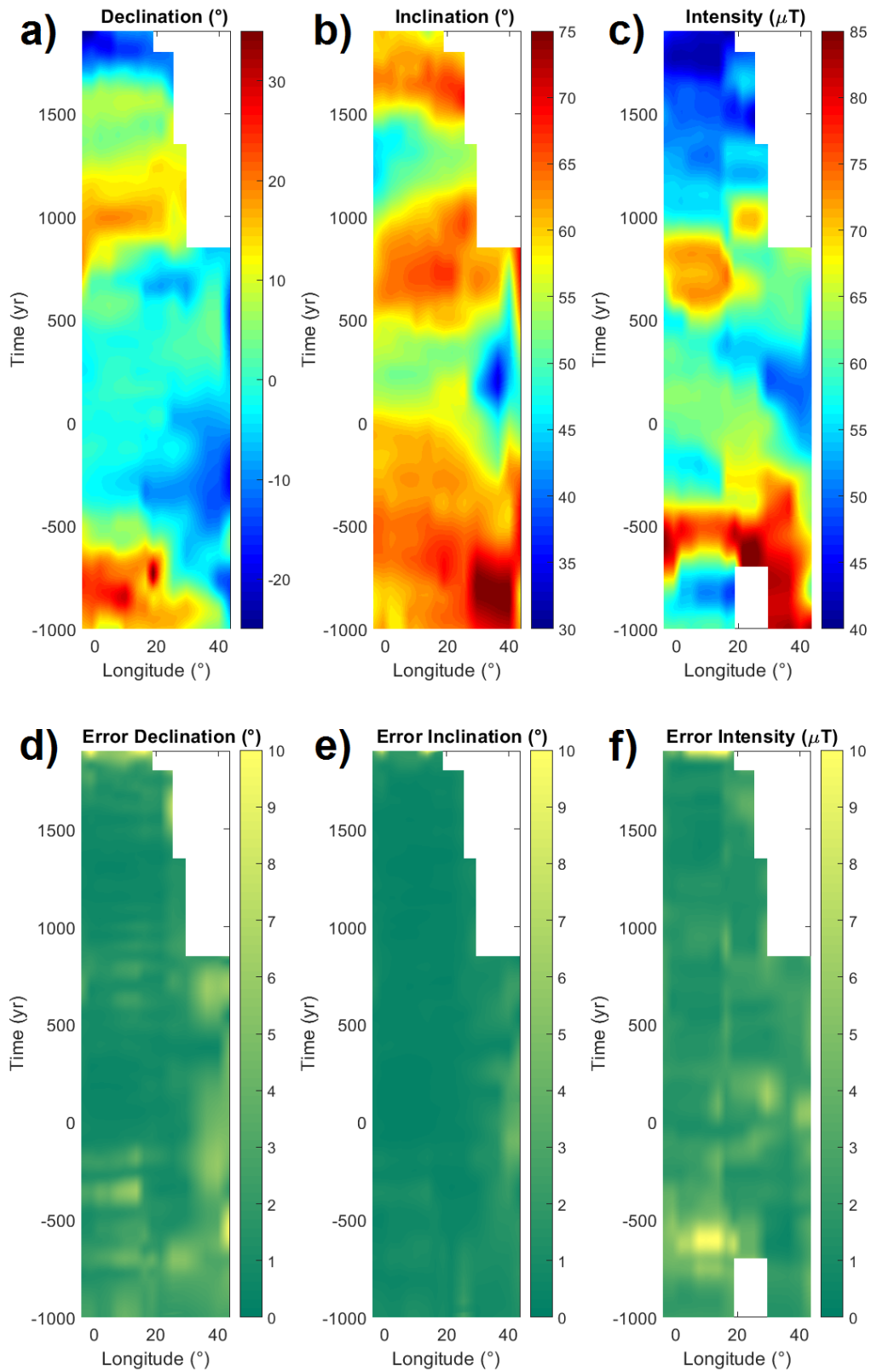
**Figura 3.15.** Centros (estrellas amarillas) y límites de 900 km de radio (círculos verdes) de las PSVC construidas para la generación del diagrama de Hovmöller. Los puntos rojos representan los datos de calidad. Los datos de baja calidad también se han representado (puntos grises), pero no se han utilizado en la construcción de las curvas.

La característica más destacable de la variación secular en la primera mitad del primer milenio a.C. son las altas intensidades, de unos 80  $\mu\text{T}$ , observadas a longitudes de entre 30°E y 40°E (figura 3.16c). En el 1000 a.C. el máximo se encuentra centrado en 35°E y está relacionado con la Anomalía de la Edad del Hierro del Levante (LIAA por sus siglas en inglés: *Levantine Iron Age*

*Anomaly*) propuesta por Shaar et al. (2016, 2017). Ésta es una característica inusual del campo magnético terrestre conocida como *spike* geomagnético (Ben-Yosef et al., 2009) que se caracteriza por altos valores de intensidad del campo asociados con una rápida variación secular. Recientemente se han señalado altas intensidades que podrían estar potencialmente relacionados con spikes en las Islas Canarias (de Groot et al., 2015; Kissel et al., 2015) y el este de China (Cai et al., 2017). La existencia de spikes geomagnéticos ha generado gran interés y cierto debate (p. ej., Davies & Constable, 2017; Korte & Constable, 2018; Livermore et al., 2014). Livermore et al. (2014) consideran que la rápida variación secular observada en la LIAA no es compatible con las hipótesis actualmente aceptadas sobre la dinámica de las corrientes en el núcleo. Davies & Constable (2017) han propuesto que el spike del Levante podría estar causado por un intenso parche de flujo a nivel del límite manto-núcleo, muy estrecho y localizado, que habría crecido en esa localización y después habría migrado hacia el norte y el oeste. Posteriormente, Korte & Constable (2018) han sugerido que los spikes se originan a partir de intensos parches de flujo que crecen y decaen prácticamente *in situ*, combinados con un momento dipolar más intenso y variable de lo que muestran los modelos globales previos.

El máximo de 1000 a.C. se observa con posterioridad, en el 700 a.C. entre los 20°E y los 25°E. A la vista de la figura 3.16c, parece que ambos máximos pueden estar relacionados con la misma característica del campo que se mueve hacia el oeste. Siguiendo esa idea, también se podría corresponder con el máximo de intensidad de Iberia que identificamos en el 600 a.C. Cabe mencionar que entre 0° y 20°E aparecen intensidades más bajas hacia el 500 a.C., aunque habría que señalar que las curvas correspondientes han sido calculadas con datos de latitudes más elevadas (figura 3.15). Aunque después hayan sido trasladadas a la latitud de Madrid, si la LIAA se hubiese desplazado desde el Levante hacia el oeste a latitudes por debajo de los 45°N, su efecto no se manifestaría en esas curvas. Además, el error es también mayor en ese periodo (figura 3.16f). Por otro lado, se han detectado otros picos de intensidad en torno al 600 a.C. en las Islas Canarias (de Groot et al., 2015; Kissel et al., 2015) y en el archipiélago de las Azores (di Chiara et al., 2014), lo que sugiere la posibilidad de que el máximo de intensidad abarque una gran área. Para tener una visión más clara de la extensión de esta característica, todavía hacen falta más datos.

El movimiento de esta anomalía de intensidad podría tener también efectos en los elementos direccionales (D, I). De hecho, parece que está relacionada con altos valores de la inclinación y con declinaciones este (figuras 3.16a,b). El máximo en inclinación se observa entre los 30°E y los 40°E hacia el 800 a.C. y se mueve hacia el oeste alcanzando la longitud 0° en el 500 a.C. Las declinaciones este parecen relacionadas con los altos valores de intensidad, aunque el diagrama de Hovmöller no muestra un claro desplazamiento del parche. Para evaluar si este comportamiento puede deberse a la deriva del polo geomagnético o a variaciones en la intensidad del dipolo, se han construido otros diagramas de Hovmöller a partir de curvas derivadas de los modelos SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014a) y ARCH10k.1 (Constable et al., 2016) considerando por un lado el campo dipolar ( $n=1$ ) y por otro el campo completo (figuras 3.17 y 3.18). De acuerdo con estas representaciones, las variaciones del dipolo no pueden explicar por sí solas los valores de intensidad ni los cambios direccionales. Esta característica debe, por tanto, estar asociada a términos de grado superior del desarrollo en armónicos esféricos según los modelos utilizados. Sin embargo, Korte & Constable (2018) consideran que la distribución de la base de datos global actual impide la descripción de este tipo de características mediante los modelos en armónicos esféricos disponibles (figuras 3.17b, 3.18b). En este contexto, representaciones más simples como las que se proponen aquí, a través de los diagramas de Hovmöller, pueden ser de gran interés.



**Figura 3.16.** Diagramas de Hovmöller para la evolución de la declinación (a), la inclinación (b) y la intensidad (c), así como sus respectivas incertidumbres (d, e, f), en Europa y Oriente Próximo. Los valores han sido reducidos a la latitud de Madrid (ver el texto para más detalles). Las áreas en blanco indican la ausencia de datos de calidad para esa localización y periodo.



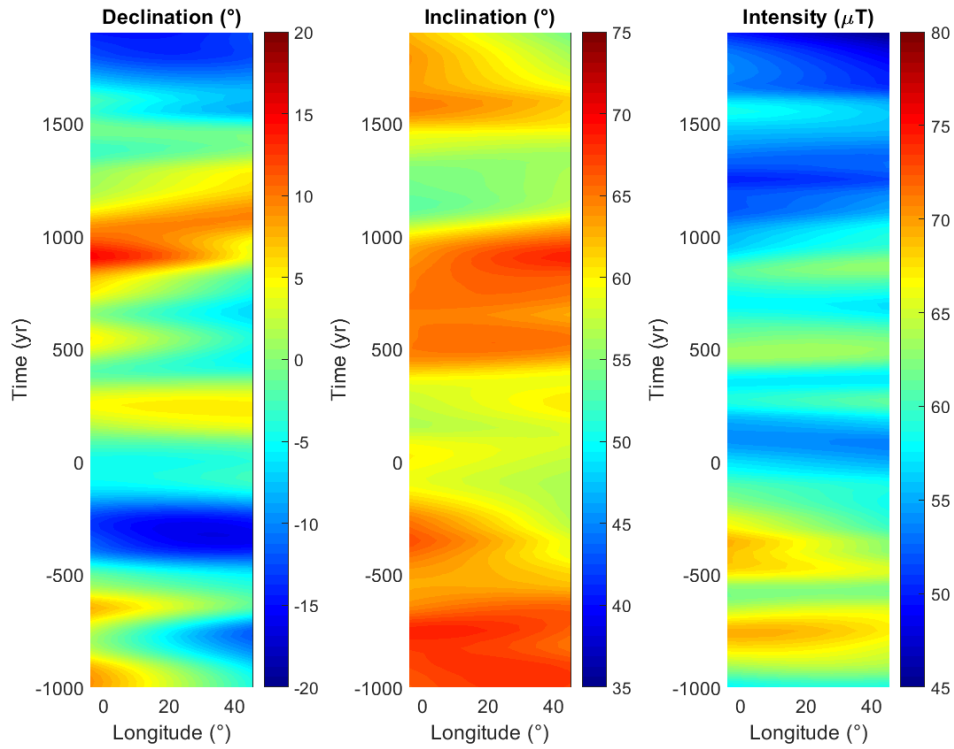
Después del máximo de la LIAA, en torno al 100 d.C. se observa una zona de bajas intensidades que se desplaza hacia el oeste desde los 40°E de longitud. Este mínimo se va desvaneciendo según se desplaza hacia el oeste, alcanzando la longitud de 0° en el 500 d.C.

Otra característica que merece la pena señalar es la doble oscilación en la intensidad en el 600 d.C. y el 800 d.C. que se observa en algunas regiones de Europa. Como se ha discutido antes, aunque otras curvas y modelos presentan este doble máximo, nuestra nueva curva no lo hace. En la figura 3.16c, se observa que la doble oscilación sólo se observa con claridad para las curvas cuyas longitudes se encuentran entre 0° y 15°E, lo que nos hace preguntarnos si puede deberse también a una cuestión de latitud. Esto explicaría por qué se ha registrado en el norte de Francia, pero no en la Península Ibérica. Puesto que apenas existen datos para este periodo, no podemos responder esta pregunta por el momento.

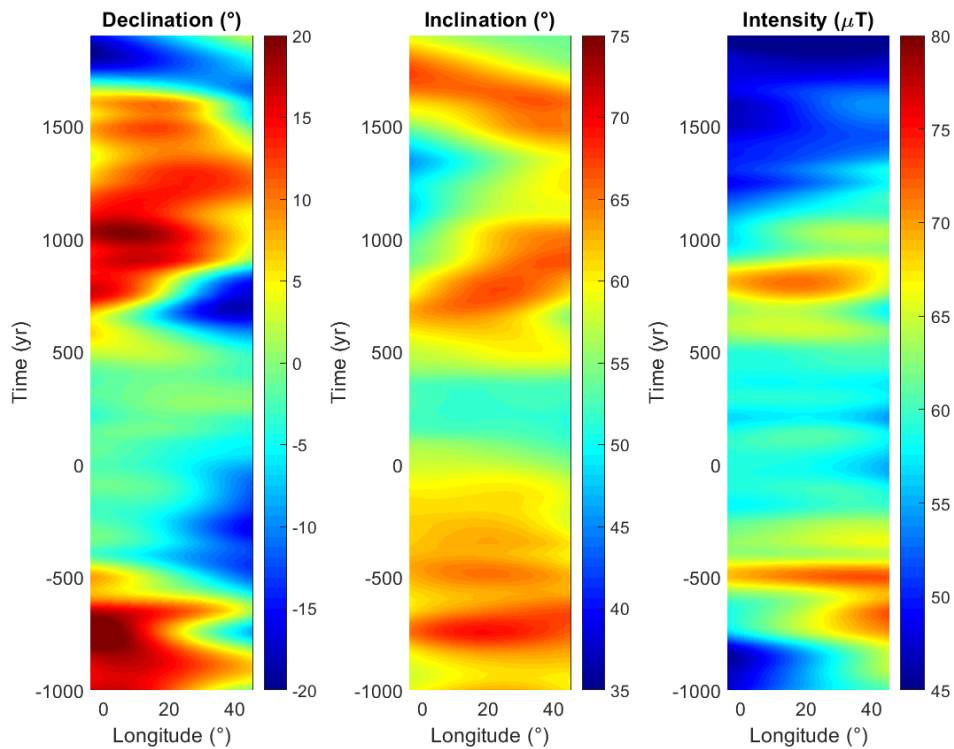
Otra característica que se puede identificar en los diagramas de Hovmöller se observa entre el 500 d.C. y el 1000 d.C. En este caso se mueve hacia el este y aparece en los elementos direccionales. Aparece como un máximo en inclinación asociado a la línea de declinación 0° (figuras 3.16a,b). Este aspecto se debe fundamentalmente al polo geomagnético pasando por estas longitudes (figura 3.19), aumentando la inclinación y haciendo que la declinación tienda a 0° en la longitud en la que se encuentra el polo. Las figuras 3.17a y 3.18a muestran que el dipolo es capaz de representar bien esta característica.

Por último, hay que señalar el potencial de los diagramas de Hovmöller en el estudio de características del paleocampo que se desplazan. Se trata de una herramienta apenas utilizada en arqueomagnetismo, a pesar de que las representaciones longitud-tiempo sí se han usado, por ejemplo, en el análisis de la estructura del campo en el CMB (p. ej., Korte & Constable, 2018; Nilsson et al., 2014). Este tipo de diagrama permite identificar características espaciales de pequeña longitud de onda que son más difíciles de analizar a partir de reconstrucciones regionales o globales. No obstante, se debe tener cuidado con los errores de relocalización que se cometen al transportar los datos y las curvas (p. ej., Casas & Incoronato, 2007; Pavón-Carrasco et al., 2011). En cualquier caso, aparte de elegir la técnica de análisis más conveniente, sigue siendo importante aumentar el número de datos arqueomagnéticos incluso en las regiones como Europa que tienen una alta densidad de datos.

### a) Dipole (n=1)

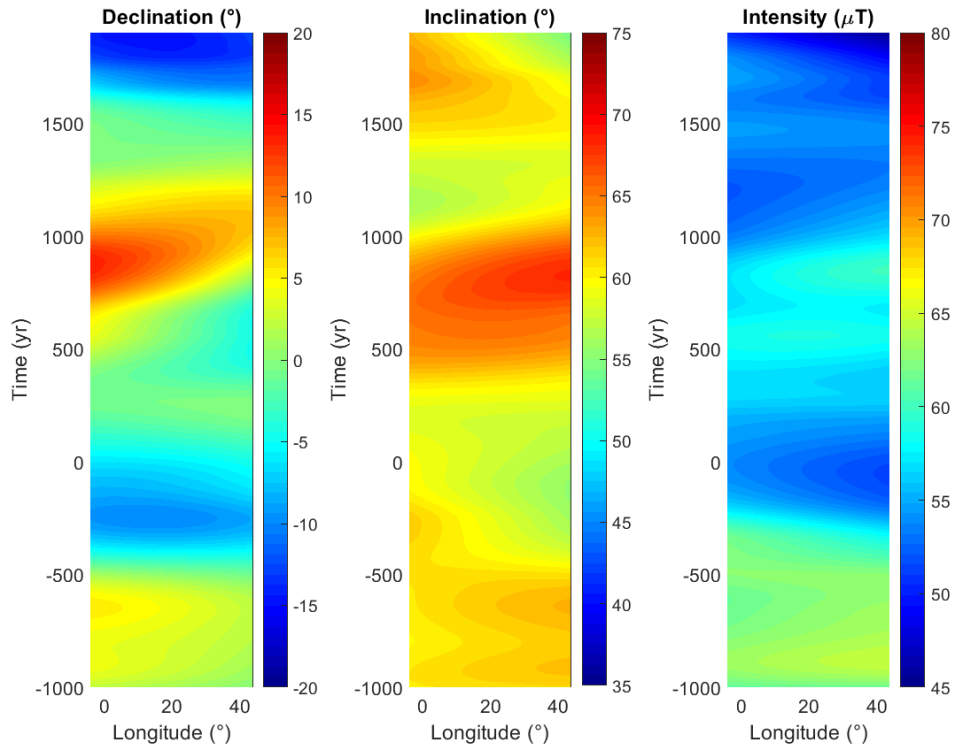


### b) Full model

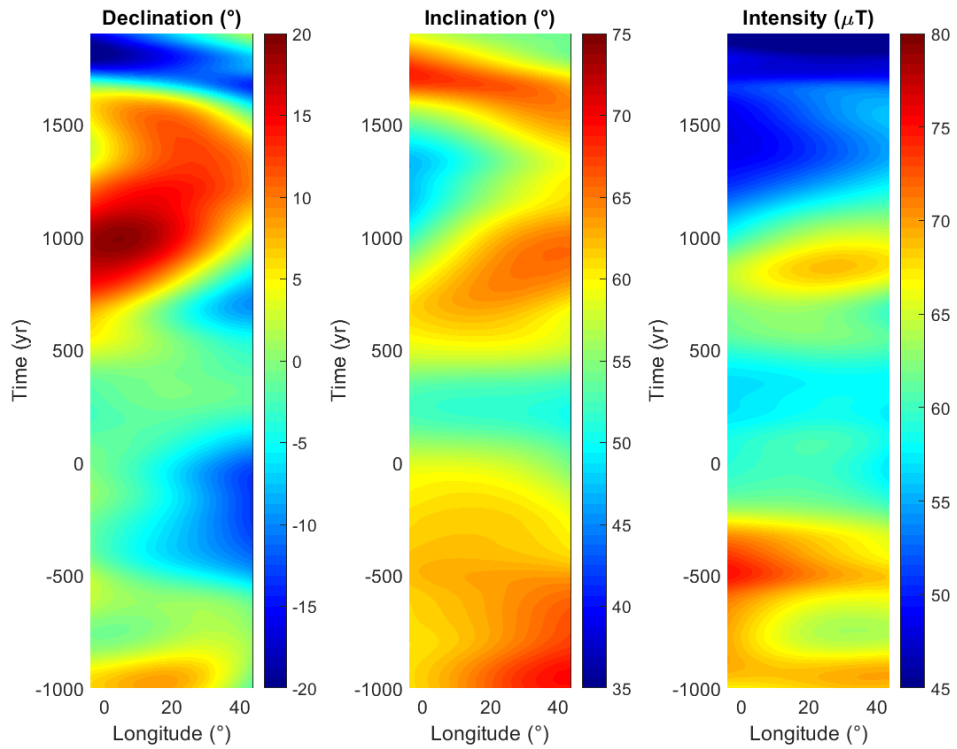


**Figura 3.17.** Diagramas de Hovmöller para la declinación, la inclinación y la intensidad contruidos a partir del modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014b) utilizando: a) sólo el dipolo ( $n=1$ ) o b) el modelo completo. En ambos casos los valores se han calculado a la latitud de Madrid.

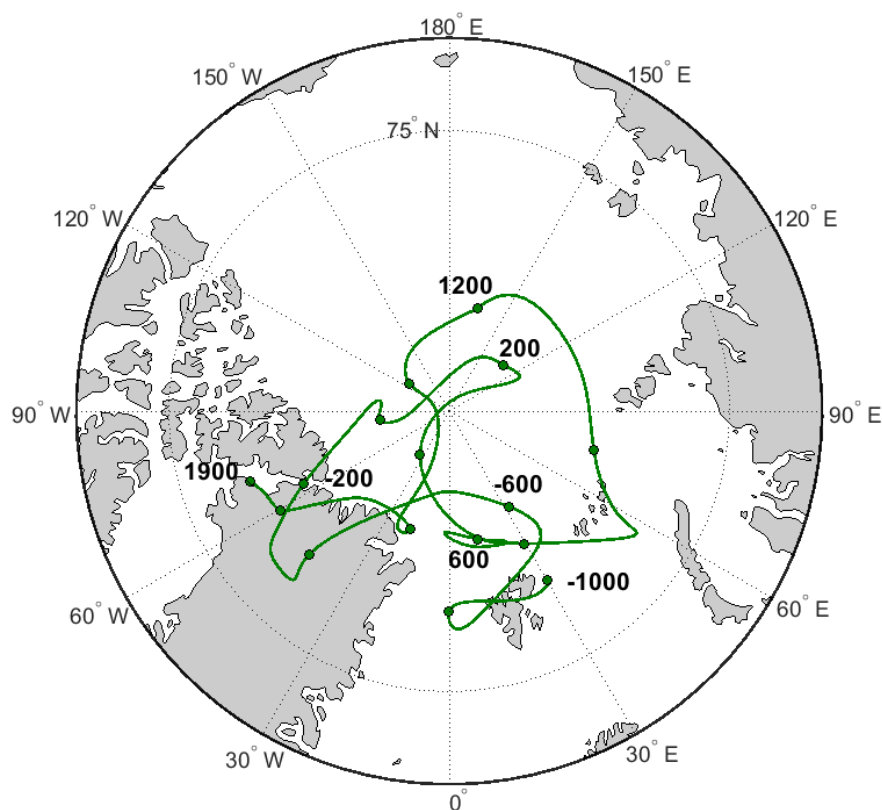
### a) Dipole (n=1)



### b) Full model



**Figura 3.18.** Diagramas de Hovmöller para la declinación, la inclinación y la intensidad contruidos a partir del modelo ARCH10k.1 (Constable et al., 2016) utilizando: a) sólo el dipolo ( $n=1$ ) o b) el modelo completo. En ambos casos los valores se han calculado a la latitud de Madrid.



**Figura 3.19.** Trayectoria del polo geomagnético durante los 3 últimos milenios calculado a partir del modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014b). Se incluyen puntos cada 200 años como referencia.

### 3.10. La variación paleosecular en Iberia durante la primera Edad del Hierro

Para completar la base de datos arqueomagnética del oeste de Europa e investigar más a fondo la variación secular durante la Primera Edad del Hierro, se decidió llevar a cabo un nuevo estudio de varios yacimientos con estas cronologías (Osete et al., *in prep*). En concreto, se han estudiado un total de 17 estructuras de combustión procedentes de 6 yacimientos arqueológicos de la provincia de Castellón: Puig de la Nau (PUIG, 6 estructuras) en Benicarló, Puig de la Misericordia (PUM, 1 estructura) en Vinaroz, El Calvario (CAL, 2 estructuras) en Montán, Los Morrones (MRR, 2 estructuras) en Cortes de Arenoso, El Tossal de la Vila (TOS, 4 estructuras) en Serra d'Engarceran y El Mortòrum (MRT, 2 estructuras) en Cabanes. La mayoría de las estructuras se correspondían con hogares asociados a entornos habitacionales.

El muestreo se realizó utilizando vendas y escayola excepto en aquellos casos en los que la estructura mostraba una superficie no porosa que impedía la correcta adherencia de la escayola,

donde se utilizó directamente la superficie superior como plano de referencia. El proceso de preparación de muestras y las medidas se realizaron en el laboratorio de paleomagnetismo de la Universidad Complutense de Madrid utilizando los mismos equipos ya descritos en el apartado 3.2.

Los experimentos de magnetismo de rocas sugieren que, en general, la fase magnética dominante se corresponde con titanomagnetita o titanomaghemita con bajo contenido en titanio.

Los protocolos de desimanación utilizados son también similares a los indicados para el estudio anterior, incluyendo desimanación por campos alternos, desimanación térmica sin campo y determinación de la paleointensidad por el método de Thellier & Thellier (1959) con pTRM-checks y cálculo del tensor de anisotropía de la termorremanencia.

La mayoría de los especímenes presentaban un buen comportamiento durante la desimanación tanto térmica como por campos alternos. Es común la aparición de una pequeña componente viscosa que puede eliminarse a bajas temperaturas (100-150 °C) o campos (5-10 mT). Después aparece una única componente dirigida hacia el origen. El efecto de la ATRM en las direcciones medias no ha resultado significativo. Direccionalmente, se han descartado dos estructuras, PUIG3 y MRT1, debido a que su mal estado de conservación no permitió obtener más que unas pocas muestras y a que su fragilidad impidió que se completara la desimanación de algunos de los especímenes investigados. Las pocas direcciones obtenidas no son consistentes, por lo que parece que estas estructuras no alcanzaron altas temperaturas. Hay que mencionar que TOS4 es el único sitio donde se observan claramente dos componentes. La de baja temperatura de desbloqueo presenta una dirección prácticamente horizontal que no puede asociarse al campo magnético terrestre en estas latitudes. Se propone que esta componente pudo ser producida por la caída de un rayo en el entorno cercano. En cuanto a la de alta temperatura no pudo aislarse bien, por lo que ha sido descartada.

En cuanto a la paleointensidad, se obtuvieron suficientes diagramas de Arai rectos y con pTRM-checks positivos para calcular valores medios para la mayoría de las estructuras. Los valores a nivel de espécimen se determinaron empleando al menos 6 puntos (en general, más de 9) correspondiéndose, en su mayoría, con fracciones de la NRM ( $f$ ) de entre 0.6 y 0.88 y con factores de calidad ( $q$ ) de entre 10 y 40. De las estructuras MRT2, CAL2, MRR1 y TOS2 no se pudieron obtener paleointensidades consistentes, posiblemente debido a que estas estructuras no alcanzaron temperaturas demasiado elevadas. Además, las direcciones medias de estas estructuras presentaban una mayor dispersión que el resto. Se trataba, además de estructuras en peor estado de conservación y que podrían haber perdido su capa más superficial, la que habría estado expuesta a una mayor temperatura.

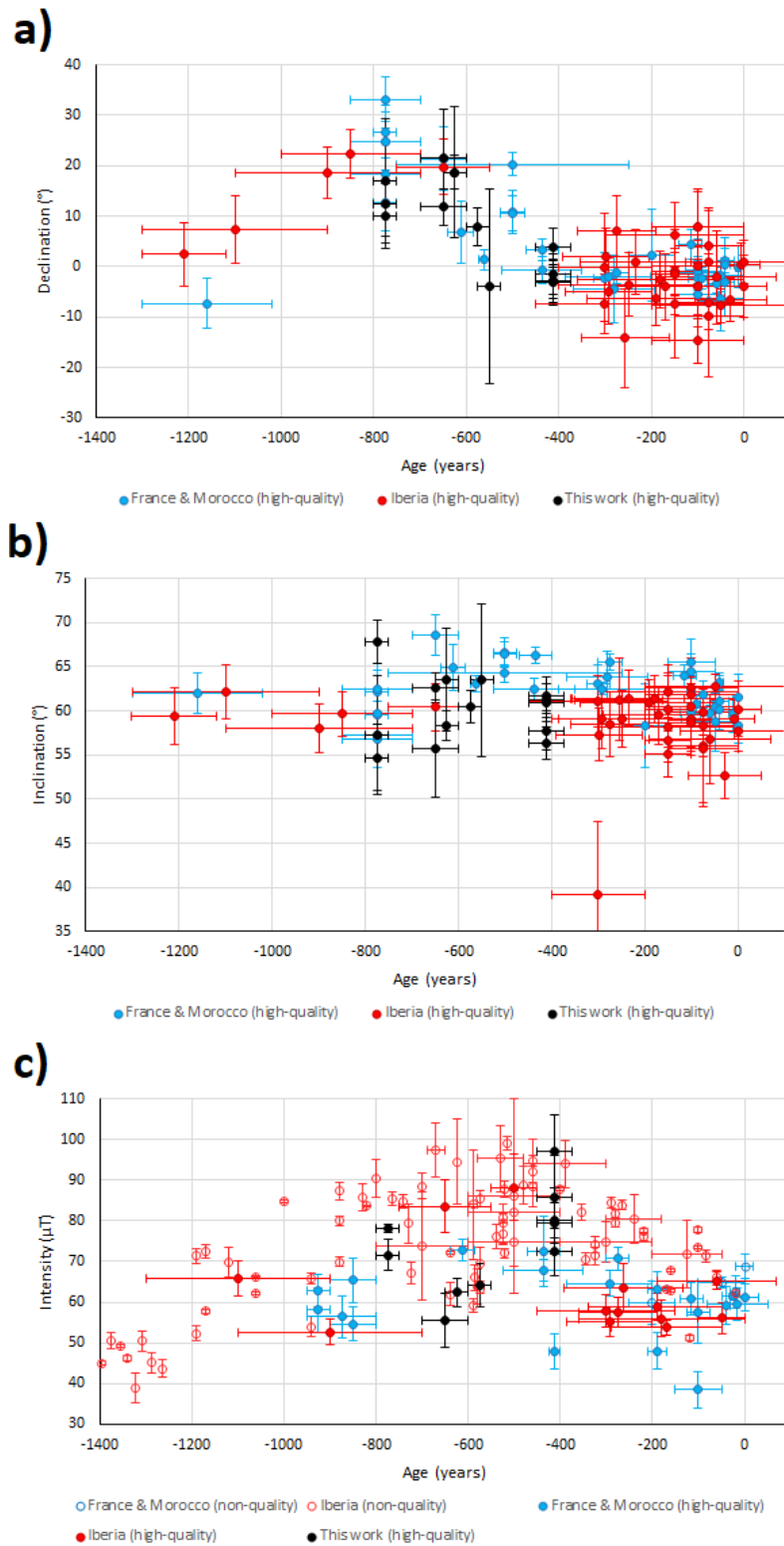
Los resultados obtenidos, tanto direccionales como de paleointensidad, se recogen en la tabla 3.3.

**Tabla 3.3.** Datos preliminares direccionales y de arqueointensidad. ID, nombre de la estructura investigada; Lat, latitud; Lon, longitud; Edad, edad e incertidumbre asociada a cada estructura (todas las fechas son a.C.); Mét.Dat., método de datación ( $^{14}\text{C}$  = carbono 14; Arq = arqueológica); N, número de especímenes utilizados en el cálculo de la dirección media; D, declinación; I inclinación; K, parámetro de precisión;  $\alpha_{95}$ , semiángulo de confianza;  $N_{pi}$ , número de especímenes utilizados en el cálculo de la paleointensidad media; F, intensidad media;  $\sigma_F$ , desviación estándar de la intensidad.

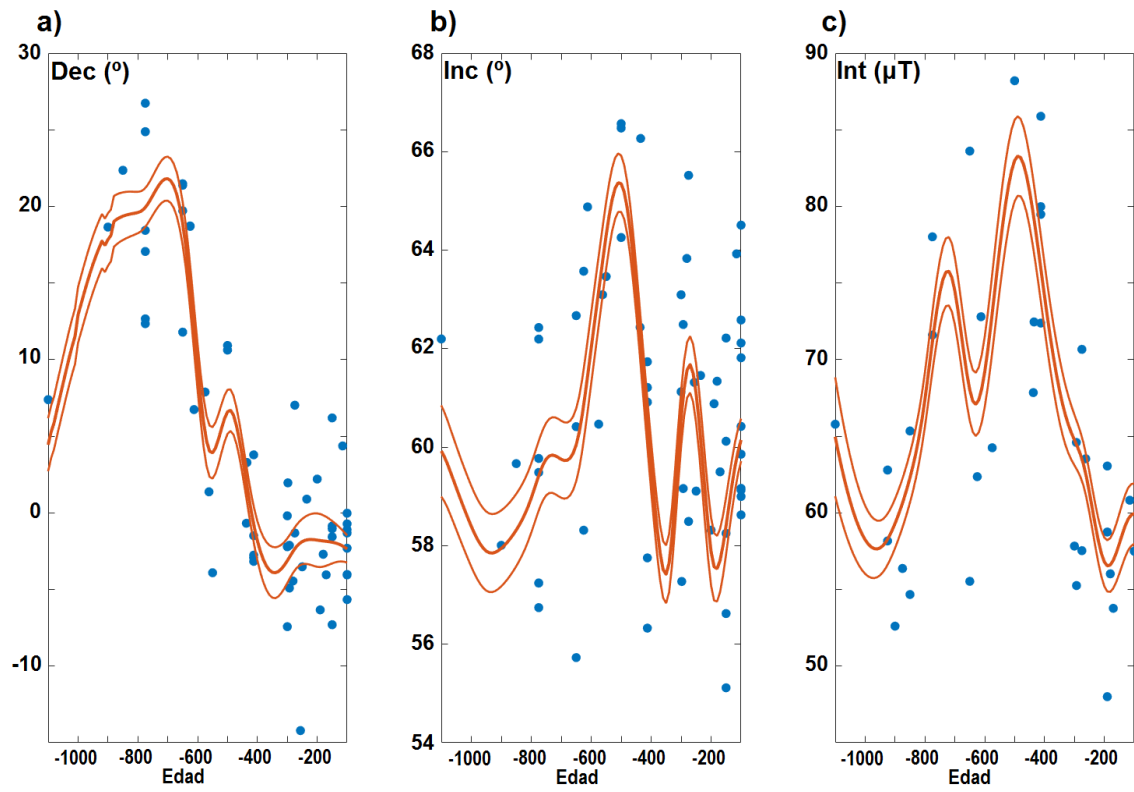
ID	Lat (°)	Long (°)	Edad (a.C.)	Mét.Dat.	N	D (°)	I (°)	K	$\alpha_{95}$ (°)	$N_{pi}$	F ( $\mu\text{T}$ )	$\sigma_F$ ( $\mu\text{T}$ )
PUIG1	40.42	0.43	412.5 $\pm$ 37.5	$^{14}\text{C}$ + Arq	14	-2.6	56.2	426	1.9	4	79.5	5.1
PUIG2	40.42	0.43	412.5 $\pm$ 37.5	$^{14}\text{C}$ + Arq	14	-1.3	57.7	336	2.2	3	72.4	5.8
PUIG3	40.42	0.43	412.5 $\pm$ 37.5	$^{14}\text{C}$ + Arq	-	-	-	-	-	-	-	-
PUIG4	40.42	0.43	412.5 $\pm$ 37.5	$^{14}\text{C}$ + Arq	23	-2.9	60.8	216	2.1	10	97.1	9.1
PUIG5	40.42	0.43	412.5 $\pm$ 37.5	$^{14}\text{C}$ + Arq	13	-3.4	61.6	391	2.1	6	85.9	10.1
PUIG6	40.42	0.43	412.5 $\pm$ 37.5	$^{14}\text{C}$ + Arq	14	3.6	61.4	457	1.9	5	80	8
MRT2	40.15	0.05	550 $\pm$ 25	$^{14}\text{C}$ + Arq	7	-4.3	63.1	50	8.6	-	-	-
PUM	40.47	0.47	575 $\pm$ 25	$^{14}\text{C}$ + Arq	18	7.8	60.9	340	1.9	5	64.3	5.4
CAL1	40.03	-0.55	625 $\pm$ 25	Arq	19	18.8	58.7	369	1.7	6	62.1	3.5
CAL2	40.03	-0.55	625 $\pm$ 25	Arq	7	18.3	63.9	107	5.8	-	-	-
MRR1	40.19	-0.54	650 $\pm$ 50	$^{14}\text{C}$ + Arq	7	21.8	56.4	123	5.5	-	-	-
MRR2	40.19	-0.54	650 $\pm$ 50	$^{14}\text{C}$ + Arq	23	11.5	62.9	327	1.7	5	55.4	6.5
TOS1	40.27	-0.02	775 $\pm$ 25	$^{14}\text{C}$ + Arq	20	11.3	68.2	179	2.4	4	71.5	3.8
TOS2	40.27	-0.02	775 $\pm$ 25	$^{14}\text{C}$ + Arq	6	17.3	57.9	101	6.7	-	-	-
TOS3	40.27	-0.02	775 $\pm$ 25	$^{14}\text{C}$ + Arq	34	10.5	55.1	46	3.7	10	77.9	1
TOS4	40.27	-0.02	775 $\pm$ 25	$^{14}\text{C}$ + Arq	13	-40.2	14.6	182	3.1	4	118	18
MRT1	40.15	0.05	1200 $\pm$ 200	$^{14}\text{C}$ + Arq	-	-	-	-	-	-	-	-

Los nuevos resultados direccionales constituyen un incremento de datos significativo entre los siglos VIII y V a.C. y, en líneas generales, son consistentes con la base de datos previa. Las declinaciones en esta época indican una dirección este, presentando valores de entre 10° y 30° del 800 a.C. al 600 a.C. y disminuyendo hasta alcanzar direcciones norte en torno al 400 a.C (figura 3.20a). Las inclinaciones muestran variaciones más suaves manteniéndose entre los 55° y los 65° durante todo el periodo (figura 3.20b).

La aportación más interesante la proporcionan los nuevos datos de intensidad, que no siguen exactamente la evolución marcada por la curva de vector total de Iberia (Molina-Cardín et al., 2018) discutida en la sección 3.6. La curva indicaba un máximo de intensidad entre el 400 a.C. y el 800 a.C. que alcanzaba los 85  $\mu\text{T}$ . En la figura 3.20c se puede observar cómo los nuevos datos sugieren que este máximo podría ser, en realidad, dos máximos distintos, el primero hacia el 800-700 a.C. con valores de unos 70-75  $\mu\text{T}$  y el segundo en torno al 500-400 a.C. con intensidades más elevadas, al menos de unos 80-85  $\mu\text{T}$ . Las direcciones asociadas a estos máximos de intensidad son claramente diferentes, el primero corresponde con declinaciones este y el segundo con direcciones norte, lo que verifica que se tratan de dos eventos diferentes. Esto queda claro al construir una curva de variación paleosecular para este periodo incluyendo los nuevos datos (figura 3.21).



**Figura 3.20.** Datos de declinación (a), inclinación (b) e intensidad (c) de Iberia y el sur de Francia (dentro de un radio de 900 km centrado en Madrid) para la Edad del Hierro y del Bronce Tardío, relocalizados a coordenadas de Madrid. Puntos rojos: datos de este estudio (sólo apartado 3.10). Puntos naranjas y azules: datos de Iberia y del sur de Francia respectivamente. Los círculos rellenos/huecos representan datos de alta/baja calidad.



**Figura 3.21.** PSVC para la declinación (a), la inclinación (b) y la intensidad (c) calculadas a partir de los datos de calidad disponibles (puntos azules) dentro de un radio de 900 km centrado en Madrid entre el 1100 a.C. y el 100 a.C. (adaptado de Osete et al., in prep).





## Capítulo 4

### Estudio de la complejidad dinámica del CMT

---

El campo magnético de la Tierra se genera en su interior, en su núcleo externo, muy lejos de las zonas de las que podemos obtener información directa, como la atmósfera, los océanos y los primeros kilómetros de la corteza. Esto impide que podamos conocer el estado real en que se encuentra el sistema, es decir, no podemos establecer con precisión la temperatura, velocidad o composición del fluido en cada punto. Sin embargo, el estudio de este sistema puede realizarse analizando la evolución del campo magnético en la superficie terrestre, al que sí tenemos acceso, aunque la dinámica que rige su evolución exhibe características caóticas, originando un comportamiento complejo.

Las variaciones del campo geomagnético se pueden investigar a partir de observaciones directas de las componentes del campo magnético. Durante las últimas décadas hemos tenido la posibilidad de medir con gran precisión el campo en cualquier punto del planeta por medio de las misiones geomagnéticas satelitales como Oersted, CHAMP o Swarm. Asimismo, existe una extensa red de observatorios geomagnéticos en tierra que registran el campo magnético, algunos desde el siglo XIX. Estos datos constituyen series temporales que se pueden analizar, aunque su extensión es bastante reducida en comparación con las escalas de variación que presenta el CMT. Si se quiere llegar más atrás en el tiempo, es necesario recurrir a reconstrucciones del campo magnético a partir de datos históricos (hasta el s. XVI) y paleomagnéticos, ya sea a través PSVCs o de modelos paleomagnéticos. Estas alternativas permiten explorar escalas y periodos mayores, pero incluyen diferentes grados de incertidumbre, puesto que están contruidos a partir de medidas que pueden estar afectadas por imprecisiones durante las mediciones, errores en las dataciones, etc.

Otro tipo de aproximaciones, los modelos numéricos de la geodinamo (basados en las ecuaciones de la magnetohidrodinámica) simulan las interacciones entre los diferentes elementos del sistema y permiten analizar el efecto que tiene la modificación de ciertos parámetros en el comportamiento del sistema. Hay que tener en cuenta que siempre constituyen una idealización de la realidad y además aplican importantes simplificaciones, cuestión a tener en cuenta a la hora de interpretar los resultados.

El análisis de las características dinámicas a partir de las observaciones permite establecer ciertas cuestiones a tener en cuenta en la construcción o valoración de los modelos dinámicos, que tienen que ser capaces de reproducir las observaciones. El grado de complejidad se corresponde con el número de variables que definen el estado del sistema. Numéricamente representaría también el número de ecuaciones requeridas para expresar su evolución. Puesto que esta información surge del estudio de la dinámica del sistema, se necesitan procedimientos que relacionen las series temporales de las variables que podemos medir con la dinámica subyacente que las genera. En este sentido, el teorema de Takens (1981) constituye la base teórica fundamental para la reconstrucción del espacio de las fases a partir de series temporales (ver 2.3.2).

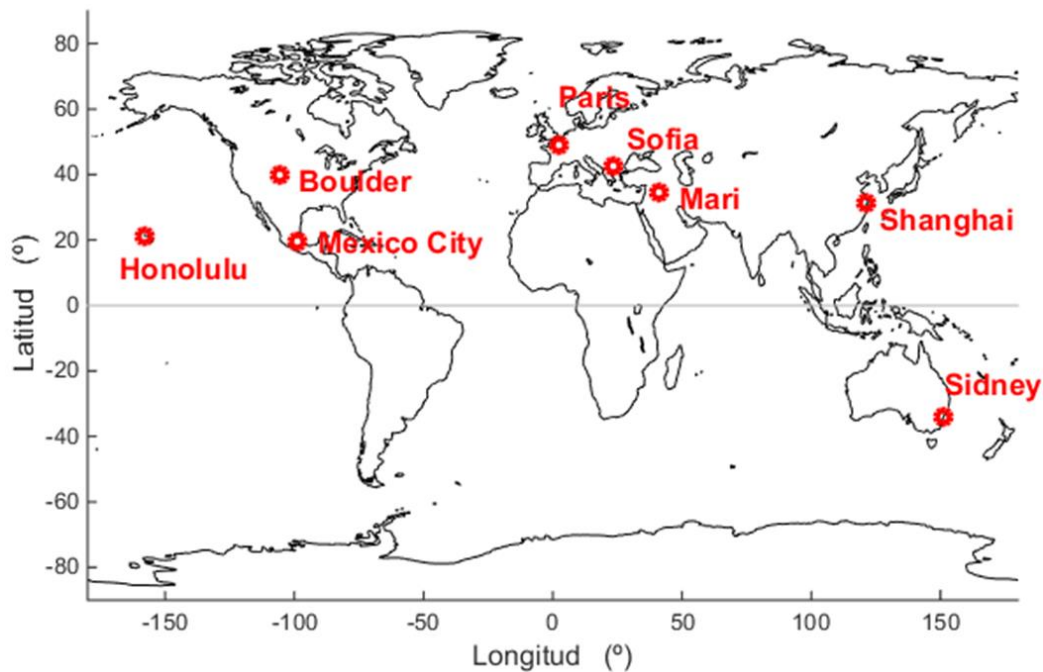
## 4.1. Aproximación a la reconstrucción del atractor en 2D

### 4.1.1. Diagrama de vectores de retardo

Con el objetivo de explorar el comportamiento del sistema desde la perspectiva de su trayectoria en el espacio de fases, se ha buscado realizar una reconstrucción en 2 dimensiones a partir de distintas series temporales. Para ello se ha utilizado el modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al, 2014a) para obtener series de declinación, inclinación e intensidad en diferentes puntos de la superficie. Puesto que los datos en que está basado el modelo no están distribuidos de forma homogénea, estas series se han calculado en distintos puntos alrededor del globo coincidiendo con las zonas con mayor densidad de datos para que el modelo fuese lo más exacto posible. Estas localizaciones, que son las mismas que las seleccionadas por Pavón-Carrasco et al. (2014a) para otros fines, se detallan en la tabla 4.1 y la figura 4.1.

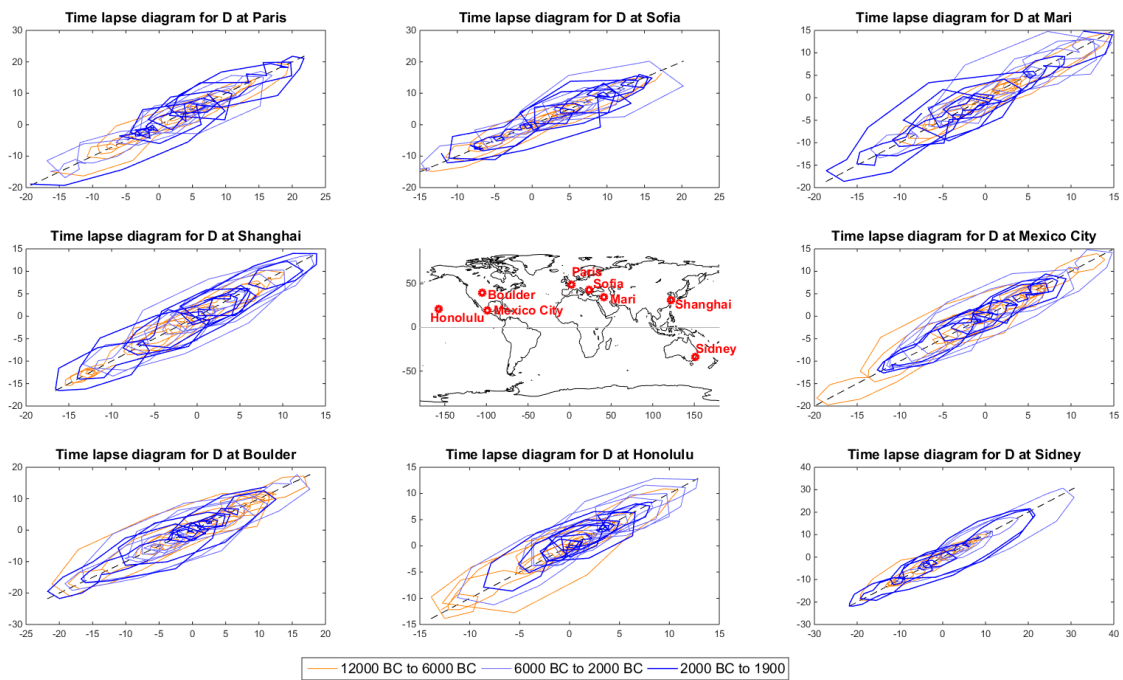
**Tabla 4.1.** Latitud y longitud de las localizaciones seleccionadas para el cálculo de las series temporales de  $D$ ,  $I$ ,  $F$ .

Localización	Latitud	Longitud
París	48.86° N	2.35° E
Sofía	42.70° N	23.33° E
Mari	34.55° N	40.88° E
Shanghai	31.20° N	121.50° E
México	19.50° N	99.13° W
Boulder	40.01° N	105.30° W
Honolulu	21.31° N	157.83° W
Sidney	33.86° S	151.21° E

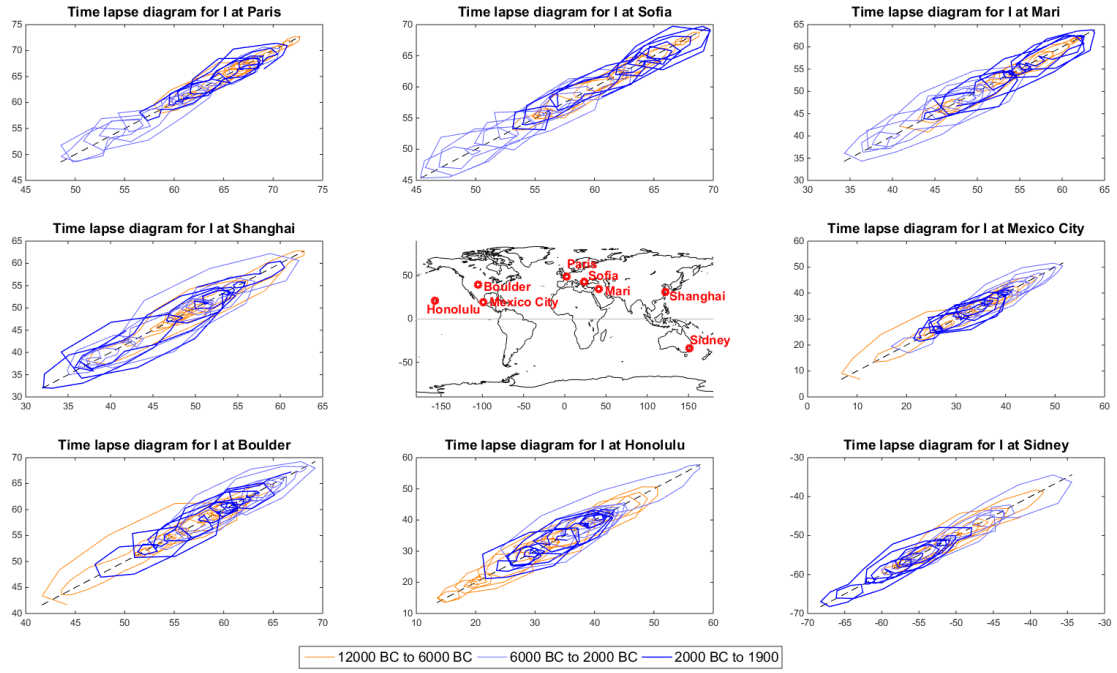


**Figura 4.1.** Localizaciones seleccionadas para el cálculo de las series temporales de  $D$ ,  $I$ ,  $F$ .

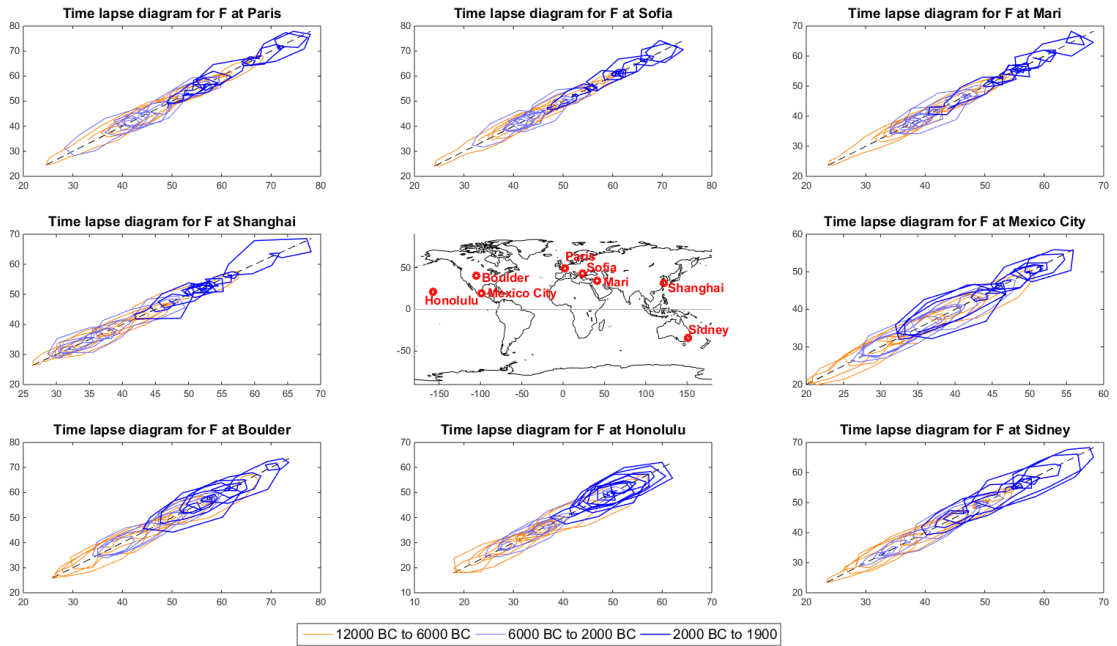
Las series obtenidas abarcan desde el -12000 hasta el 1900, con valores cada 50 años (179 valores), y se recogen en el apéndice VIII. La reconstrucción de su trayectoria en el espacio de fases a partir de, por ejemplo, una serie de declinaciones consiste en un gráfico en el que se representa  $D(t + 50)$  frente a  $D(t)$ . Las figuras 4.2 – 4.4 muestran los resultados obtenidos. El atractor debería aparecer como una zona por la que las trayectorias tienen tendencia a pasar. Sin embargo, no podemos asegurar que las series sean lo suficientemente largas como para que el sistema describa varias órbitas siguiendo el atractor. Además, hemos utilizado una reconstrucción en 2 dimensiones, por lo que el atractor sólo podría obtenerse completamente extendido si su dimensión de incrustación es 2. Quizá se pudiese intuir si su dimensión de incrustación fuese 3, aunque posiblemente se cortaría en algunas zonas, pero no se ha encontrado ningún patrón claro.



**Figura 4.2.** Reconstrucción del espacio de fases en 2D mediante el uso de vectores de retardo a partir de series de declinación (valores en °) obtenidas del modelo SHA.DIF.14k en las localizaciones indicadas en rojo. En cada trayectoria en el espacio de fases se han diferenciado 3 periodos: del 12000 a.C. al 6000 a.C (naranja), del 6000 a.C. al 2000 a.C. (azul claro) y del 2000 a.C. al 1900 d.C. (azul oscuro).



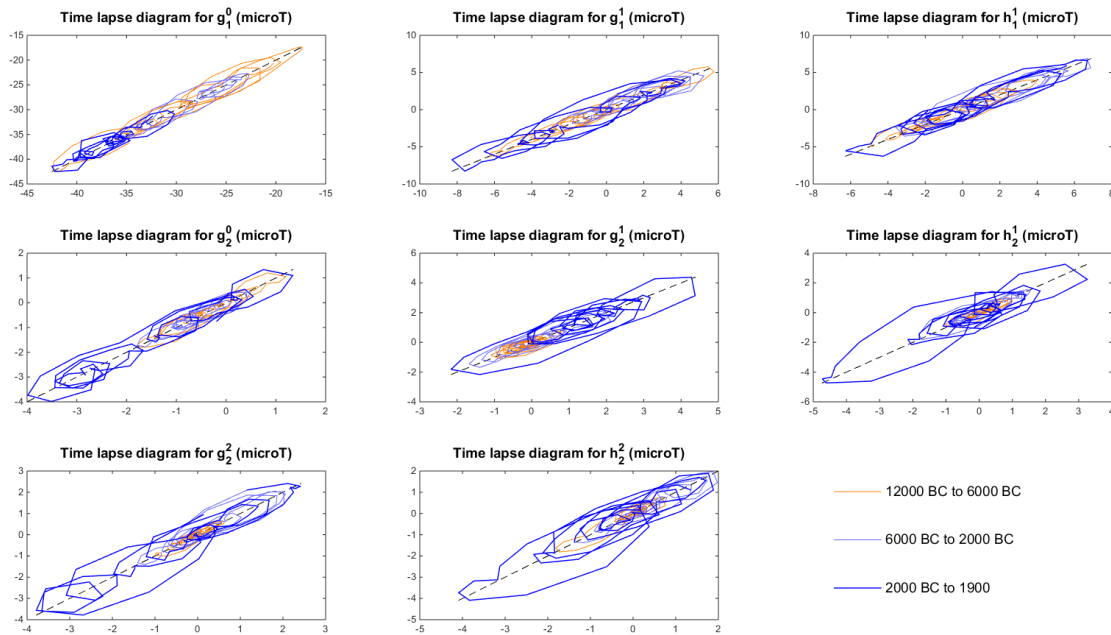
**Figura 4.3.** Reconstrucción del espacio de fases en 2D mediante el uso de vectores de retardo a partir de series de inclinación (valores en  $^{\circ}$ ) obtenidas del modelo SHA.DIF.14k en las localizaciones indicadas en rojo. En cada trayectoria en el espacio de fases se han diferenciado 3 periodos: del 12000 a.C. al 6000 a.C. (naranja), del 6000 a.C. al 2000 a.C. (azul claro) y del 2000 a.C. al 1900 d.C. (azul oscuro).



**Figura 4.4.** Reconstrucción del espacio de fases en 2D mediante el uso de vectores de retardo a partir de series de intensidad (valores en  $\mu T$ ) obtenidas del modelo SHA.DIF.14k en las localizaciones indicadas en rojo. En cada trayectoria en el espacio de fases se han diferenciado 3 periodos: del 12000 a.C. al 6000 a.C. (naranja), del 6000 a.C. al 2000 a.C. (azul claro) y del 2000 a.C. al 1900 d.C. (azul oscuro).

Por la forma en que están contruidos estos diagramas, la coordenada  $y$  de un punto es igual a la coordenada  $x$  del punto siguiente, por lo que todos los bucles que aparecen se recorren en sentido horario y se encuentran centrados sobre la recta  $y = x$ .

La razón de haber utilizado series de declinación, inclinación e intensidad es que son las magnitudes proporcionadas por los datos a partir de las cuales se ha construido el modelo. No obstante, también se ha probado a realizar el mismo tipo de gráfico a partir de los primeros coeficientes de Gauss del mismo modelo (figura 4.5). Tampoco se ha encontrado ninguna regularidad bien definida.



**Figura 4.5.** Reconstrucción del espacio de fases en 2D mediante el uso de vectores de retardo a partir de las series de los coeficientes de Gauss (valores en  $\mu T$ ) del modelo SHA.DIF.14k en las localizaciones indicadas en rojo. En cada trayectoria en el espacio de fases se han diferenciado 3 periodos: del 12000 a.C. al 6000 a.C (naranja), del 6000 a.C. al 2000 a.C. (azul claro) y del 2000 a.C. al 1900 d.C. (azul oscuro).

Una característica que sí se observa en algunos casos es la deriva gradual de la trayectoria de una zona a otra del gráfico. Esto refleja que los valores de la serie presentan una importante tendencia ascendente (figura 4.4) o descendente ( $g_1^0$  en la figura 4.5).

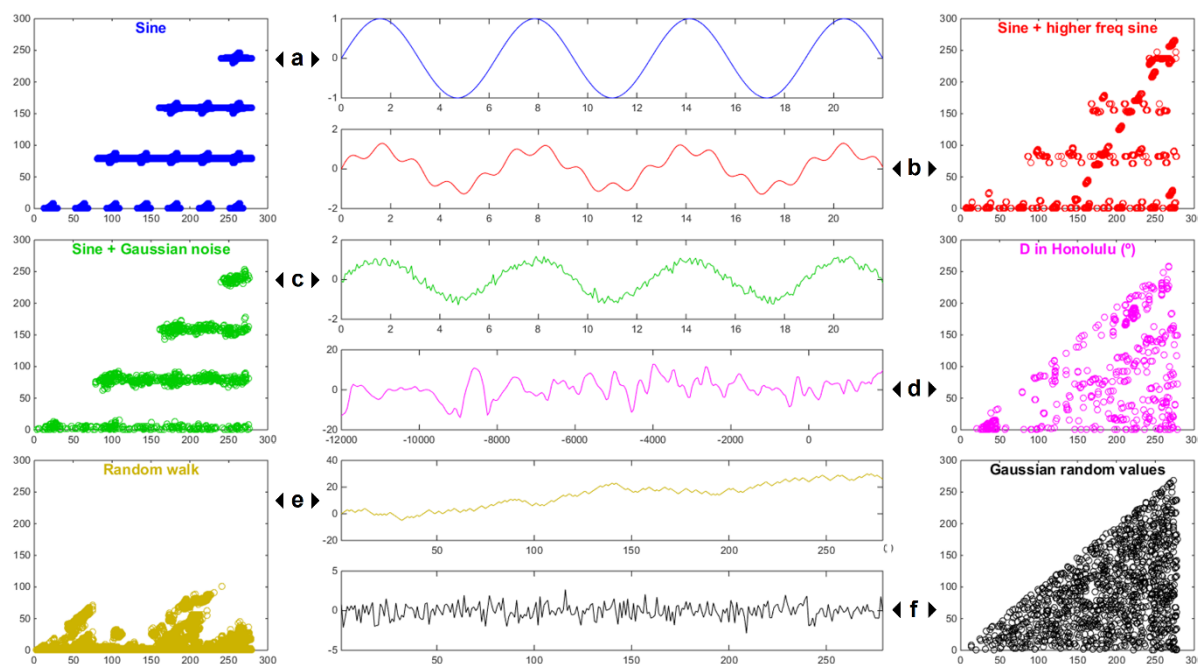
A la vista de los resultados sólo podemos concluir que la dimensión de incrustación no es 2, sino mayor. Posiblemente mayor que 3, ya que no se observa ningún patrón reconocible.

#### 4.1.2. Diagrama de retornos cercanos

Otra herramienta que resulta útil para analizar la estructura del atractor a través de la identificación de órbitas cuasi-periódicas es el diagrama de retornos cercanos, que busca periodos en los que el comportamiento de la serie ha sido similar. Para construirlo se compara el valor de la serie en cada instante  $t_0$  con todos los tiempos posteriores y se representa la pareja

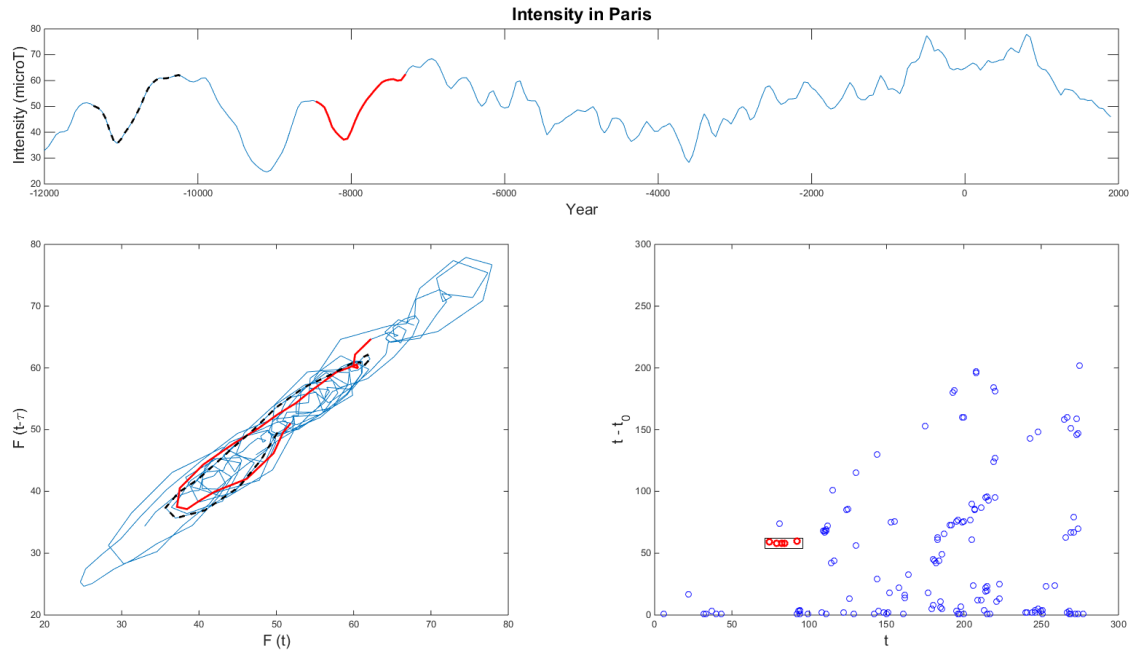
( $t_0, t-t_0$ ) cuando ambos valores de la serie y su derivada en  $t$  y en  $t_0$  son parecidos (su diferencia es menor que un cierto umbral). Las periodicidades presentes en la serie aparecen como conjuntos de líneas paralelas separadas una distancia igual al periodo.

La figura 4.6 muestra este tipo de diagrama para diferentes series temporales. En la serie real de declinación (figura 4.6d) que aparece como ejemplo, no se distinguen líneas paralelas claras como en las tres primeras series (figura 4.6a, b, c), aunque su aspecto tampoco se parece al de las dos últimas (figura 4.6e, f). Esto nos sugiere que su comportamiento se encuentra entre el regular y el aleatorio, lo que cuadra con lo esperable de la dinámica caótica.

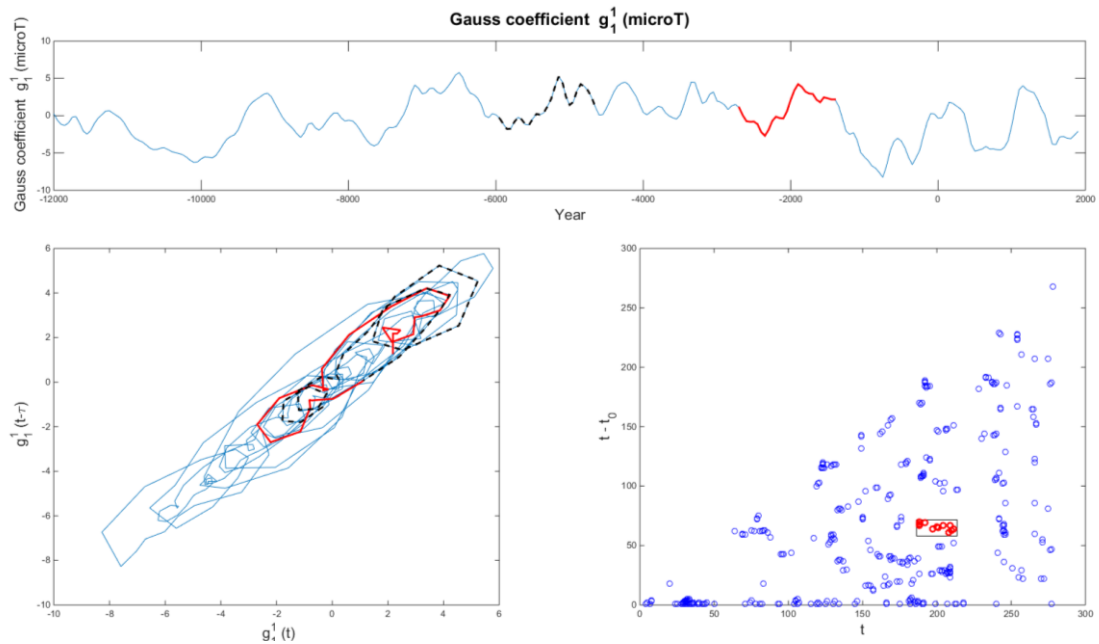


**Figura 4.6.** Diagrama de retornos cercanos (laterales) para diferentes tipos de series temporales (centro). a) seno; b) seno más otro seno de mayor frecuencia y pequeña amplitud; c) seno más ruido gaussiano; d) serie de declinación en Honolulu; e) paseo aleatorio (random walk); f) valores aleatorios con distribución gaussiana.

Examinando este tipo de gráfico construido a partir de las distintas series temporales de declinación, inclinación, intensidad y coeficientes de Gauss, sólo se han identificado unos pocos ejemplos donde se vislumbran fragmentos de líneas horizontales. En esos casos, los fragmentos de serie que se repiten abarcan, como mucho, unos 1000 años. Además, de tratarse verdaderamente de órbitas cuasi-periódicas, son muy inestables, puesto que ninguno se repite más de dos veces. Las figuras 4.7 y 4.8 muestran dos ejemplos de estos fragmentos, mostrando su forma en la serie temporal y la reconstrucción del espacio de fases en 2D y su aspecto en el diagrama de retornos cercanos. No obstante, los fragmentos identificados son muy pocos, casi anecdóticos, por lo que este tipo de análisis no ha proporcionado mayores resultados.



**Figura 4.7.** Posible fragmento de órbita pseudoperiódica identificada en la serie de intensidad en París. a) serie temporal; b) reconstrucción 2D por vectores de retardo; c) diagrama de retornos cercanos.



**Figura 4.8.** Posible fragmento de órbita pseudoperiódica identificada en la serie del coeficiente de Gauss  $g_1^1$ . a) serie temporal; b) reconstrucción 2D por vectores de retardo; c) diagrama de retornos cercanos.



### 4.1.3. La elección del desfase

Para generar una reconstrucción de la trayectoria en el espacio de fases mediante los vectores de retardo que describe el teorema de Takens, es imprescindible haber establecido un valor para el desfase  $\tau$ . El teorema no impone ninguna restricción sobre este desfase, por lo que, teóricamente, cualquier valor sería válido. Sin embargo, a la hora de aplicarlo a una serie real, encontramos que ésta no es infinita, como suponía el teorema. Esto hace que cuanto mayor sea el desfase, más corta será la serie de vectores de retardo obtenida, es decir, la trayectoria reconstruida abarcaría un periodo menor y dificultaría su análisis. Además, si existen órbitas inestables, los desfases muy grandes pueden saltarse o muestrear escasamente estas órbitas, por lo que no serían detectadas. Si, por el contrario, el desfase es muy corto, los valores consecutivos serán muy parecidos y la trayectoria obtenida quedará comprimida sobre la recta  $x = y$ . Por tanto, se necesita seleccionar un valor del desfase intermedio; lo suficientemente grande como para que la reconstrucción haga visibles sus características, pero sin que se pierda la estructura. El hecho de que los datos de que se dispone no constituyan una serie temporal continua, sino valores cada cierto tiempo no presenta ningún problema, puesto que el paso temporal puede considerarse parte del desfase, aunque sí impone una restricción al valor de éste, ya que el desfase sólo podrá ser un múltiplo del paso temporal de la serie.

Existen dos métodos habituales para la selección del desfase. El primero consiste en calcular la función de autocorrelación y utilizar el valor del desfase para el que aparece el primer cero. El segundo se basa en la información mutua entre la serie y una copia desfasada (ver 2.3.1) seleccionando como desfase el primer mínimo (Fraser & Swinney, 1986). Este segundo método tiene la ventaja de que es capaz de tener en cuenta el carácter no lineal de la serie, mientras que la autocorrelación supone una comparación lineal. Sin embargo, de la información mutua sólo se puede asegurar que funcione adecuadamente cuando la dimensión de inmersión sea 2. Incluso en condiciones favorables, no se puede afirmar que el desfase obtenido mediante la información mutua sea el óptimo. De hecho, Krakovská et al. (2015) sugieren que el desfase más apropiado para realizar la reconstrucción por medio de vectores de retardo depende del objetivo particular de cada estudio. A pesar de ello, la información mutua se ha utilizado ampliamente para establecer el desfase sin tener en cuenta la dimensión de inmersión (Fraser, 1989; Franca & Savi, 2001).

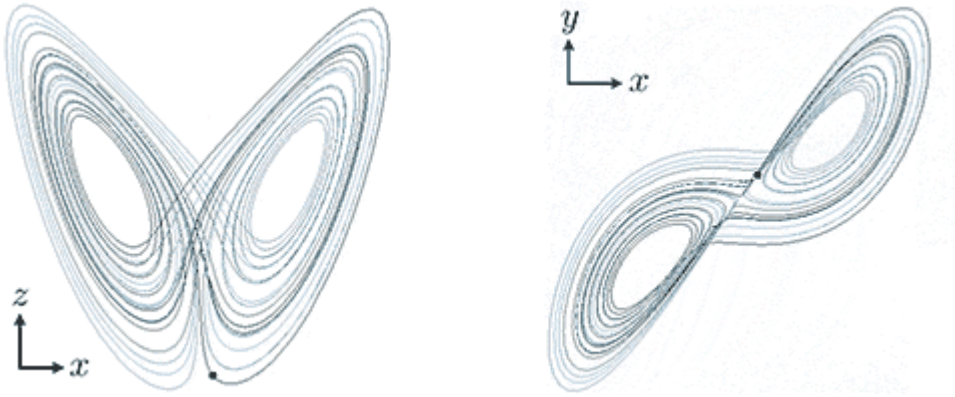
Los apéndices IX y X recogen las gráficas de autocorrelación y de información mutua de las series de declinación, inclinación e intensidad utilizadas. Se puede observar que, en general, los desfases sugeridos por ambos métodos son similares.

## 4.2. Estimación de la dimensión de inmersión

### 4.2.1. Método de estimación a partir de la reconstrucción del atractor

La dimensión de inmersión del atractor (o de la trayectoria en el espacio de fases), indica del número de variables de las que depende el estado del sistema, que es una característica fundamental de éste. Esta dimensión se puede estimar utilizando la reconstrucción a través de vectores de retardo. Existen dos estrategias diferentes. La primera consiste en la utilización de

un análisis de componentes principales para identificar las direcciones con mayor varianza, que están relacionadas con las dimensiones visitadas por la trayectoria. La segunda se basa en la observación de la evolución de las características de la reconstrucción conforme se añaden dimensiones adicionales. El método que se ha seguido pertenece a este segundo tipo.



**Figura 4.9.** Dos proyecciones del atractor de Lorentz en 2D. Se observa que el número de dimensiones no es suficiente para desdoblar completamente el atractor, por lo que parece que las trayectorias se cortan en ciertos puntos. En realidad, este atractor requiere una dimensión de inmersión de 3.

Supongamos un atractor cuya dimensión de inmersión es 3. La reconstrucción en 1 dimensión no nos dará ninguna información (se trata, además, de la propia serie submuestreada). Si reconstruimos en 2 dimensiones, probablemente podremos observar alguna forma identificable, pero las trayectorias se cortarán en algunos puntos (figura 4.9). No será hasta que utilicemos 3 dimensiones en la reconstrucción cuando consigamos “desdoblar” completamente la estructura del atractor. En el caso de que se utilizase un mayor número de dimensiones, el atractor se deformaría de alguna forma, pero permanecería ya desdoblado. Esto sugiere que, si escogemos un parámetro que describa este desdoblamiento del atractor y que podamos calcular para cada reconstrucción, estaremos en condiciones de detectar la dimensión  $d_0$  que buscamos. Comencemos por reescribir las ecuaciones 2.6 y 2.7 establecidas por el teorema de Takens (1981) para nuestro caso real. La serie temporal utilizada tendrá un número finito de elementos  $N$ :

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N \quad [4.1]$$

Y los vectores de retardo calculados en  $d$  dimensiones serían:

$$y_i(d) = (x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(d-1)\tau}), \quad i = 1, 2, \dots, N - (d-1)\tau \quad [4.2]$$

Donde  $\tau$  es el desfase o retardo. El método empleado para la estimación de la dimensión de inmersión es el descrito por Cao (1997), que se explica brevemente a continuación. Definamos

$$a(i, d) = \frac{\|y_i(d+1) - y_{n(i,d)}(d+1)\|}{\|y_i(d) - y_{n(i,d)}(d)\|}, \quad i = 1, 2, \dots, N - d\tau \quad [4.3]$$

Donde la norma  $\| \cdot \|$  se define como la mayor componente del vector (en valor absoluto) y  $n(i, d)$  es el índice del vecino más próximo al vector  $y_i$  (en el sentido de esta norma) en  $d$  dimensiones.

Este parámetro mide el distanciamiento del vector vecino más próximo al añadir una dimensión más a la reconstrucción del espacio de fases. Puesto que una vez que se alcance la dimensión de inmersión  $d_0$  buscada el atractor estará completamente desdoblado, es de esperar que el parámetro  $a$  se estabilice y deje de cambiar. Para considerar conjuntamente todos los puntos, se calcula el valor medio  $E$  y su variación con la dimensión,  $E1$ , cuyo valor convergerá a 1 cuando se alcance  $d_0$ .

$$E(d) = \frac{1}{N - d\tau} \sum_{i=1}^{N-d\tau} a(i, d) \quad [4.4]$$

$$E1(d) = \frac{E(d+1)}{E(d)} \quad [4.5]$$

Adicionalmente, se define otro parámetro que permite comprobar si la serie se comporta de forma aleatoria o no.

$$E^*(d) = \frac{1}{N - d\tau} \sum_{i=1}^{N-d\tau} |x_{i+d\tau} - x_{n(i,d)+d\tau}| \quad [4.6]$$

$$E2(d) = \frac{E^*(d+1)}{E^*(d)} \quad [4.7]$$

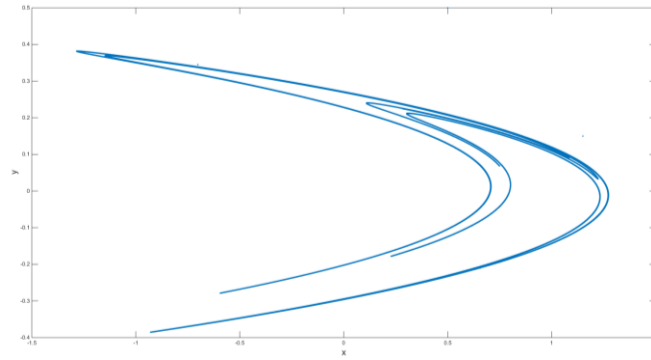
El parámetro  $E2$  será igual a 1 para cualquier valor de  $d$  si la serie es aleatoria, lo cual podría suceder si el nivel de ruido fuese excesivo respecto al de la señal del sistema. En ese caso no tendría sentido reconstruir el espacio de las fases ni intentar estimar la dimensión de inmersión. Cualquier dependencia con la dimensión de la reconstrucción reflejará que la serie no es aleatoria.

#### 4.2.2. Ejemplo con un mapa caótico

A modo de ejemplo, se ha aplicado el método a un mapa (sistema dinámico en tiempo discreto) caótico. Se trata del mapa de Hénon, cuya dimensión de inmersión es 2. Su estado queda establecido por el valor del par  $(x_n, y_n)$  y su evolución viene descrita por las siguientes ecuaciones:

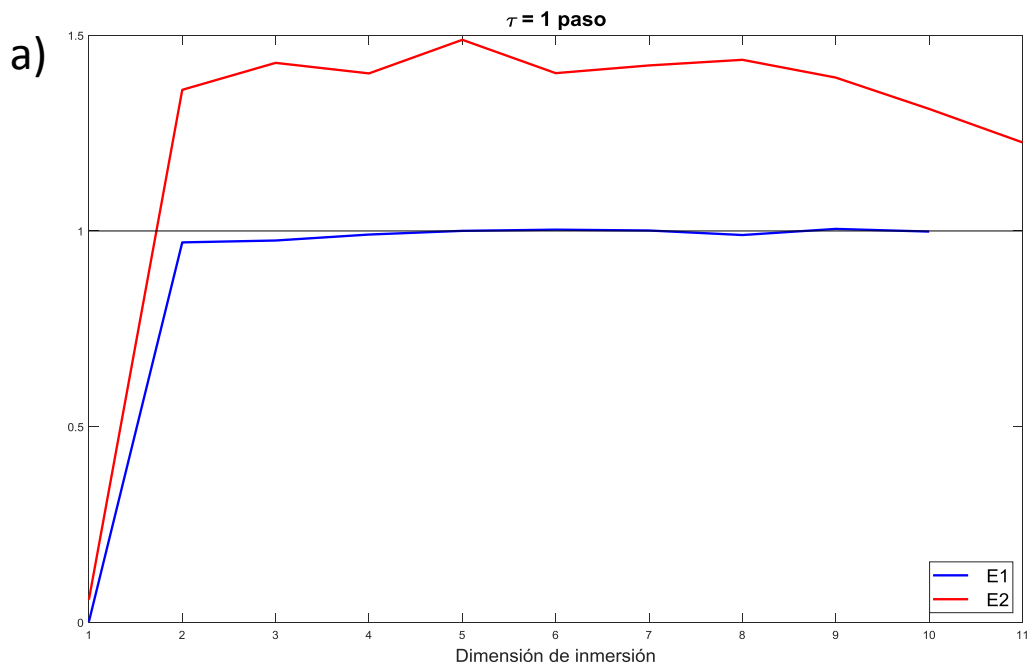
$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n \\ y_{n+1} = bx_n \end{cases} \quad [4.8]$$

Donde los valores clásicos de los coeficientes son  $a = 1.4$  y  $b = 0.3$ . Al tratarse de un sistema en tiempo discreto, su estado va saltando de un punto a otro. La figura 4.10 muestra 1000 puntos (estados) consecutivos, haciendo visible la forma de su atractor. Se observa cómo el atractor presenta una estructura fractal.

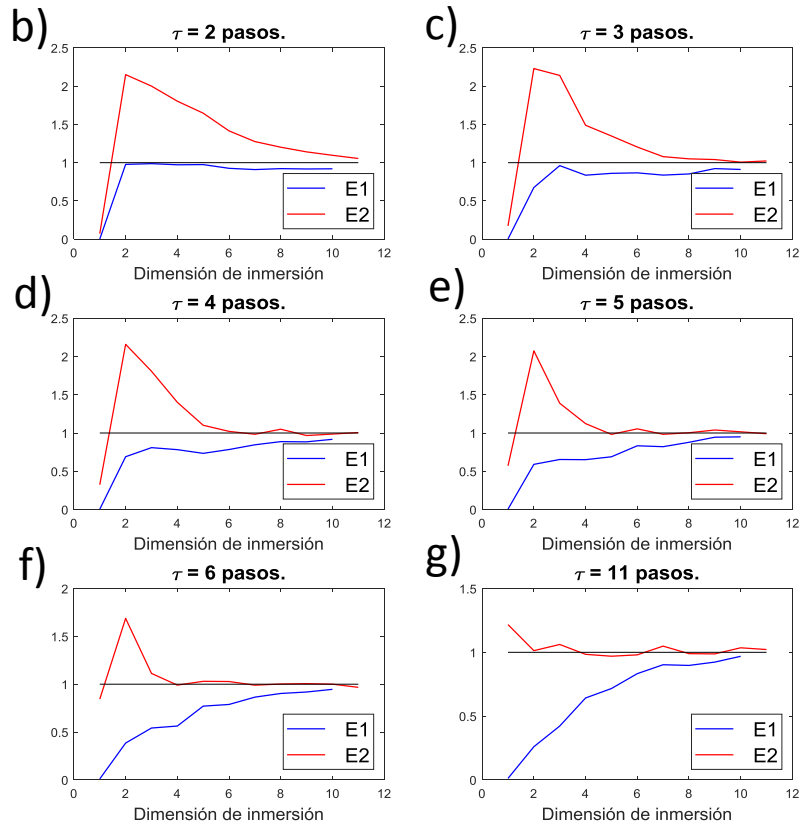


**Figura 4.10.** Atractor del mapa de Hénon clásico.

Los resultados del método de Cao (1997) aplicado al mapa de Hénon se muestran en la figura 4.11 para diferentes desfases. Se observa cómo la dimensión de inmersión  $d_0 = 1$  es claramente identificable a partir del parámetro  $E1$  para un desfase de 1 o 2 pasos temporales. Con desfases mayores ya no se distingue con facilidad y se obtendrían estimaciones más elevadas. Si se calcula el primer mínimo de la información mutua se obtiene que se corresponde con un desfase de 11 pasos temporales. Como se observa en la figura 4.11g, este desfase no es apropiado.



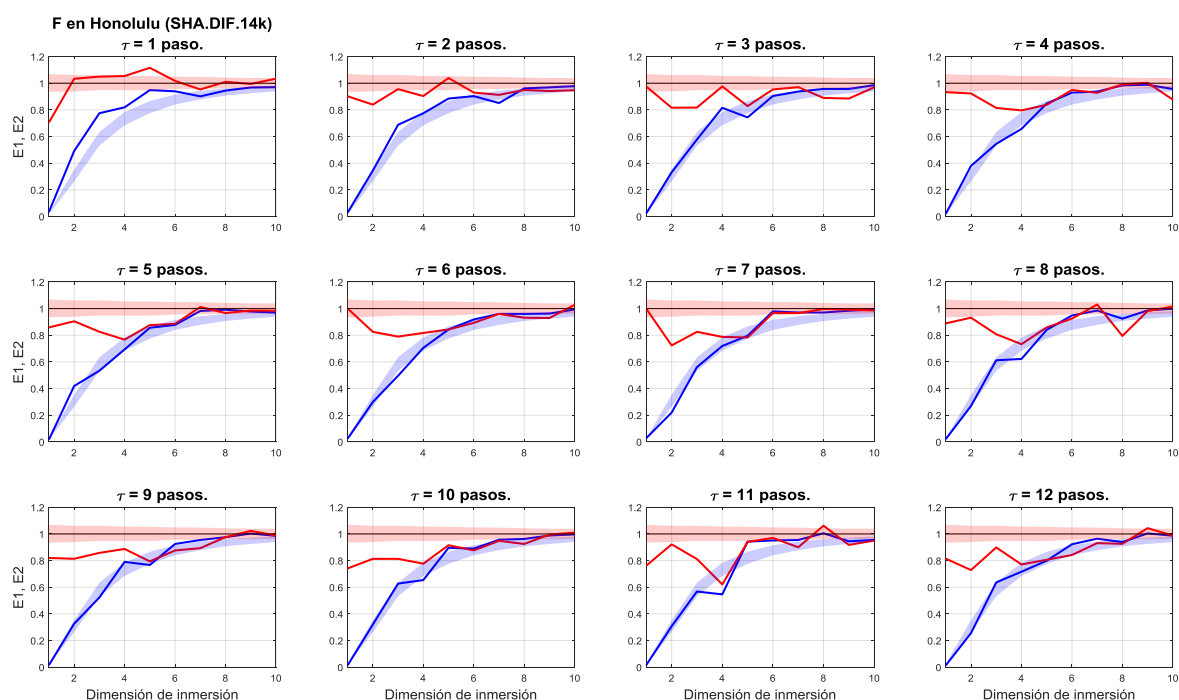
**Figura 4.11.** (Continúa)



**Figura 4.11.** Parámetros  $E1$  y  $E2$  del método de Cao (1997) en función de la dimensión de inmersión para diferentes valores del desfase calculados a partir de una serie de 1000 puntos del mapa de Hénon.

#### 4.2.3. Resultados preliminares a partir de series de D, I, F

Para estimar la dimensión de inmersión del atractor del sistema que genera el campo magnético terrestre, se han utilizado las series de declinación, inclinación e intensidad explicadas anteriormente (sección 5.1.1). El primer paso ha sido calcular los parámetros  $E1$  y  $E2$  de Cao (1997) para cada serie y para diferentes valores del desfase, entre 1 y 12 pasos temporales (entre 50 y 600 años). A continuación, se han representado y se ha buscado, para cada serie, el desfase con el cual se producía un cambio más abrupto en el parámetro  $E1$ , identificando además la dimensión para la cual se producía ese cambio. La figura 4.12 muestra como ejemplo las gráficas de los parámetros  $E1$  y  $E2$  obtenidas a partir de una de las series de estudio. Visualmente, la gráfica con el cambio más claro parece ser la correspondiente a  $\tau = 7$  pasos temporales (350 años), aunque se puede discutir si hay mejores opciones, como  $\tau = 5$  o  $\tau = 11$ . Si elegimos  $\tau = 7$ , el parámetro  $E1$  va aumentando hasta alcanzar aproximadamente  $E1 \approx 1$ . Ese punto se correspondería con la dimensión de inmersión, es decir, en este caso,  $d_0 = 6$ .



**Figura 4.12.** Parámetros  $E1$  y  $E2$  del método de Cao (1997) en función de la dimensión de inmersión para diferentes valores del desfase a partir de la serie de intensidad en Honolulu calculada con el modelo SHA.DIF.14k.

Tras identificar la dimensión de inmersión a partir de cada serie, se ha repetido el proceso seleccionando como desfase el primer mínimo de la información mutua, en vez de seleccionarlo visualmente. Los resultados de ambos métodos se recogen en las tablas 4.2 (desfases) y 4.3 (dimensiones). Después se ha realizado el recuento de las estimaciones de la dimensión de inmersión (tabla 4.4). Ambos métodos coinciden en que la dimensión de inmersión más probable es 5 o 6.

**Tabla 4.2.** Desfases seleccionados para la reconstrucción de diferentes series de declinación, inclinación e intensidad. Se indica tanto el desfase que resulta de calcular el primer mínimo de la información mutua como el elegido tras la inspección visual de los gráficos de  $E1$  y  $E2$  vs  $d$  para distintos desfases. En los casos en los que varios desfases parecían igualmente posibles, se indican ambos separados por “;”.

1 paso = 50 años	1er mín de la MI			Desfase elegido visualmente		
	D	I	F	D	I	F
París	8	11	12	8	7; 5; 12	3; 5; 12
Sofía	9	11	11	4; 6	11; 12	5; 6; 4
Mari	10	8	19	10; 5; 6	11; 12; 8	5; 6
Shanghai	9	9	21	4; 6; 11	3; 4; 5; 7	4; 5; 7; 8
México	8	16	8	3; 10; 8	3; 4; 11	5; 7
Boulder	10	7	7	10; 5; 8	11; 12	4
Honolulu	7	11	7	10; 6; 7	4; 3	7
Sydney	15	10	16	9; 11; 12	9; 5; 11	9; 10; 6

**Tabla 4.3.** Estimaciones de la dimensión de inmersión a partir de diferentes series de declinación, inclinación e intensidad utilizando los desfases indicados en la tabla 4.2. Las estimaciones que proceden de diferentes desfases aparecen separadas por “;”. En los casos en que para un mismo desfase no quedase clara la mejor estimación, se indican todas separadas por “/”.

1 paso = 50 años	1er mín de la MI			Desfase elegido visualmente		
	D	I	F	D	I	F
París	4	6	5	4	5/8; 5; 5	6; 6/8; 5
Sofía	5/8	5	5/7	5; 6	5; 5	6; 5; 5/7
Mari	5	6	5	5; 5/8; 5/8	5; 5; 6	7; 5
Shanghai	5	8	5	6; 6; 6	6; 7; 6; 5/6	6; 6; 5/6; 6/7
México	5/8	6	6/7	6; 7; 5/8	7; 7; 6	6/8; 7
Boulder	5	7	5/8	5; 6; 5	6; 5/7	6
Honolulu	6/7	6/9	6	7; 5; 6/7	5; 6	6
Sydney	6	6/8	6	5; 6; 5	6; 6; 6	5; 6; 5

**Tabla 4.4.** Recuento de las distintas estimaciones de la dimensión de inmersión mediante los dos métodos de elección del desfase.

Min emb dim	1er mín de la MI	Desfase elegido visualmente
	recuento	recuento
4	1	1
5	11	27
6	10	29
7	4	11
8	5	6
9	1	0

De forma complementaria, se ha repetido el análisis utilizando las series temporales de los coeficientes de Gauss del mismo modelo. Ambos enfoques están relacionados, puesto que el modelo sólo recoge las series de los coeficientes de Gauss y las series de D, I, F analizadas están calculadas a partir de ellos. Sin embargo, dado que las series no son infinitas, algunas variables pueden resultar más apropiadas que otras a la hora de reconstruir el espacio de las fases (Krakovská et al., 2015). Los resultados que se obtienen son análogos a los anteriores, resultando en una estimación de  $d_0$  de entre 5 y 6. Las tablas con los resultados numéricos se recogen en el apéndice XI.

#### 4.2.4. Refinamiento del método y resultados a partir de series de $g_1^0$

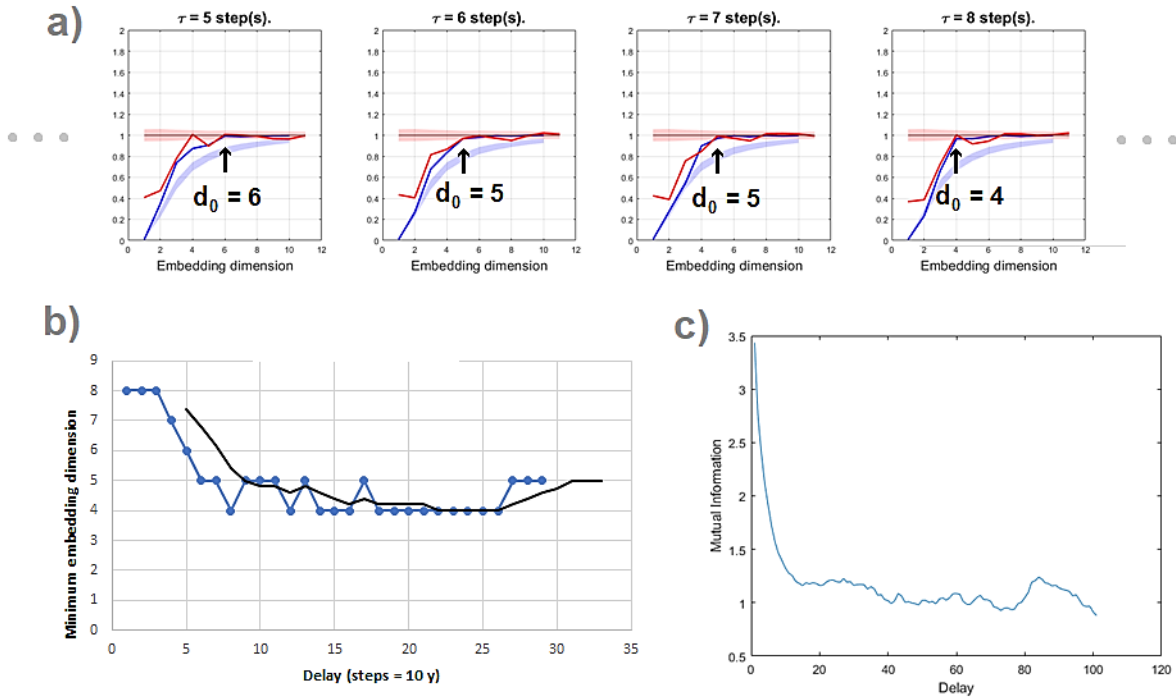
Los resultados anteriores se han obtenido utilizando series calculadas a partir de un único modelo, SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014a), y durante todo su periodo de validez. Sin embargo, es razonable preguntarse si los resultados pueden verse afectados por la forma en que está generado el modelo o por la diferente precisión que se puede esperar de éste en distintos periodos. Para responder a estas preguntas, se han analizado varios modelos (tabla 4.5) seleccionando diferentes periodos para cada uno. Para asegurarnos de que las series de cada modelo no contuviesen errores importantes, se ha decidido emplear las series del primer coeficiente de Gauss,  $g_1^0$  (que es esencialmente el momento dipolar axial), cuya evolución debería estar recogida con bastante exactitud en todos los modelos.

**Tabla 4.5.** Modelos de los que se ha analizado la serie de  $g_1^0$  y sus características más importantes.

Modelo	Periodo		Paso	Separación puntos fijos	N	Tipo de datos	Referencia
ARCH3k.1	-1000	1990	10 y	10 y	300	Arqueomag.	Korte et al., 2009
CALS10k.2	-8000	1900	10 y	40 y	991	Arqueomag., volcánicos y sedimentarios	Constable et al., 2016
SHA.DIF.14k	-12000	1900	10 y	50 y	1391	Arqueomag.	Pavón-Carrasco et al., 2014a
SHAWQ2k	-100	1900	10 y	25 y	201	Arqueomag.	Campuzano et al., 2019

Para cada uno de los modelos y periodos seleccionados, se han representado los parámetros  $E1$  y  $E2$  en función de la dimensión  $d$  de la reconstrucción (figura 4.13a), como se ha explicado anteriormente. El principal problema de la metodología seguida en el punto anterior aparece en la elección del desfase. Ya sea establecido mediante el cálculo del primer mínimo de la información mutua o mediante inspección visual, se observa que desfases próximos llevan a diferentes estimaciones de la dimensión de inmersión. Por esto, parece preferible examinar todas las estimaciones que se obtienen con distintos desfases y, posteriormente, evaluar la opción más probable. Por tanto, se ha calculado una estimación de  $d_0$  a partir de cada desfase y se ha representado cada estimación frente a  $\tau$  (figura 4.13b). Las gráficas correspondientes a cada una de las series analizadas se recogen en el apéndice XII).





**Figura 4.13.** Esquema del método seguido para la estimación de la  $d_0$ . a) gráficas de  $E1$  (azul) y  $E2$  (rojo) vs  $d$ , junto a su comportamiento esperable en el caso de que la serie fuese aleatoria (bandas sombreadas, al 95 % de confianza) para diferentes desfases; b) estimaciones de  $d_0$  para cada desfase; c) información mutua en función del desfase.

Si el desfase seleccionado es muy pequeño, dos dimensiones consecutivas en la reconstrucción,  $x(t)$  y  $x(t + \tau)$ , estarán correlacionadas en cierta medida, por lo que su comportamiento será bastante parecido y la segunda no contribuirá significativamente a desdoblarse el atractor. Esto significa que, en ese caso, harían falta un mayor número de dimensiones para que la reconstrucción lo desdoblase correctamente, produciéndose una sobreestimación de la dimensión de inmersión. La información mutua (figura 4.13c) puede ayudar a identificar para qué valores de  $\tau$  la serie se encuentra demasiado “autocorrelacionada” (en el sentido de información mutua).

Si, por el contrario, se escoge un valor de  $\tau$  elevado, las series comienzan a acortarse demasiado y los resultados no se pueden considerar fiables. De hecho, en algunos casos, para los valores más altos del desfase, no se ha asignado ningún valor para  $d_0$ , puesto que el parámetro  $E1$  dejaba de ser estable y fluctuaba mucho entre valores consecutivos de la dimensión de la reconstrucción.

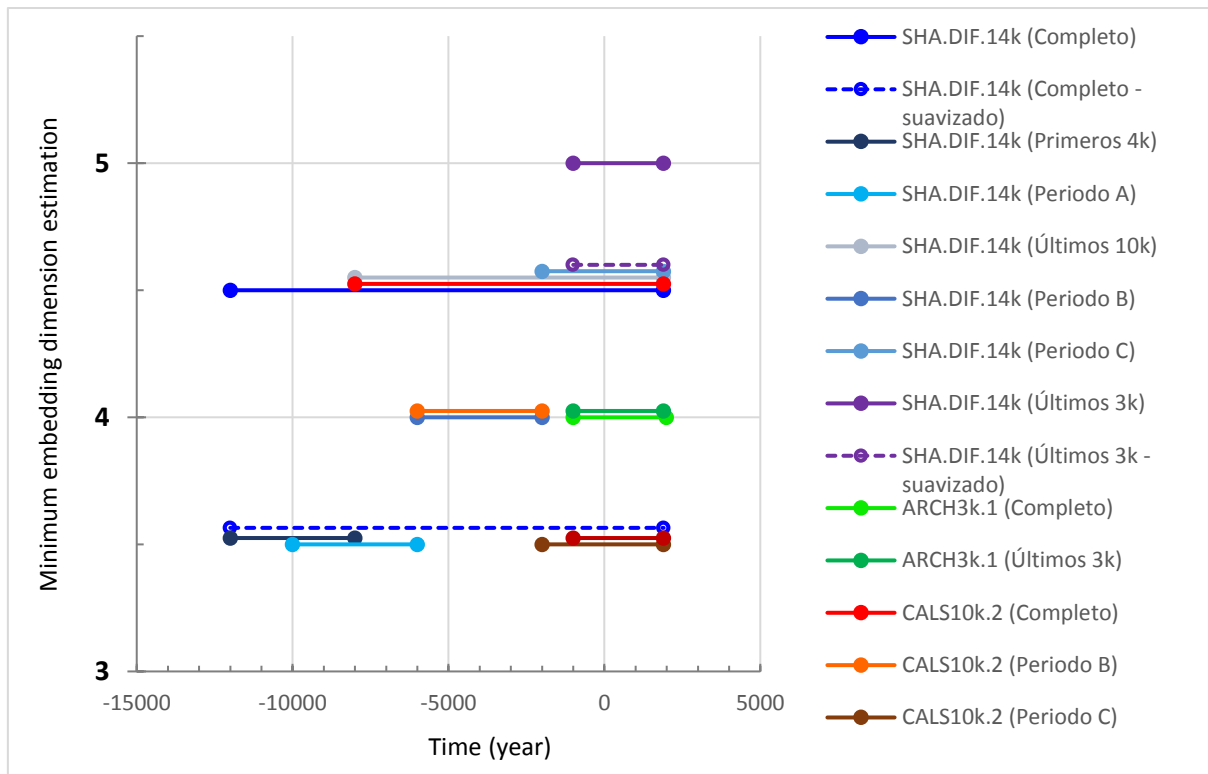
Teniendo todo esto en cuenta, se ha asignado un valor final de la dimensión de inmersión para cada modelo y periodo (tabla 4.6). La figura 4.14 resume gráficamente estos resultados. El cuarto modelo indicado en la tabla 4.5 también se ha analizado, pero su periodo de validez es demasiado corto y no se puede extraer una estimación fiable.

**Tabla 4.6.** Series de  $g_1^0$  analizadas y sus características: modelo del que proceden, periodo temporal que abarcan, número de elementos que tiene la serie (N) y estimación final de la dimensión de inmersión ( $d_0$ ).

Modelo		Periodo		N	$d_0$
SHA.DIF.14k	Completo	-12000	1900	1391	4-5
SHA.DIF.14k	Completo (suavizado)	-12000	1900	1391	3-4
SHA.DIF.14k	Primeros 4 ka	-12000	-8000	401	3-4
SHA.DIF.14k	Periodo A	-10000	-6000	401	3-4
SHA.DIF.14k	Últimos 10 ka	-8000	1900	991	4-5
SHA.DIF.14k	Periodo B	-6000	-2000	401	4
SHA.DIF.14k	Periodo C	-2000	1900	391	4-5
SHA.DIF.14k	Últimos 3 ka	-1000	1900	291	5
SHA.DIF.14k	Últimos 3 ka (suavizado)	-1000	1900	291	4
ARCH3k.1	Completo	-1000	1990	300	4
ARCH3k.1	Últimos 3 ka	-1000	1900	291	4
CALS10k.2	Completo	-8000	1900	991	4-5
CALS10k.2	Periodo B	-6000	-2000	401	4
CALS10k.2	Periodo C	-2000	1900	391	3-4
CALS10k.2	Últimos 3 ka	-1000	1900	291	3-4

Consideremos primero el modelo SHA.DIF.14k (azules en la figura 4.14). Se observa claramente que, para periodos de longitud comparable, los más antiguos proporcionan valores de  $d_0$  más bajos que los más recientes (comparar los periodos A, B, C y primeros 4k). Esto se debe, probablemente, a la peor resolución que presenta el modelo para los primeros milenios y a que ésta va mejorando conforme nos desplazamos hacia edades más recientes. Por otro lado, los periodos más largos resultan, en general, en mayores valores de  $d_0$ , excepto en el caso de los últimos 3 ka. De igual modo, el modelo CALS10k.2 proporciona la estimación más alta cuando se considera su periodo de validez completo, mientras que, para periodos más cortos, los últimos 3 o 4 milenios llevan a una estimación más baja que los 4 milenios anteriores. El modelo ARCH3k.1 es bastante corto, por lo que sólo se ha podido analizar completo y descartando los últimos 90 años para hacerlo completamente comparable con los periodos “últimos 3 ka” de los otros dos modelos. Se observa que las series de modelos basados en datos arqueomagnéticos (SHA.DIF.14k y ARCH3k.1) proporcionan estimaciones de  $d_0$  más elevadas que las series del mismo periodo del modelo CALS10k.2, que incorpora también datos sedimentarios. Esto corrobora que la inclusión de este tipo de datos produce un promediado que puede destruir la información de algunas características de la complejidad del campo magnético terrestre.

Dos de las series han sido suavizadas mediante una media móvil para simular el mayor suavizado del registro sedimentario y se han analizado del mismo modo (representadas en líneas discontinuas en la figura 4.14). En ambos casos, la estimación de  $d_0$  resultante ha sido menor que la de la serie original.



**Figura 4.14.** Resumen de las estimaciones de la dimensión de inmersión a partir de diferentes series temporales de  $g_1^0$  procedentes de tres modelos distintos: SHA.DIF.14k (azules), ARCH3k.1 (verdes) y CALS10k.2 (rojos). Las series representadas con un valor no entero de  $d$  indican que su estimación no está clara y podría ser cualquiera de los valores enteros inmediatamente superior e inferior, es decir, las series representadas en  $d_0 = 3.5$  indican que su estimación es 3 o 4.

Las estimaciones de la dimensión de inmersión resultan, por tanto, entre 4 y 5 con la excepción de algunas calculadas a partir de series que se pueden suponer menos fiables: los dos periodos más antiguos del modelo SHA.DIF.14k y dos periodos más cortos del modelo que incluye datos sedimentarios (CALS10k.2).

### 4.3. Discusión

En este capítulo se ha presentado una estimación de la mínima dimensión de inmersión necesaria para reconstruir el atractor de la dinámica subyacente que genera el campo magnético terrestre. El análisis se ha realizado inicialmente a partir de series temporales de declinación, inclinación e intensidad calculadas a partir del modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al, 2014a) en diferentes localizaciones. Después, se han analizado series de la evolución del momento dipolar axial proporcionadas por tres modelos diferentes. El primer análisis estima la mínima dimensión de inmersión entre 5 y 6, mientras que el segundo, que se puede considerar más robusto, ha proporcionado una estimación más baja, de entre 4 y 5.

Hay que recordar que partimos de la hipótesis de que todas series temporales que analizamos son variables que sólo dependen de un mismo sistema dinámico, más concretamente, de su estado. Es por ello que el hecho de obtener diferentes estimaciones utilizando unas series u otras debe interpretarse como una cuestión de la propia serie de datos, de su longitud, su

precisión, sus posibles errores, etc. Siguiendo este razonamiento, las series de D, I, F utilizadas en la primera estimación son de alguna forma diferentes a las series del coeficiente  $g_1^0$  de la segunda. Teniendo en cuenta que las series de evolución de los elementos magnéticos proceden del modelo SHA.DIF.14k, realmente se han calculado utilizando las series de todos los coeficientes de Gauss hasta orden  $n=10$ , que es el máximo del modelo, lo que incluye el  $g_1^0$ . Esto implica que, evidentemente, la dimensión de la primera estimación (5 – 6) tenía que ser mayor o igual que la de la segunda, al menos para la calculada con ese mismo modelo en el mismo periodo (que, efectivamente, resultó de 4 – 5). Las dimensiones extra de la primera estimación proceden, por tanto, de las series de coeficientes de gauss de grados superiores. Suponemos que éstas pueden ser mucho menos precisas y contener mayores errores. De hecho, los autores confirman que la máxima resolución real del modelo debería considerarse  $n=5$  (Pavón-Carrasco et al., 2014a). El método de estimación interpretaría esos posibles errores como una mayor complejidad, justificándola mediante la existencia de dimensiones extra. La única alternativa a esta explicación sería descartar la hipótesis de partida, es decir, que las diferentes series procediesen de sistemas distintos. Esto significaría que el dipolo (la parte axial, por lo menos) y los términos de orden superior (cuadrupolo, octupolo, etc.) no se encuentran estrechamente relacionados desde un punto de vista dinámico, es decir, que su evolución depende de mecanismos independientes. Esto podría deberse sobre todo a efectos locales asociados a grados altos que tuviesen su origen en fluctuaciones bastante superficiales del fluido del núcleo externo, cerca del CMB. Estarían, entonces, asociados a las fluctuaciones de pequeña escala más que a la estructura global del sistema, lo que justificaría una cierta independencia dinámica.

En cuanto a las características temporales de nuestros datos, hay que considerar dos aspectos. Por un lado, en el segundo análisis se han utilizado series temporales con datos cada 10 años, aunque algunos modelos están contruidos utilizando una separación mayor entre puntos fijos de los splines que describen la evolución temporal. Esto significa que variaciones más rápidas no pueden haber sido retenidas en las series. A pesar de que, el paso temporal puede considerarse como parte del desfase seleccionado y, teóricamente, cualquier desfase es válido para obtener una reconstrucción correcta, el carácter finito de las series hace que esto no sea cierto. Por otro lado, el intervalo temporal analizado es, como máximo, 13900 años (en el caso del modelo SHA.DIF.14k), por lo que los procesos con pseudo-periodos más allá de este límite pueden no estar bien recogidos en la serie y no haberse detectado en el análisis. Esto significa que existe la posibilidad de que algunos procesos dinámicos hayan sido ignorados y alguna dimensión adicional no se haya detectado si la trayectoria no ha sido capaz de muestrear correctamente todo el espacio de fases.

Siguiendo esa idea, las variaciones más importantes que sufre el campo magnético terrestre, las inversiones, no están incluidas en el intervalo analizado, pero es posible que las variaciones recogidas en las series de momento dipolar axial u otras series analizadas sí sean capaces de capturar los procesos dinámicos subyacentes relacionados con las inversiones. Saber si esto es cierto o no, arrojaría luz sobre la cuestión de si las inversiones, las excursiones y la variación secular son diferentes grados del mismo proceso físico o si realmente se basan en mecanismos diferentes (Merril et al., 1996).

Comparando los resultados obtenidos con los del estudio llevado a cabo por Barraclough y De Santis (1997) a partir de series de observatorios geomagnéticos, encontramos que ambos son compatibles, puesto que ese estudio concluye que la dimensión de inmersión se encuentra entre 3 y 5. Puesto que esa estimación se ha realizado utilizando series que abarcan menos de 150

años, tiene sentido que las series más largas analizadas aquí sean capaces de visitar otras zonas del espacio de fases y expresar dimensiones adicionales. Por otro lado, se podría pensar que las series de observatorios tienen mayor precisión y serían capaces de detectar una estructura más detallada de las variaciones del campo magnético que las series obtenidas de los modelos y que, por ello, podrían detectar alguna dimensión más asociada a ellas. Sin embargo, no existe forma de evaluar si las dimensiones detectadas en uno y otro estudio son “las mismas”.

Se puede concluir que la dimensión de inmersión del sistema dinámico que genera el campo magnético terrestre parece ser 5 (o próxima a este valor). Esto significa que se requieren 5 variables independientes para concretar su estado y que para construir un modelo dinámico determinista que describa la evolución del campo magnético terrestre serán necesarias también 5 ecuaciones.

Los principales resultados de este capítulo se recogerán en la publicación Molina-Cardín, A., De Santis, A., Osete, M.L., Dinis, L. (*in prep. To be submitted to Entropy*). Dynamical complexity of the geomagnetic field in the Holocene.

## Capítulo 5

# Modelos brownianos para describir las inversiones de polaridad

---

### 5.1. Las inversiones como resultado de fluctuaciones aleatorias

Los mayores cambios que sufre el campo magnético terrestre son las inversiones geomagnéticas. Su distribución temporal irregular ha sido estudiada abordando el problema de dos formas fundamentalmente distintas. La primera consiste en considerar el CMT como un sistema dinámico determinista, buscando modelos más o menos complejos que sean capaces de reproducir el comportamiento observado (por ejemplo, Glatzmaier & Roberts, 1995). La segunda supone que el CMT es un sistema aleatorio, del cual sólo es posible extraer una descripción estadística (por ejemplo, Gallet & Hulot, 1997; McFadden & Merrill, 1997).

Ambos enfoques pueden ser considerados los extremos de un continuo de posibilidades. Consideremos el núcleo externo como un sistema dinámico. Cabe preguntarse las siguientes cuestiones: ¿cuántas variables serían necesarias para determinar su estado exacto? ¿No habría que detallar el estado (velocidad, temperatura, composición...) de cada zona del fluido o, más aún, de cada partícula? Si hiciésemos esto, el número de variables de estado sería inabarcable. Teniendo en cuenta, además, que se trata de un sistema caótico, tratar de analizar el comportamiento del sistema a partir de ellas resultaría imposible. Esto llevaría a tratar un sistema tan complejo e impredecible como si fuese fundamentalmente estocástico y a describirlo en función de parámetros estadísticos.

Afortunadamente, los sistemas dinámicos complejos con frecuencia sufren procesos de autoorganización, es decir, a partir de las interacciones entre los elementos individuales del sistema, emerge un comportamiento ordenado de su conjunto. Así puede ocurrir, por ejemplo, con la convección en la configuración de Rayleigh-Bénard, en la que una capa horizontal de un fluido es calentado por debajo. Cuando la diferencia de temperatura entre la parte inferior y la parte superior alcanza un valor umbral, el fluido pasa espontáneamente de la conducción molecular al establecimiento de células de convección macroscópicas. Estos regímenes autoorganizados son metaestables, por lo que pequeñas fluctuaciones en el comportamiento a escala microscópica no tienen, en general, un efecto apreciable en el estado macroscópico. En estos casos, el comportamiento general del sistema puede describirse simplemente a partir de su estructura dinámica global, es decir, a partir de unas pocas variables macroscópicas. Sin embargo, si las fluctuaciones se hacen más intensas, por ejemplo, aumentando la diferencia de temperatura entre los límites inferior y superior en el fluido descrito anteriormente, se incrementaría la turbulencia y el sistema podría perder su estructura macroscópica anterior, reordenándose de nuevo hasta adquirir una nueva configuración. La dinámica caótica a nivel microscópico estaría manifestándose a escala global.

Los mecanismos mediante los cuales se relacionan la dinámica microscópica de las partículas individuales y el comportamiento global del sistema determinarán su complejidad. Pensemos,

por ejemplo, que la fluctuación de una única partícula pudiera afectar directamente a la estructura macroscópica; entonces estaríamos ante un sistema de gran complejidad, en el que es necesario conocer el estado de cada partícula para determinar su evolución. Si, por el contrario, el sistema se autoorganiza formando estructuras en diferentes escalas, su comportamiento global podría estar influido fundamentalmente por un número reducido de elementos de una escala intermedia y, por tanto, conocer el estado de estas estructuras podría ser suficiente para describir la dinámica del sistema.

Esto explica por qué cada sistema puede requerir para su descripción desde sólo unas pocas variables hasta un número de ellas absolutamente inabarcable. Entre ambos extremos existirá un límite a partir del cual el número de variables será demasiado elevado como para poder analizarlas individualmente y a partir del cual deberemos recurrir al estudio estadístico. Este umbral dependerá, en la práctica, del detalle con que podamos observar el sistema (precisión, exactitud, frecuencia de muestreo...) así como de la capacidad de computación de que dispongamos para realizar su análisis. En el caso del paleomagnetismo, hay que señalar que las incertidumbres en los datos disponibles son importantes y aumentan conforme nos alejamos del presente.

El sistema que genera el CMT sufre un tipo de autoorganización que se manifiesta en la existencia de dos estados metaestables: la polaridad normal y la polaridad invertida. Ambos estados consisten en un campo con una geometría altamente ordenada, fundamentalmente dipolar, y que perdura durante largos periodos de tiempo, desde decenas de miles de años a decenas de millones de años (Merrill, 1996). Eventualmente, el campo sufre grandes fluctuaciones que son capaces de debilitar o incluso destruir este orden, dando lugar a las excursiones y las inversiones. Cuando el comportamiento ordenado del sistema desaparece, éste desarrolla espontáneamente un nuevo orden, recuperándose la dipolaridad. Por otro lado, las simulaciones magnetohidrodinámicas indican que el fluido del núcleo externo se organiza en columnas de convección fuera del cilindro tangente, constituyendo un nivel de organización de escala intermedia cuyo estado determinará la polaridad global del CMT.

## **5.2. Modelo de 1 partícula**

Los distintos estudios que se han llevado a cabo sobre la GPTS (global polarity timescale o escala temporal global de polaridades) desde el punto de vista estadístico han buscado obtener la mejor descripción posible que representase la probabilidad de ocurrencia de una inversión. Así, por ejemplo, Cox (1968) propuso un modelo aleatorio en el que la probabilidad de que se produjese una inversión se mantenía constante en el tiempo, es decir, consideró las inversiones de polaridad como un proceso de Poisson. Esto implica que las longitudes de los crones seguirían una distribución de probabilidad exponencial (ver, por ejemplo, Kingman, 1992, p39). Esta distribución fallaba especialmente al describir la probabilidad de ocurrencia de los crones más cortos, por lo que Naidu (1970) propuso que las longitudes de crones podían seguir una distribución gamma, más general. Sin embargo, diversas estimaciones del parámetro  $k$  de esta distribución sugieren valores próximos o incluso compatibles con  $k=1$  (Lowrie & Kent, 2004), valor para el cual se vuelve a obtener la distribución de Poisson. El hecho de que las inversiones puedan describirse como un proceso de Poisson refuerza la idea de que su mecanismo no presenta memoria, al menos a largo plazo (Lowrie & Kent, 2004).

Otros autores defienden que las longitudes de los crones siguen una distribución *power-law* (Jonkers, 2003; Ponte-Neto & Papa, 2007). Este tipo de distribución presenta la forma

$$p(x) = Cx^{-\alpha} \quad [5.1]$$

Tomando logaritmos en ambos miembros se obtiene la relación:

$$\ln(p(x)) = \ln(C) - \alpha \ln(x) \quad [5.2]$$

La ecuación 5.2 pone de manifiesto una propiedad característica de esta distribución de probabilidad, que consiste en que, si se representa en un gráfico con ambos ejes en escala logarítmica, se obtiene una recta. La pendiente de esa recta se corresponde, además, con el exponente de la *power-law*.

Las distribuciones *power-law* aparecen en multitud de escenarios de la física, la biología, la economía y las ciencias sociales, entre otras áreas, generalmente en casos en los que las magnitudes de estudio pueden tomar valores con órdenes de magnitud muy diferentes. Es frecuente que la distribución *power-law* sólo describa los valores más altos de la variable, mientras que los valores bajos, en los que la distribución diverge, se desvíen de ese comportamiento. Además, se ha relacionado con sistemas que incluyen procesos de autoorganización, transiciones de fase y recorridos aleatorios o *random walks* (Newman, 2005).

### 5.2.1. Descripción del modelo

Así pues, como primera aproximación, se ha desarrollado un modelo sencillo que busca reproducir esta distribución de las longitudes de los crones a partir de un proceso de tipo *random walk*. Para ello, se ha simulado el movimiento de una partícula browniana con inercia cuya posición se hace corresponder con el valor de momento dipolar axial (ADM), con signo. De esta forma, cuando el ADM sea negativo estaremos en un cron de polaridad normal y viceversa y el momento en que cambie de signo constituirá una inversión de polaridad. Esta partícula ficticia está afectada por un ruido blanco gaussiano, que aporta la componente aleatoria, además de una fuerza de fricción que se opone a su movimiento y tiende a frenarla impidiendo que el sistema aumente su energía indefinidamente. Por otro lado, todos los valores de ADM no son igual de probables, sino que valores en torno a 60-70 ZAm<sup>2</sup> son mucho más probables que valores por encima de 90 ZAm<sup>2</sup> o por debajo de 40 ZAm<sup>2</sup>.

Con el objetivo de que la distribución de ADM del modelo se ajuste a la real, se ha incluido un potencial que afectará a la partícula, de forma que ésta visitará con más frecuencia las posiciones donde el valor del potencial sea menor. Esta relación entre la distribución de probabilidad de la posición de una partícula browniana y el potencial al que está sometida constituye su distribución de equilibrio y es bien conocida (ver Risken & Frank, 2012):

$$\rho(x) = \rho_0 \cdot e^{-\frac{E_p(x)}{k_B T}} \quad [5.3]$$

Donde  $\rho(x)$  es la probabilidad de encontrar la partícula en la posición  $x$ ,  $\rho_0$  es un factor de normalización con el que se impone que la probabilidad total sea igual a 1,  $E_p(x)$  es la energía potencial de la partícula en cada punto,  $k_B$  es la constante de Boltzman y  $T$  es la temperatura. Para un movimiento browniano típico, ésta es la temperatura del fluido en que se encuentra sumergida la partícula, que sería el responsable de las fuerzas aleatorias que actúan sobre ella. El exponente representaría, por lo tanto, el balance entre la energía potencial y la energía térmica, de forma que una posición es más o menos accesible en función de si las fluctuaciones

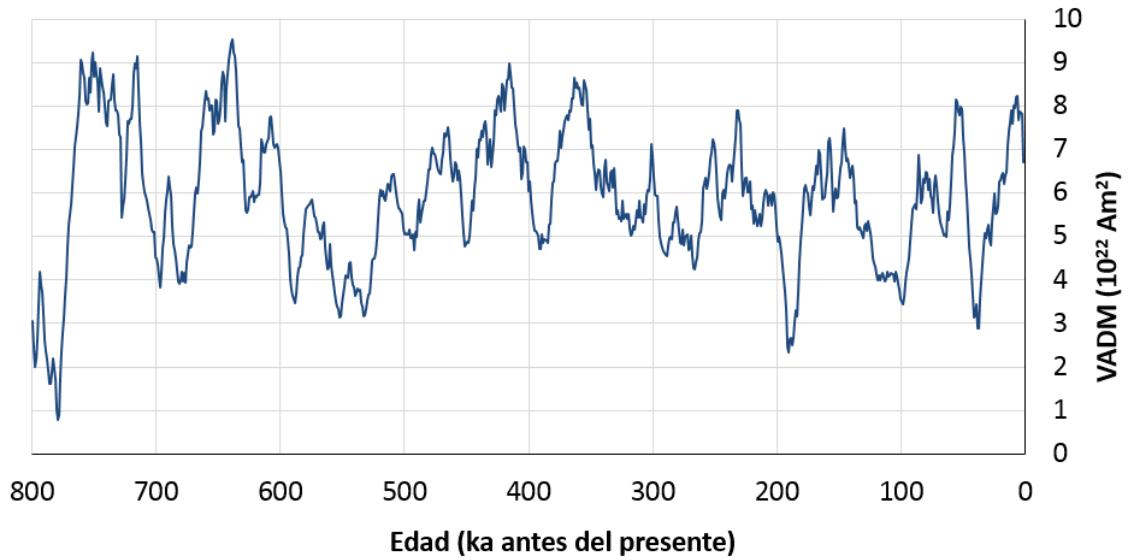


térmicas son capaces de proporcionar a la partícula la energía (potencial) suficiente. En nuestro modelo, no existe ningún fluido concreto en el que esté inmersa la partícula, por lo que el término  $k_B T$  representará simplemente la intensidad de las fluctuaciones aleatorias. Despejando  $E_p(x)$  en la ecuación 5.3:

$$E_p(x) = -k_B T \ln(\rho(x)) + k_B T \ln(\rho_0) \quad [5.4]$$

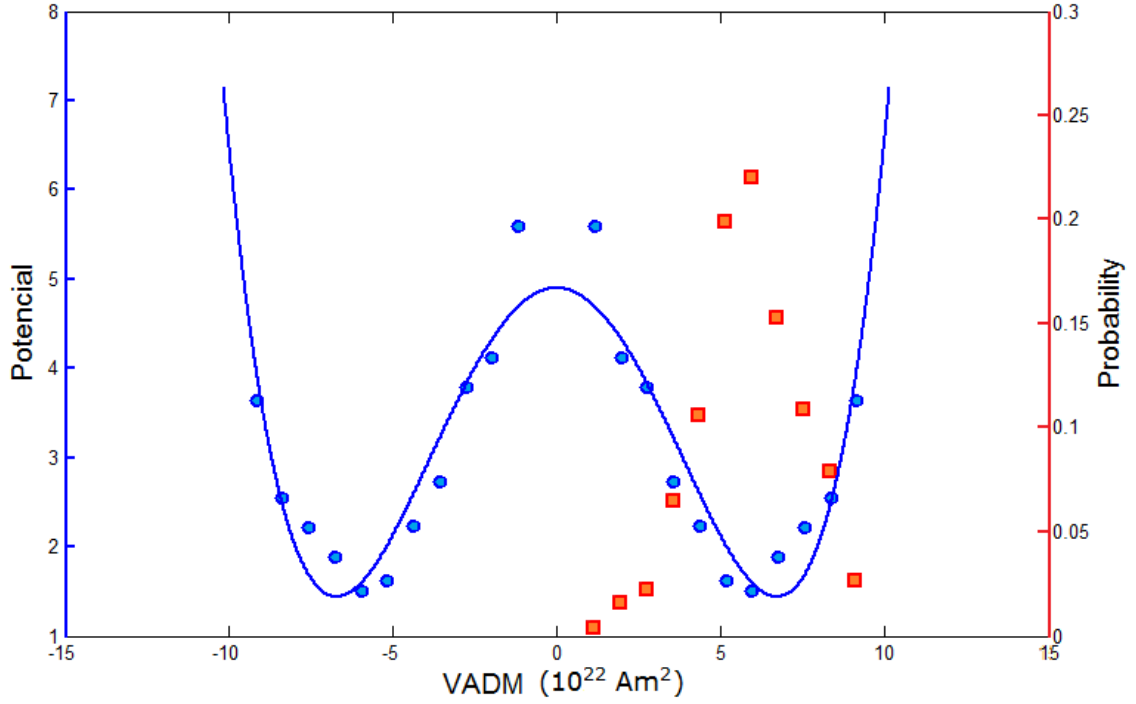
En la práctica el término  $k_B T \ln(\rho_0)$  no tiene ningún efecto sobre el modelo, puesto que se trata de un valor constante. Basta, por tanto, con desplazar el origen de energías hasta ese valor para eliminarlo. Por otro lado, la energía potencial se puede medir directamente en unidades de  $k_B T$ , que también será constante.

$$\frac{E_p(x)}{k_B T} = -\ln(\rho(x)) \quad [5.5]$$



**Figura 5.1.** Evolución del momento dipolar axial virtual (VADM) durante los últimos 800 ka según la curva Sint-800 (Guyodo & Valet, 1999).

Por tanto, a partir de la distribución de probabilidad de ADM, se puede calcular la energía potencial. La distribución de ADM se ha obtenido a partir de la curva Sint-800 (Guyodo & Valet, 1999) que recoge las variaciones del momento dipolar axial virtual durante los últimos 800 ka. La curva Sint-800 no contiene apenas datos de ADM de polaridad invertida (figura 5.1), por lo que se sólo se ha utilizado el valor del ADM sin signo y se ha considerado que la distribución es simétrica, es decir, que no se ve influida por la polaridad del campo. Posteriormente, se ha calculado la energía potencial aplicando la ecuación 5.4 y finalmente se ha realizado un ajuste polinómico de 4º grado para obtener una función continua (figura 5.2).



**Figura 5.2.** Densidad de probabilidad del momento dipolar axial (ADM) (puntos rojos, eje derecho) calculado a partir de la curva Sint-800 (Guyodo & Valet, 1999) junto a los valores del potencial que generaría esa distribución (puntos azules, eje izquierdo) así como su ajuste polinómico (curva azul, eje izquierdo).

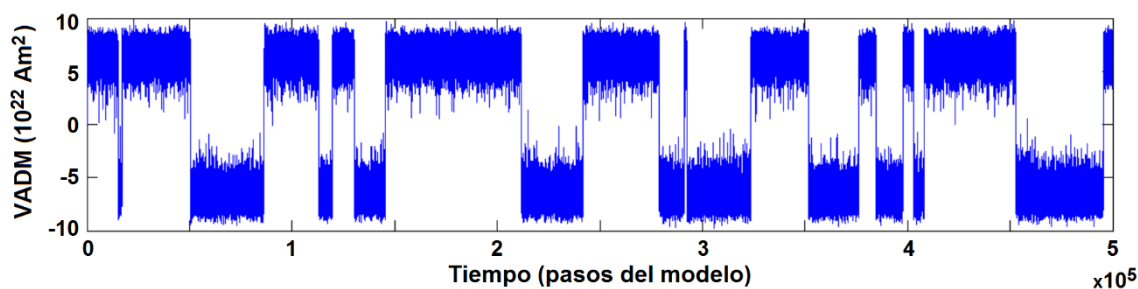
El movimiento de una partícula browniana en una dimensión viene descrito por la ecuación de Langevin:

$$m\ddot{x} = -\gamma\dot{x} + F(x) + \eta(t) \quad [5.6]$$

Donde  $m$  es la masa de la partícula,  $x$  es su posición,  $\gamma$  es la constante de amortiguamiento que describe la fricción,  $F(x)$  es la fuerza debida al potencial (ecuación 5.7),  $\eta(t)$  es una fuerza aleatoria que sigue una distribución normal y los puntos sobre una variable representan derivadas temporales. Como se ha mencionado antes, en nuestro modelo la posición  $x$  representará el valor del ADM del campo magnético terrestre.

$$F(x) = -\frac{dE_p}{dx} \quad [5.7]$$

Las simulaciones del modelo se han llevado a cabo mediante la resolución numérica de la ecuación 5.6 utilizando el método de Runge-Kutta de orden 4. De este modo se obtienen las series de posición (figura 5.3) y velocidad de la partícula en función del tiempo. Para el instante inicial, se ha establecido que  $x = 0$  y  $\dot{x} = 0$ , aunque, puesto que nos interesan las propiedades estadísticas de su comportamiento, la situación de partida no tiene gran relevancia. Aun así, los primeros pasos de cada simulación se han descartado para evitar sesgos.

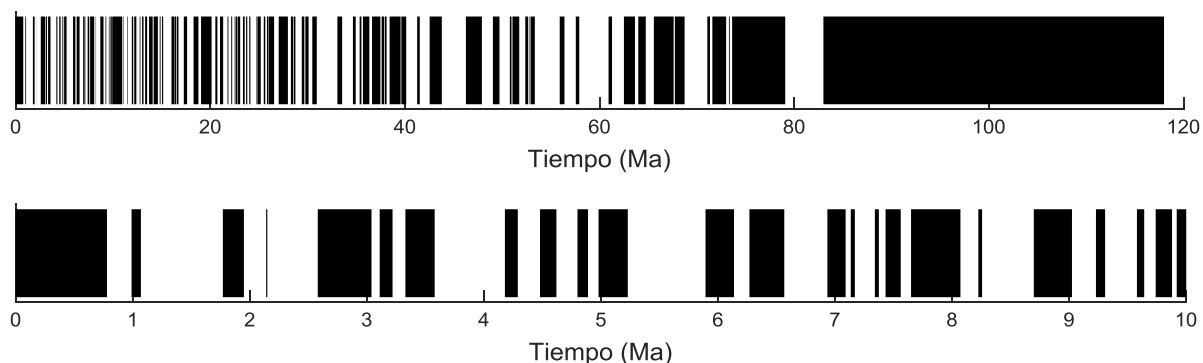


**Figura 5.3.** Fragmento de simulación para los valores  $m = 1$ ,  $\gamma = 1$ .

### 5.2.2. Análisis del modelo

La figura 5.3 presenta un fragmento de simulación obtenida con el modelo descrito anteriormente. Se puede observar que el ADM presenta unos valores típicos en torno a los 60 ZAm<sup>2</sup>, coincidiendo con los mínimos de potencial que se han impuesto. Evidentemente, esto ocurre de modo idéntico para ambas polaridades, ya que el modelo es, por construcción, simétrico en  $x$ . Las fluctuaciones que sufre el ADM constituyen la variación secular del modelo. Algunas de ellas acercan el ADM hacia valores reducidos, lo que representarían excursiones geomagnéticas. Por último, eventualmente, la partícula sobrepasa el máximo relativo de potencial situado en  $x = 0$  y cae al pozo contrario, cambiando de signo y produciéndose una inversión. Este modelo supone que las excursiones y las inversiones son casos extremos de la expresión de la variación secular.

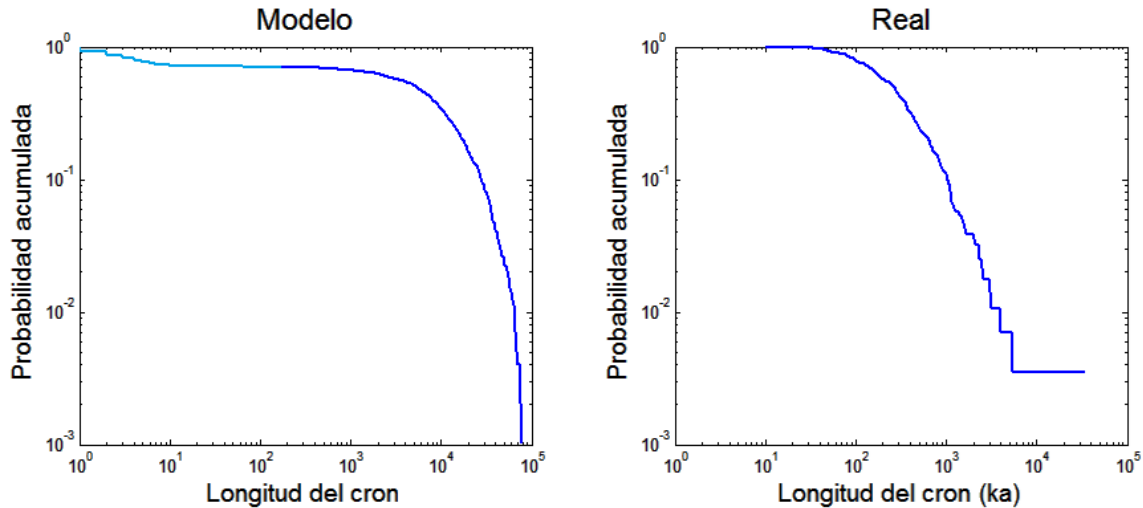
El modelo reproduce las características generales de la evolución del ADM. Concretamente, describe fluctuaciones en torno a una de las dos posiciones de gran estabilidad, como ocurre con el CMT (figura 5.1), y presenta saltos entre esas dos posiciones que no siguen ninguna periodicidad, obteniéndose un patrón de inversiones que recuerda a la escala de polaridad real (figura 5.4b).



**Figura 5.4.** Escala global de polaridades de Cande y Kent (1995). a) Escala completa desde la actualidad hasta hace 120 millones de años. b) Detalle de los últimos 10 Ma.

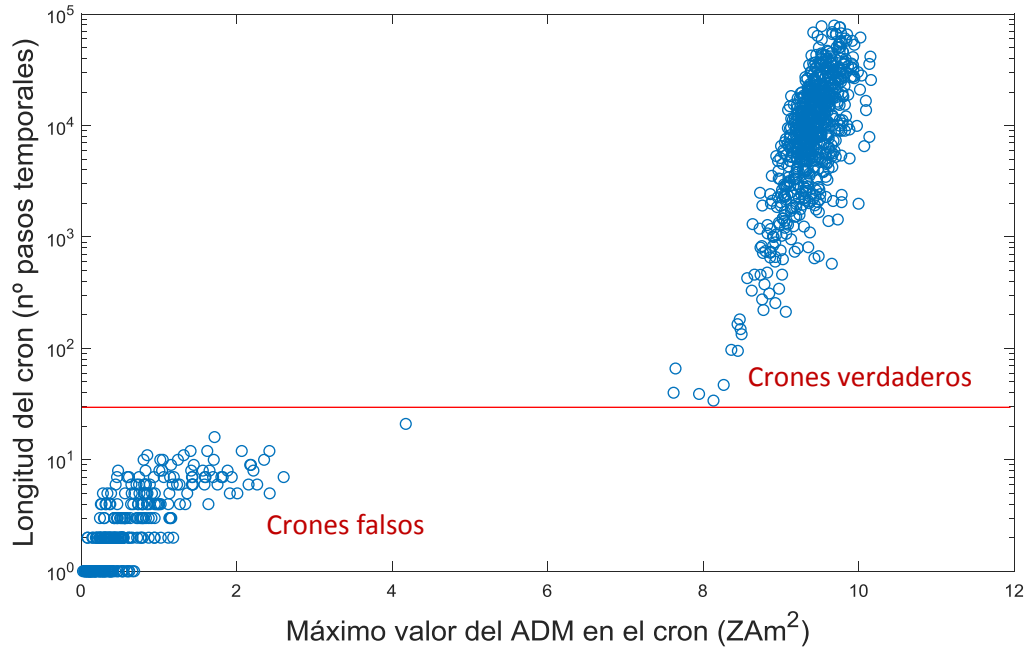
Por otro lado, considerando escalas mayores, se ha calculado la distribución de la duración de los crones determinados por la serie de ADM generada por el modelo. También se ha calculado la distribución real a partir de la escala global de polaridades de Kent y Goldstein (1986) para el periodo 160 – 120 Ma y la publicada por Cande y Kent (1995) para las épocas más recientes (120

– 0 Ma). Los periodos identificados por Cande y Kent (1992) como “criptocrones” (anomalías de baja intensidad y pequeña longitud de onda detectados en los registros marinos) se han considerado como fluctuaciones de intensidad y no como inversiones verdaderas siguiendo el criterio de estos mismos autores.



**Figura 5.5.** Distribución de probabilidad acumulada para las longitudes de los crones en escala logarítmica. a) distribución generada por el modelo; b) distribución real calculada a partir de la GPTS de Kent y Goldstein (1986) para el periodo 160-120 Ma y la GPTS de Cande y Kent (1995) para 120-0 Ma. La zona resaltada en azul claro corresponde a crones que son fruto de un artefacto matemático del modelo, por lo que no deben considerarse (ver texto).

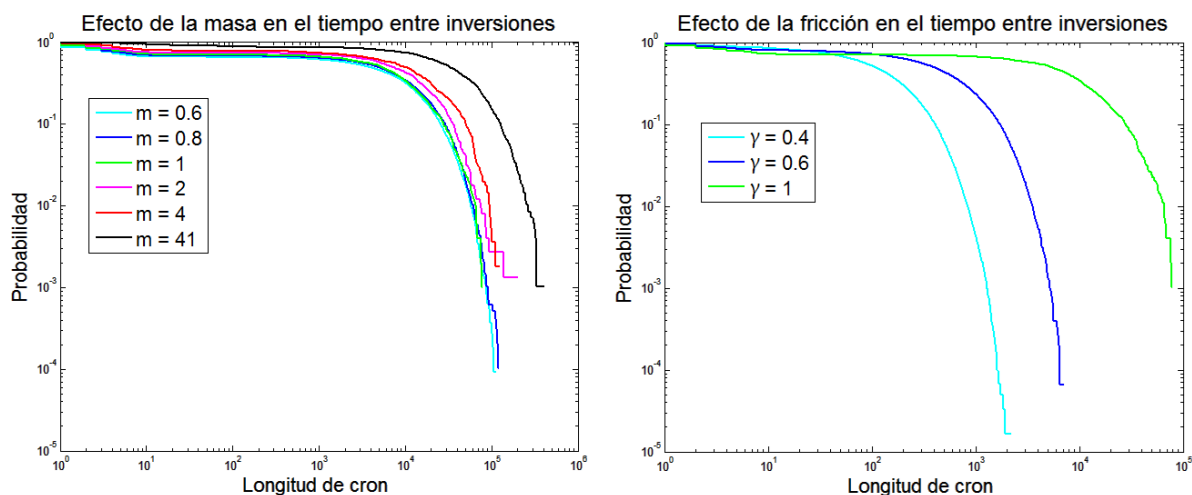
En la figura 5.5 se comparan ambas distribuciones, la del modelo y la real. En la distribución de probabilidad (acumulada) de la longitud de los crones que genera el modelo, se observa que existe una alta frecuencia de crones muy cortos, de menos de 10 pasos temporales en la simulación. Éstos aparecen debido a que, cuando la partícula se encuentra cerca de  $x=0$ , el potencial presenta una pendiente muy baja (ya que se coincide con un máximo relativo), por lo que la fuerza debida al potencial es prácticamente nula y la partícula no tiene una dirección de tendencia preferente, sino que se ve afectada únicamente por las fluctuaciones térmicas. Estas fluctuaciones pueden hacer que la partícula cruce varias veces el origen antes de alejarse lo suficiente como para caer en uno de los pozos. Por lo tanto, esta primera parte de la distribución es un artefacto del modelo y no debe considerarse. La figura 5.6 muestra cómo estos crones “falsos”, en los que el ADM no llega a establecer claramente ninguna polaridad (su valor máximo es muy bajo) son mucho más cortos que los que sí se pueden considerar “verdaderos”, lo que permite diferenciarlos sólo por su longitud. El resto de la distribución del modelo se asemeja en su forma a la de las inversiones del campo magnético terrestre. Cabe destacar que en el caso del modelo la longitud de los crones viene expresada en pasos de iteración del modelo y no en unidades reales de tiempo. La dificultad de establecer una relación entre ambos procede de que las distribuciones *power-law* son libres de escala y pueden no tener bien definidos parámetros como su media o su desviación típica. A pesar de que nuestro modelo se ha construido partiendo de una partícula browniana, de la que se sabe que la distribución de sus tiempos de retorno siguen una distribución *power-law* (Newman, 2005), al incluir un potencial hemos modificado esta distribución. De hecho, la probabilidad del primer salto de una barrera de potencial (como el máximo de  $x=0$  de nuestro modelo) presenta una distribución exponencial.



**Figura 5.6.** Relación entre la longitud de los crones generados con el modelo y el máximo valor de ADM alcanzado durante ese cron. Se observa cómo aparecen dos grupos claramente diferenciados. Los crones cuyo valor de ADM máximo es reducido son artefactos del modelo.

El comportamiento del modelo depende además de dos parámetros: la masa y la constante de amortiguamiento. Ambos parámetros influyen fundamentalmente desplazando la distribución hacia crones más largos o más cortos (figura 5.7). Si se incrementa la masa, se favorecen los crones más largos, debido a que una mayor inercia requiere desviaciones más grandes de energía para que la partícula supere la barrera de potencial del origen. Lo mismo ocurre si se aumenta la constante de amortiguamiento, la fricción hace disminuir más rápidamente la energía que tiene la partícula y dificulta que ésta adquiera la suficiente para superar el potencial.

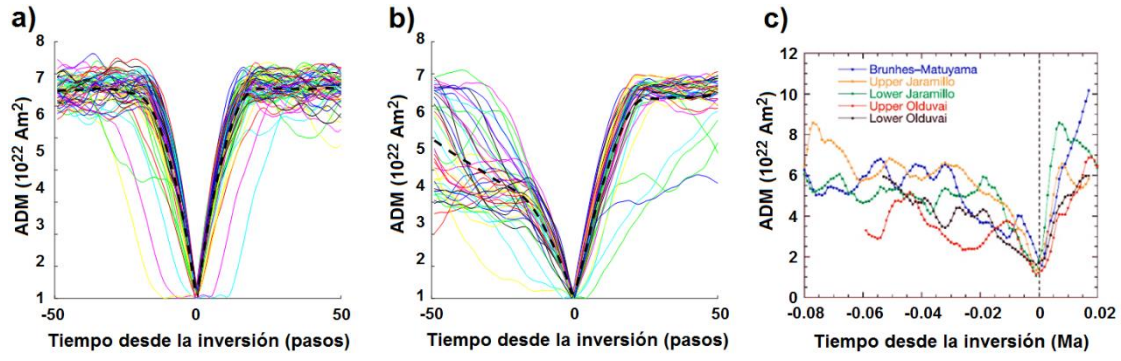
La forma de la distribución no se modifica a excepción de la zona asociada a los crones más cortos, de los que ya se ha explicado que no tienen un significado real. A pesar de ello, resulta interesante analizar por qué cambia su frecuencia. Si se aumenta la masa, la inercia favorece los desplazamientos más suaves, por lo que los crones cortos, que aparecían por fluctuaciones rápidas en torno al origen, son menos probables. Por el contrario, un aumento de la fricción hace que la tendencia del movimiento se atenúe, por lo que es más fácil que se generen cambios de dirección, favoreciendo estos crones cortos.



**Figura 5.7.** Distribuciones de probabilidad acumulada de la longitud de los crones generados por el modelo para: a) diferentes valores de la masa y constante de amortiguamiento constante ( $\gamma = 1$ ); b) diferentes valores de la constante de amortiguamiento y masa constante ( $m = 1$ ).

A pesar de que este modelo es capaz de reproducir algunas de las características generales de las variaciones del ADM del campo magnético terrestre, existen otras características que no recoge en su comportamiento. Una de ellas está relacionada con los ritmos de decaimiento y recuperación de los valores de ADM durante el periodo en torno a una inversión. Valet et al. (2005) describe que, para las transiciones ocurridas en los últimos 2 Ma, se observa que el ADM disminuye poco a poco antes de la inversión, pero que, tras producirse, su recuperación hasta los valores habituales es mucho más rápida (figura 5.8c). Guyodo y Valet (2006) obtuvieron un resultado similar, estableciendo que la intensidad media en un periodo de algunos miles de años antes de una inversión es menor que en un periodo similar posterior a ella. Además, observaron este mismo comportamiento en registros de lavas, lo que refuerza la idea de que esta característica es real y no puede explicarse por los procesos de suavizado del registro sedimentario. Más recientemente, se ha encontrado que esta asimetría entre el decaimiento y la recuperación del momento dipolar no sólo tiene lugar durante las inversiones, sino que también aparece en sus fluctuaciones durante los periodos de polaridad estable (Ziegler y Constable, 2011).

El modelo anterior es completamente simétrico (figura 5.8a), por lo que es imposible que recoja esta característica. Por otro lado, esta caída lenta y recuperación rápida del dipolo no depende de la polaridad, es decir, es igual para transiciones de polaridad normal a invertida y para transiciones de polaridad invertida a normal. Esto sugiere que la asimetría no se puede simular con un potencial, a menos que varíase dependiendo del signo del momento dipolar, lo cual resultaría muy artificioso y difícilmente asociable a ningún mecanismo real. Lo mismo ocurre con la fuerza aleatoria, que sigue una distribución gaussiana y, por tanto, simétrica.



**Figura 5.8.** Comportamiento del ADM (en valor absoluto) en el entorno de diferentes inversiones según: a) el modelo de 1 partícula; b) el modelo de 2 partículas; c) las observaciones paleomagnéticas (adaptado de Valet et al, 2005). En a) y b) el promedio de la evolución del ADM se indica con una línea negra discontinua.

### 5.3. Modelo de 2 partículas

Parece necesario modificar la estructura del modelo anterior para poder incorporar el comportamiento asimétrico del campo magnético terrestre. Para ello, se ha sustituido la partícula del modelo anterior por dos partículas que interaccionan entre sí mediante una fuerza atractiva proporcional a su distancia. El momento dipolar axial, que en el modelo anterior quedaba determinado por la posición de la partícula, se obtiene en este nuevo modelo como la suma de las posiciones de ambas partículas multiplicadas por un factor asociado a cada una. Estos dos factores suman 1 e indicarían qué fracción del ADM total representa cada partícula. Por otro lado, las dos se encuentran sometidas al mismo potencial descrito anteriormente y ambas están afectadas por una fuerza aleatoria gaussiana, aunque de diferente intensidad. Asimismo, existe una fricción que se opone a la velocidad de cada una. La dinámica del sistema viene descrita por la siguiente ecuación:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = -\gamma \dot{x}_1 + F(x_1) + K(x_2 - x_1) + \eta_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 = -\gamma \dot{x}_2 + F(x_2) + K(x_1 - x_2) + \eta_2 \end{cases} \quad [5.8]$$

Donde el parámetro  $K$  establece la intensidad de la atracción entre ambas partículas (similar a la constante elástica de un muelle) y los subíndices 1 y 2 hacen referencia a cada partícula. El resto de símbolos son los mismos que en la ecuación 5.6. Nótese que la fricción, el potencial y la intensidad de la atracción es la misma para ambas partículas, pero que la masa, su posición y el ruido térmico pueden ser distintos. Respecto a este último punto, hay que recalcar que ambas fuerzas aleatorias siguen una distribución gaussiana de media nula, pero pueden tener distinta intensidad (es decir, distinta desviación típica  $\sigma$ ) y son independientes entre sí:

$$\langle \eta_1(t) \cdot \eta_1(t') \rangle = \sigma_1^2 \delta(t - t') \quad [5.9]$$

$$\langle \eta_2(t) \cdot \eta_2(t') \rangle = \sigma_2^2 \delta(t - t') \quad [5.10]$$

$$\langle \eta_1(t) \cdot \eta_2(t') \rangle = 0 \quad [5.11]$$

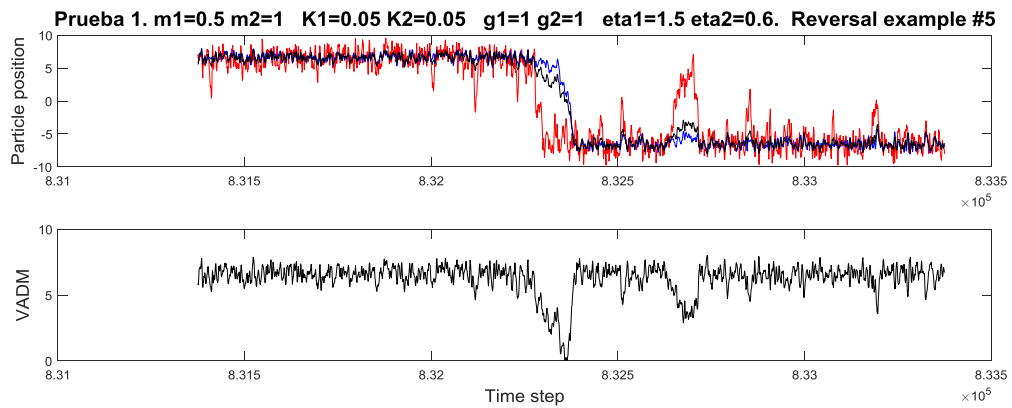
Las simulaciones con este modelo se han llevado a cabo resolviendo numéricamente la ecuación 5.8 mediante el método de Runge-Kutta de orden 4. Los parámetros utilizados inicialmente han sido, para la primera partícula, masa  $m_1 = 0.5$ , fluctuaciones con una intensidad  $\sigma_1 = 1.5$  y fracción del ADM que representa  $f_1 = 0.2$  y para la segunda partícula,  $m_2 = 1$ ,  $\sigma_2 = 0.6$  y

$f_2 = 0.8$ . Podemos decir que la partícula 1 es pequeña (masa y fracción de ADM pequeñas) y caliente (mayores fluctuaciones) y la partícula 2 es más grande y fría. En el resto del capítulo las llamaremos respectivamente partícula roja y partícula azul.

La figura 5.9 muestra un fragmento de la simulación, donde se observa el comportamiento general del modelo. La partícula roja (pequeña y caliente) sufre importantes perturbaciones debido a que está afectada por fuerzas aleatorias mayores y tiene una masa menor, por lo que el efecto de las fuerzas aleatorias es más evidente. Esto hace que sus desviaciones alrededor del valor medio puedan aproximarse al máximo de potencial del origen e incluso sobrepasarlo en algunas ocasiones. Por su parte, la partícula azul (grande y fría) presenta poca variabilidad, es más, gran parte de sus variaciones están provocadas por la interacción con la partícula roja y por sí sola es incapaz de alejarse demasiado del mínimo del potencial. Cuando la partícula caliente alcanza el pozo de potencial opuesto, atrae la partícula fría haciendo que se aproxime al máximo de potencial. En esta situación, las fluctuaciones pueden llevar a la partícula caliente de vuelta al pozo de potencial inicial o conseguir desplazar la partícula fría hasta el pozo opuesto, lo que representaría una inversión de polaridad. Este proceso en el que la partícula fría es arrastrada por la caliente hasta superar el máximo de potencial se corresponde con la caída lenta del ADM justo antes de la inversión. Inmediatamente después, en cuanto la partícula fría sobrepasa el máximo, ésta cae hacia el fondo del pozo de potencial, haciendo que el ADM aumente rápidamente (en sentido opuesto). La figura 5.8b muestra el comportamiento promedio de este modelo en el entorno de las inversiones. Si, por el contrario, es la partícula roja la que regresa a su pozo inicial, el ADM habrá sufrido un mínimo que se podría comparar con una excursión. Otra opción sería considerar estos periodos en los que sólo se ha invertido la partícula roja como criptocrones (Cande & Kent, 1992). De todas formas, es importante tener en cuenta que el modelo sólo proporciona el valor del momento dipolar axial, por lo que la estructura global del campo, si bien está condicionada por el ADM, no queda completamente definida.

Este modelo ya no describe las excursiones y las inversiones como meros extremos de la variación secular, sino que establece dos posibles estados (para cada una de las polaridades). Cuando el campo se encuentra en el estado estable (ambas partículas en el mismo pozo), la variación secular lo hace oscilar en torno a su valor medio. Partiendo de esta situación, la partícula roja tiene una cierta probabilidad de pasar al pozo contrario, con lo que el campo pasaría a un estado de inestabilidad, en el que el ADM disminuye. Desde este estado, el campo tenderá a volver a la estabilidad, bien retornando al estado anterior o bien invirtiéndose hacia el estado de estabilidad de polaridad opuesta. Por tanto, en este modelo, las inversiones sólo pueden ocurrir cuando el campo se encuentra en ese estado de inestabilidad. Si la situación en que sólo ha cambiado de pozo la partícula roja la relacionamos con una excursión, entonces, según este modelo, el estado de excursión constituye un paso previo a la inversión e imprescindible para que suceda.





**Figura 5.9.** Fragmento de simulación del modelo con dos partículas. En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM, en el que se aprecia mejor la característica de caída lenta y recuperación rápida durante la inversión. En la parte superior se indican los parámetros utilizados:  $m$ , masa;  $K$ , constante “elástica” de la interacción;  $g$ , coeficiente gamma de la fuerza de fricción;  $\eta$ , intensidad del ruido gaussiano (desviación típica de la distribución gaussiana).

### 5.3.1. Análisis del modelo

A continuación se analiza el comportamiento del modelo para diferentes conjuntos de valores de los parámetros. En la tabla 5.1 se especifican los valores utilizados en cada simulación. En todos los casos la partícula azul representa el 80 % del ADM y la roja el 20 %.

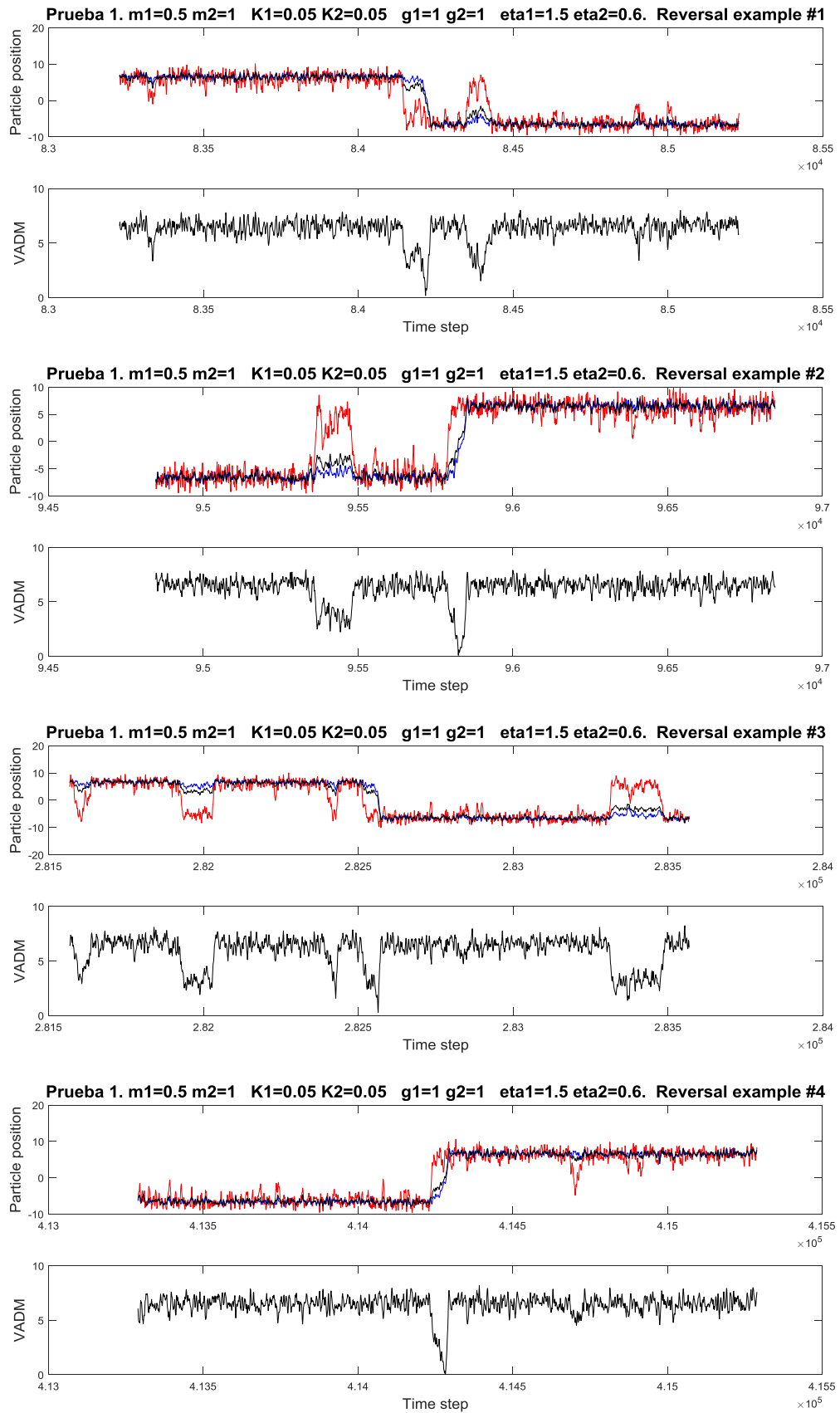
**Tabla 5.1.** Resumen de los parámetros del modelo utilizados en las diferentes simulaciones.  $m$ , masa;  $K$ , constante “elástica” de la interacción entre ambas partículas;  $\gamma$ , coeficiente de fricción;  $\eta$ , intensidad de las fluctuaciones. Los subíndices  $_1$  y  $_2$  hacen referencia a las partículas caliente y fría respectivamente (según la simulación 1, que se toma como referencia). Los parámetros que se han variado respecto a la simulación 1 aparecen resaltados en azul.

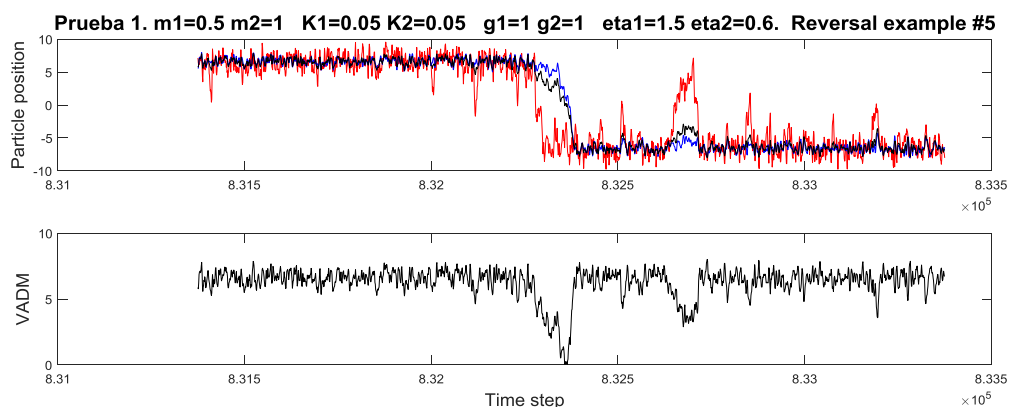
Simulación	$m_1$	$m_2$	$K$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\eta_1$	$\eta_2$
1	0.5	1	0.05	1	1	1.5	0.6
2	1	1	0.05	1	1	1.5	0.6
3	0.5	1	0.05	1	1	1	1
4	0.5	1	0.05	1	1	0.6	1.5
5	0.5	1	0.05	1	1	2	0.4
6	1	1	0.05	1	1	1	1
7	0.5	1	0.1	1	1	1.5	0.6
8	0.5	1	0.03	1	1	1.5	0.6

#### 1) Referencia

La primera simulación utiliza los valores indicados anteriormente y se ha utilizado como referencia para comparar el resto de simulaciones. En ella, la partícula azul tiene más masa que la roja y, por tanto, más inercia. Además, la roja está afectada por un ruido térmico más intenso;

podemos decir que está “más caliente”. Como ya se ha mencionado anteriormente, con esta configuración el modelo reproduce la caída lenta y recuperación rápida del ADM durante las inversiones.

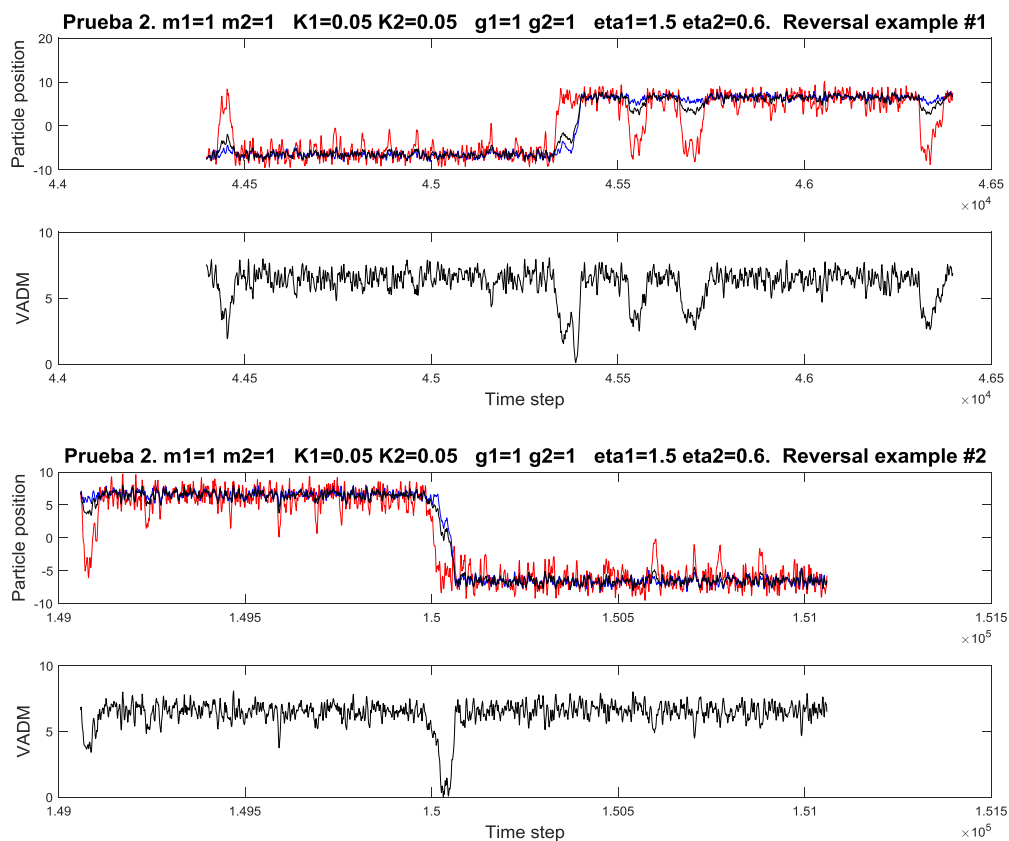


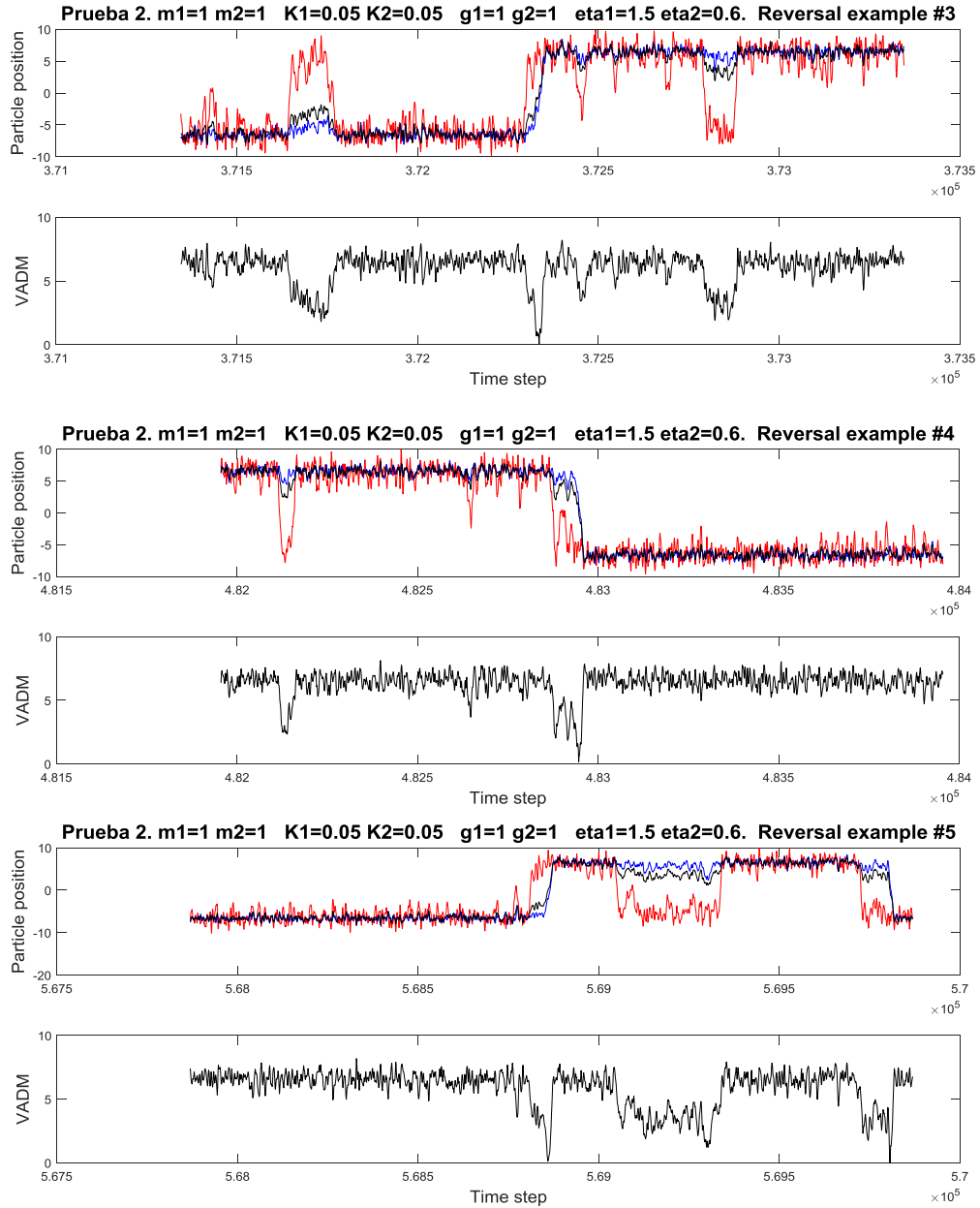


**Figura 5.10.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 1 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

## 2) Misma masa

En esta segunda simulación se ha asignado la misma masa a ambas partículas, mientras que el resto de parámetros permanece invariable. El comportamiento del modelo es bastante similar. De hecho se sigue observando la bajada lenta y recuperación rápida en las inversiones. Esto es lógico, puesto que aunque ambas partículas tengan la misma inercia, la roja sigue asociada a un mayor ruido térmico, con lo que sigue siendo la partícula que sufre mayores variaciones en su posición.



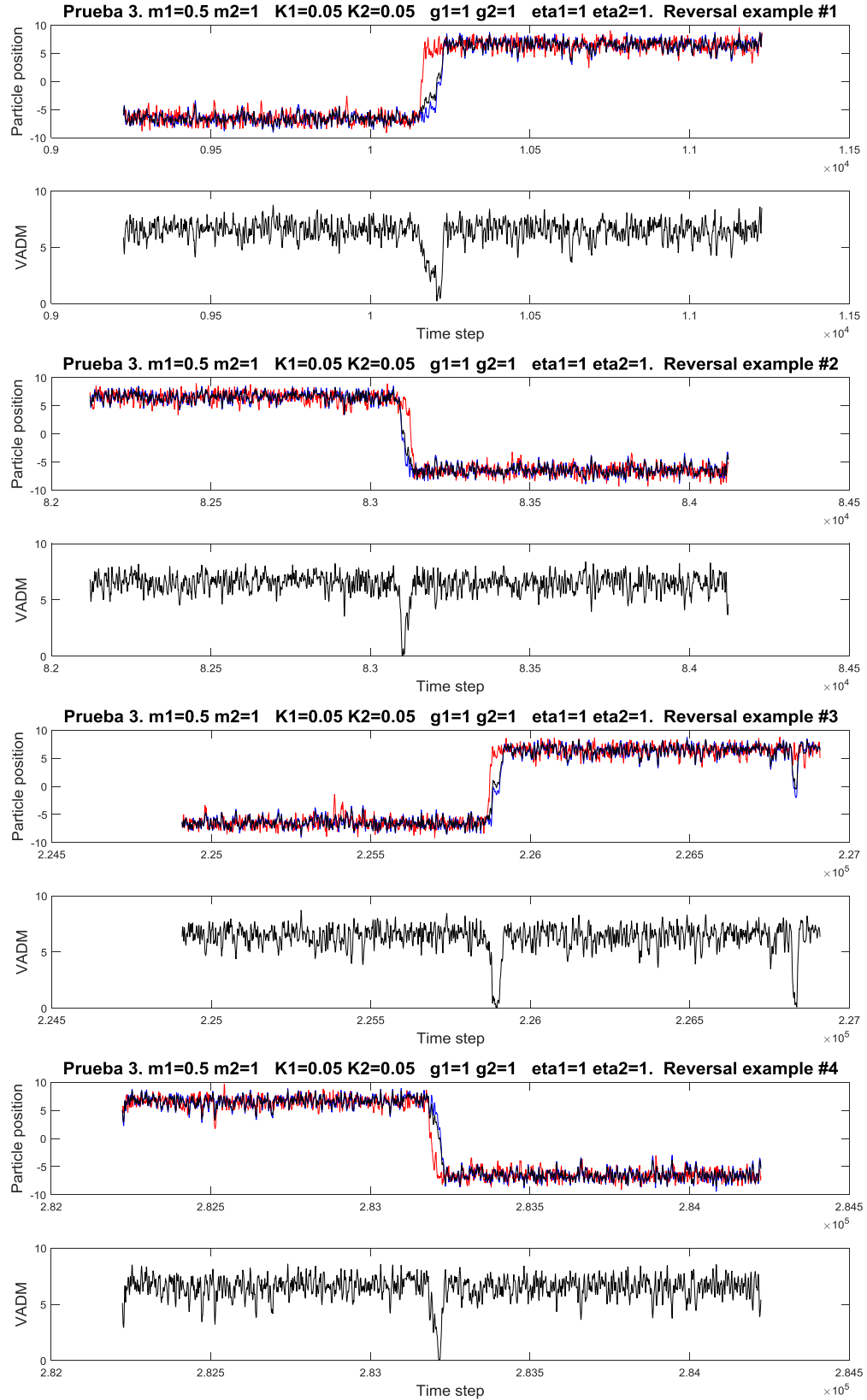


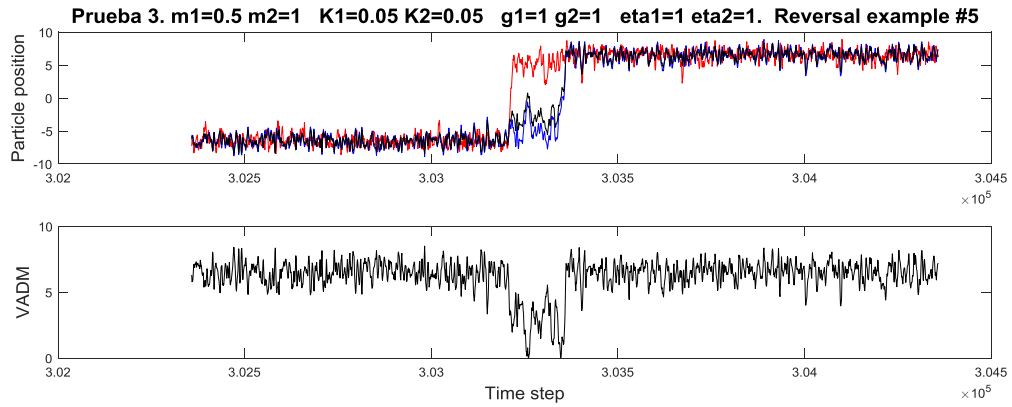
**Figura 5.11.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 2 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

### 3) Misma temperatura

En este caso se han igualado las intensidades de las fuerzas aleatorias que actúan sobre ambas partículas, de forma que ambas estarían a la misma temperatura, dejando el resto de parámetros como en la simulación de referencia. De forma similar a lo que ocurría en el caso anterior, aunque ambas partículas están afectadas por fuerzas de igual magnitud, la roja tiene menor masa, por lo que las aceleraciones que sufre siguen siendo mayores que las de la partícula azul. El decaimiento lento y recuperación rápida del ADM se mantiene en la mayoría de los casos.

Sin embargo, aparecen algunas inversiones en las que ha sido la partícula azul la primera en invertirse (figura 5.12, ejemplo 2). Esto provoca el comportamiento inverso, que la caída sea brusca y la recuperación, más lenta.

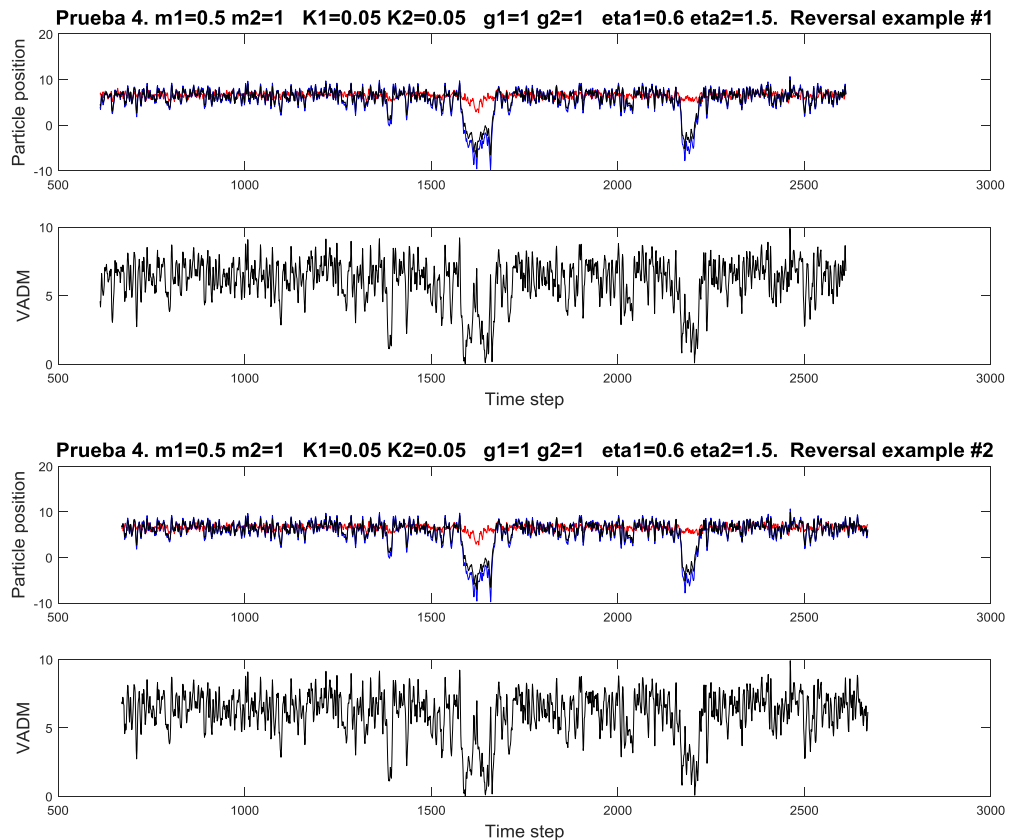


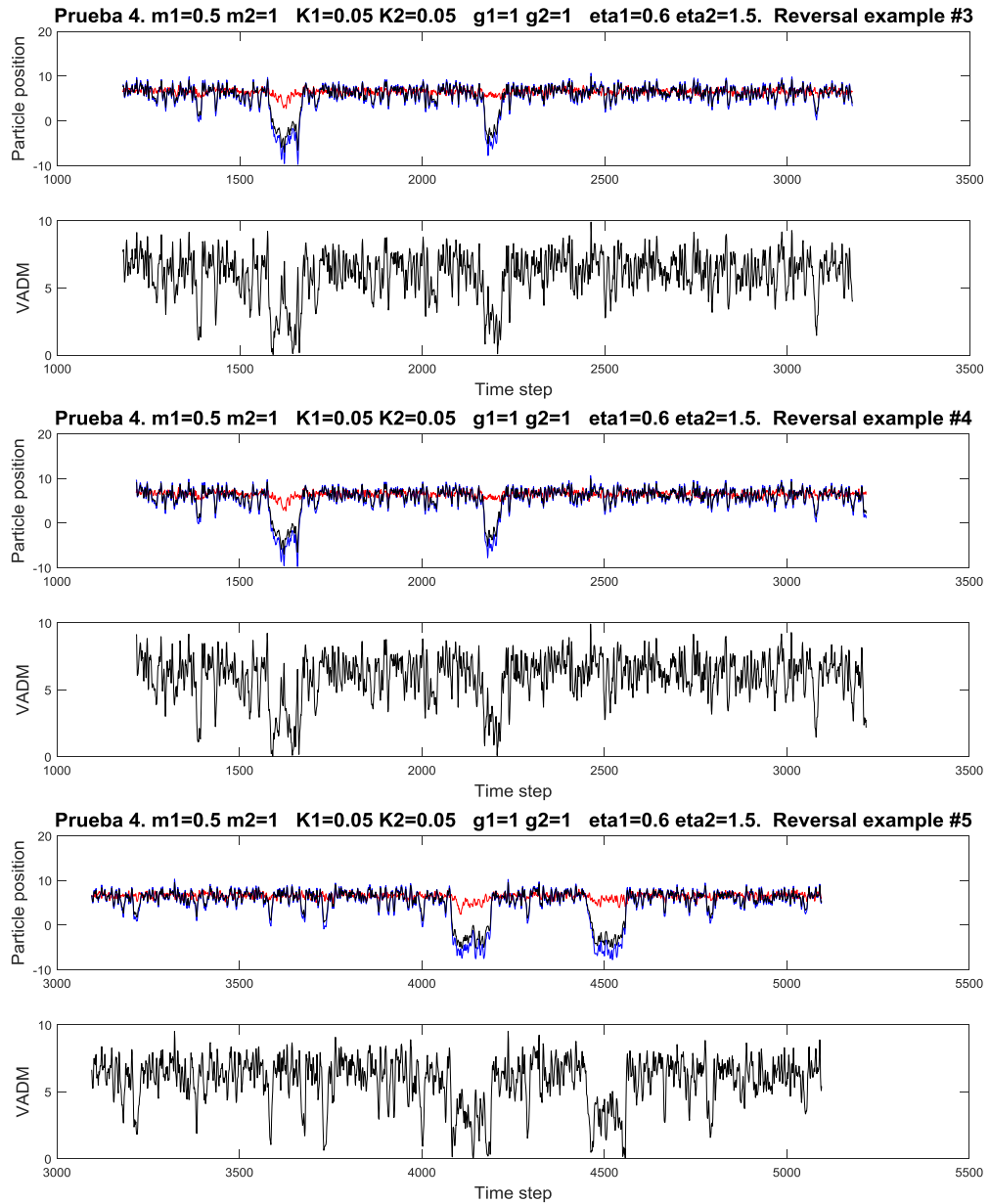


**Figura 5.12.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 3 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

#### 4) Grande caliente y pequeña fría

En este escenario se han intercambiado las intensidades de las fuerzas aleatorias que actuaban sobre ambas partículas, de forma que la partícula roja presenta ahora menores fluctuaciones que la azul. El resultado es que la azul es ahora capaz de invertirse ella sola. Esto hace que aparezcan inversiones con una caída rápida y recuperación lenta, como en el ejemplo 2 del caso anterior. Debido a que la azul representa el 80 % del ADM, cuando se cambia de pozo, el ADM cambia de signo y adquiere un valor suficientemente elevado como para que pueda considerarse una inversión (de hecho 2, una a la ida y otra a la vuelta).

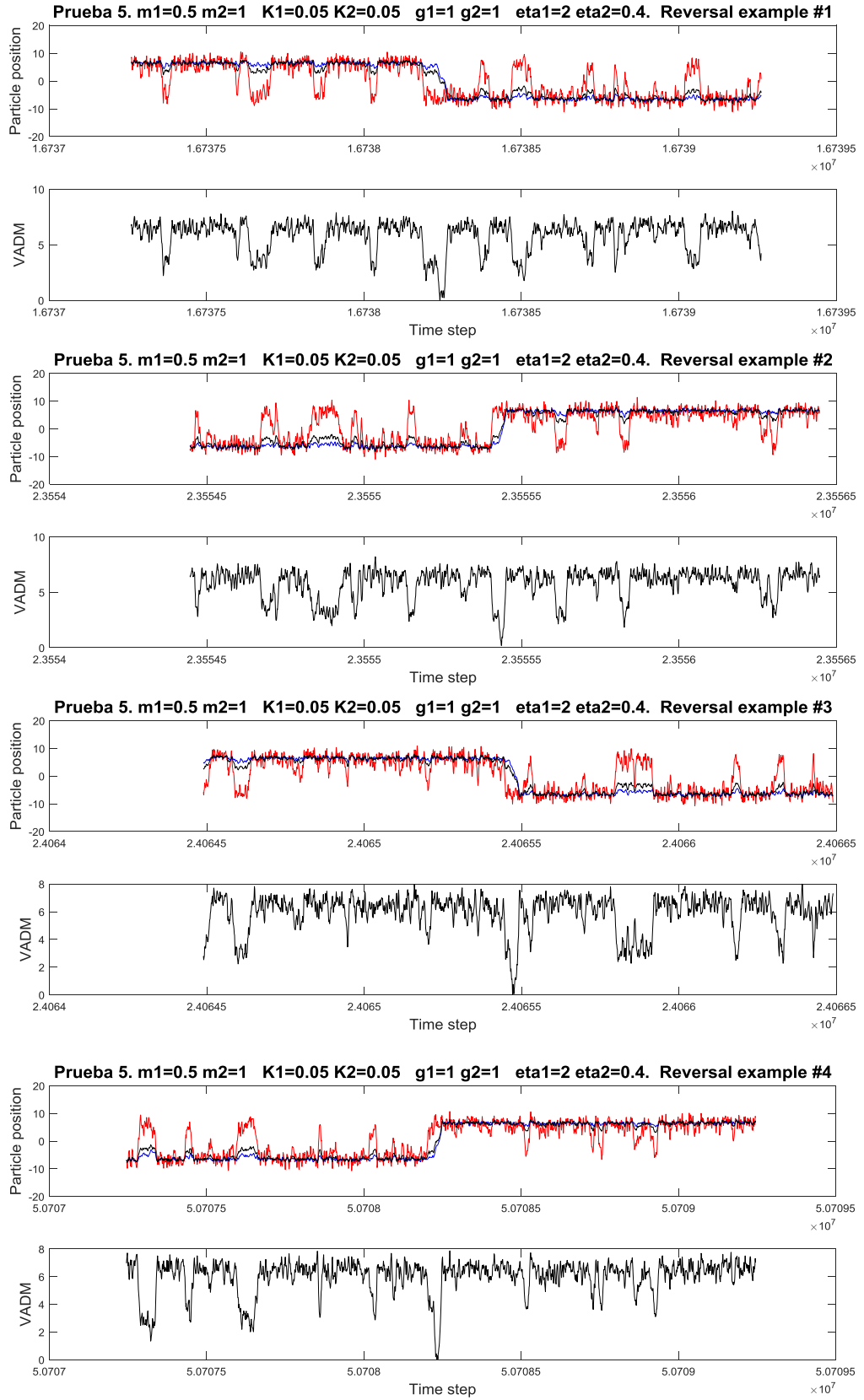




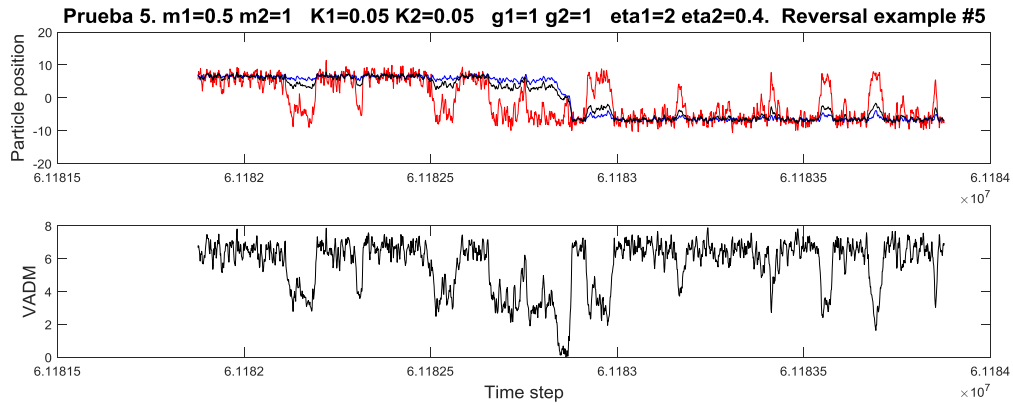
**Figura 5.13.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 4 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

##### 5) Mayor diferencia de temperatura

Aquí se ha exagerado la diferencia de temperatura, haciendo que la roja esté aún más caliente y la azul, aún más fría. Esto provoca que la partícula roja salte entre ambos pozos de potencial con mayor frecuencia. La azul sigue siendo capaz de cambiar de pozo de vez en cuando, ayudada, por supuesto, por la roja, y generando en el ADM una forma aproximada de caída lenta y recuperación rápida, aunque las rápidas fluctuaciones de la partícula roja desfiguran en cierta medida ese comportamiento. Con esta configuración de los parámetros se obtienen menos inversiones y muchas más excursiones, como se puede observar en la figura 5.14.





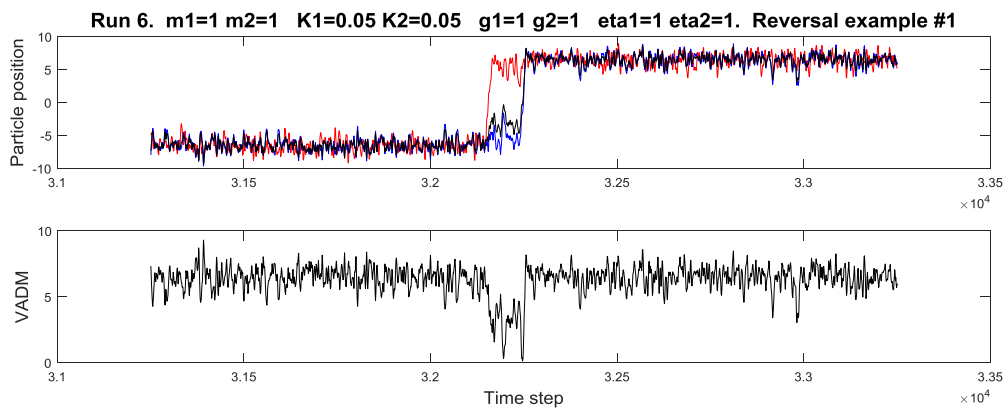


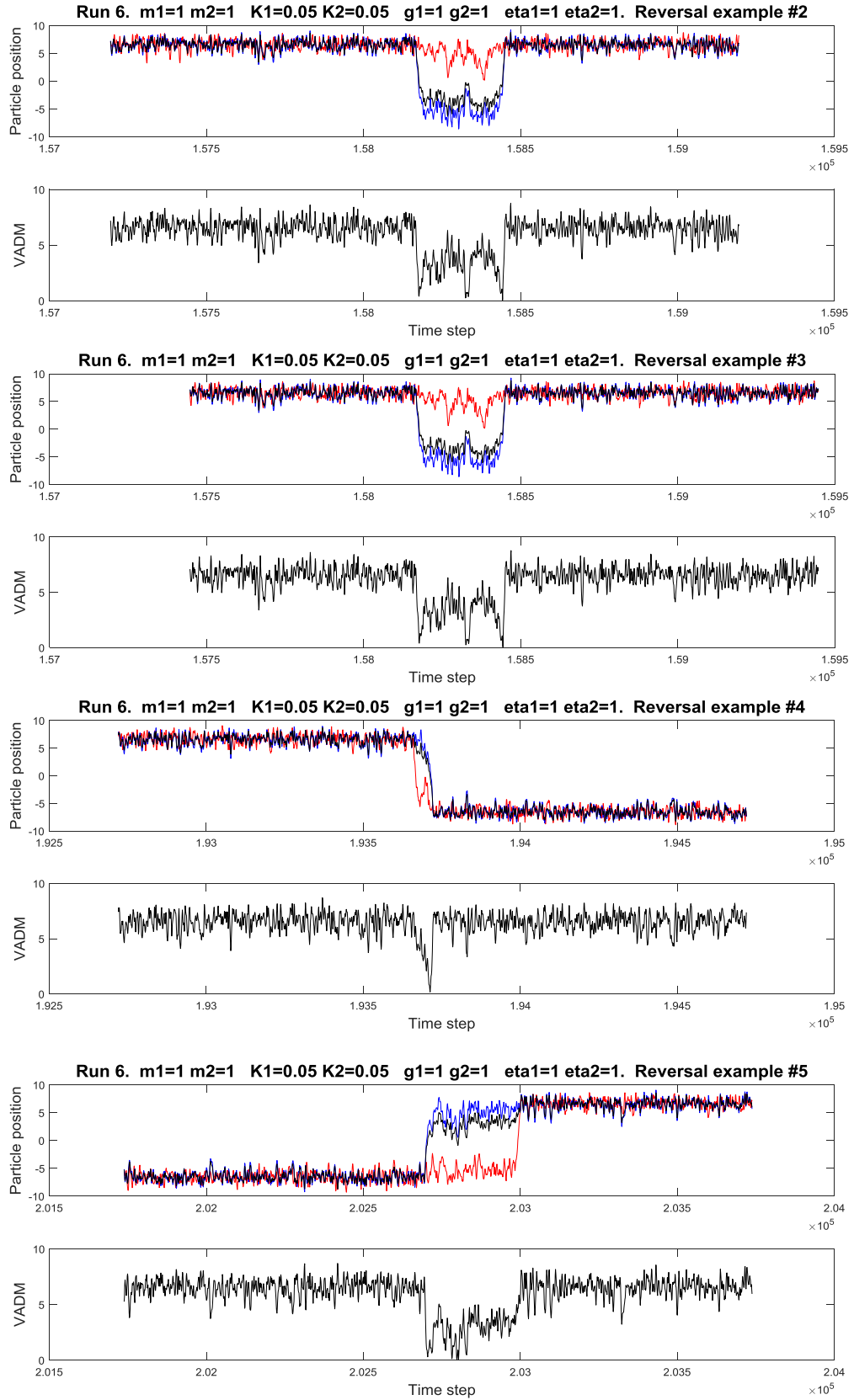
**Figura 5.14.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 5 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

#### 6) Misma masa y temperatura

En este caso ambas partículas son dinámicamente iguales, es decir, las dos tienen igual masa e igual temperatura y sólo se diferencian en la fracción de ADM que representan (20 % la roja y 80 % la azul). Puesto que ambas son iguales, las dos tienen la misma probabilidad de cambiar de pozo primero y tirar de la otra para provocar la inversión. Sin embargo, como la azul influye mucho en el valor del ADM, cuando se invierte ella sola ya es suficiente como para que se pueda considerar una inversión.

Observando la figura 5.15, en los ejemplos 1 y 4 se invierte primero la roja y después la azul. En estos casos se reproduce la bajada lenta y recuperación rápida. En los ejemplos 2 y 3, la azul se invierte y genera la inversión por sí sola. Después vuelve a su polaridad original registrándose otra inversión. En esos casos el comportamiento del ADM es bastante brusco, pero simétrico: bajada rápida y subida rápida. Por último, en el ejemplo 5, la azul se invierte y la roja es arrastrada de forma que el ADM cae rápidamente y después se recupera lentamente.

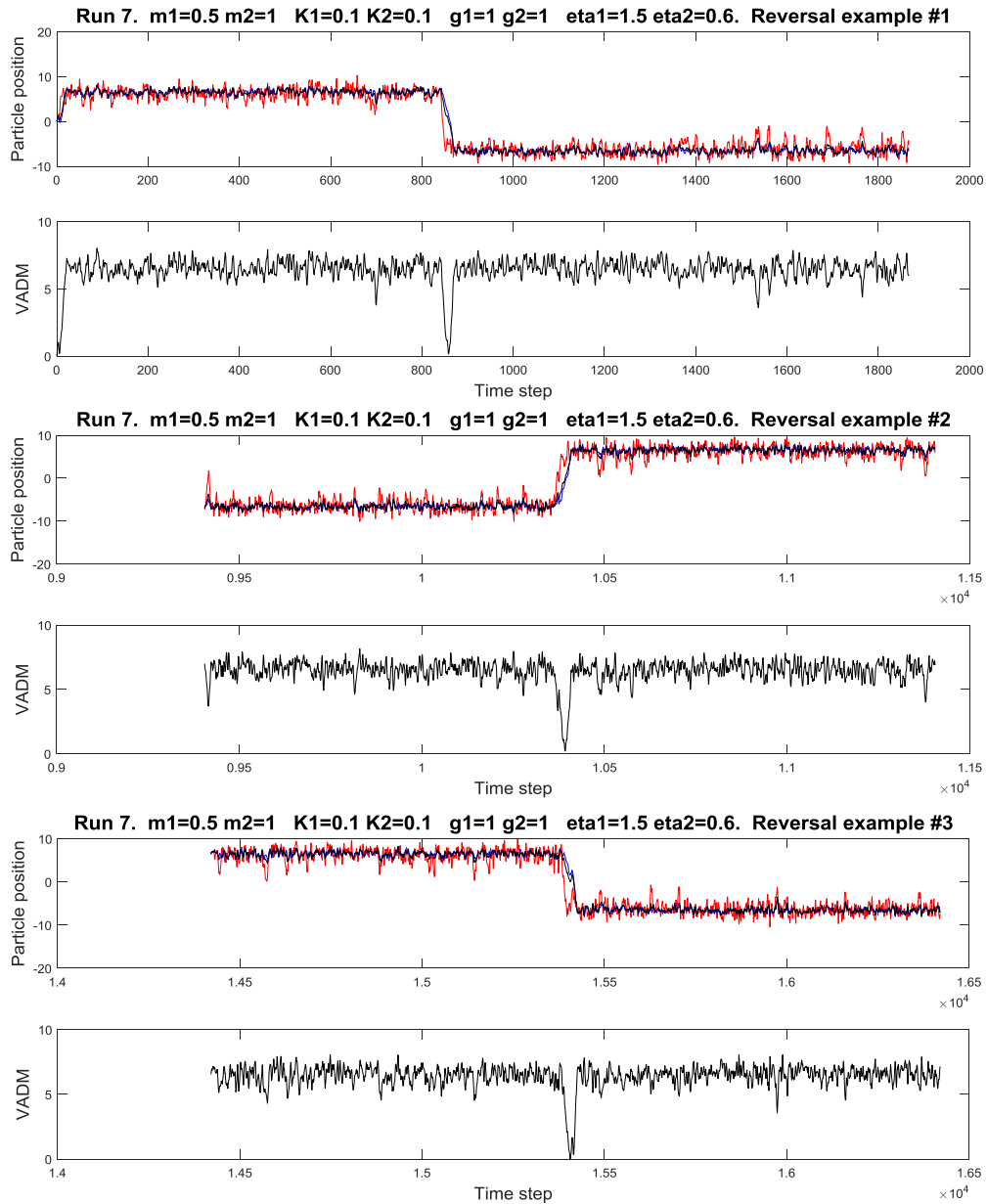


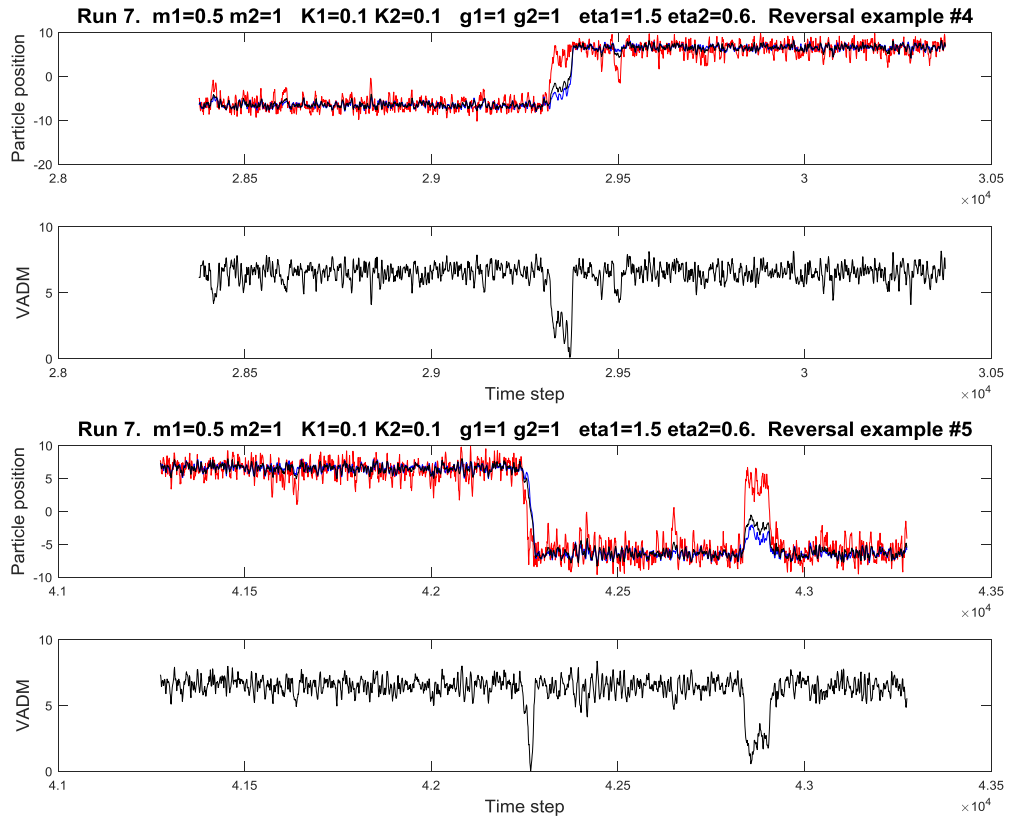


**Figura 5.15.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 6 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

## 7) Mayor interacción

Una mayor interacción (mayor  $K$ ) hace que las partículas tiendan a estar más juntas. Esto hace que se produzcan menos saltos de la partícula roja hacia el pozo de potencial contrario y que éstos sean más cortos en el tiempo, de forma que la partícula roja vuelve rápidamente a su polaridad original, generando una excursión, o la partícula azul es arrastrada en poco tiempo hacia la roja generando una inversión. El esquema de caída lenta y recuperación rápida se mantiene.

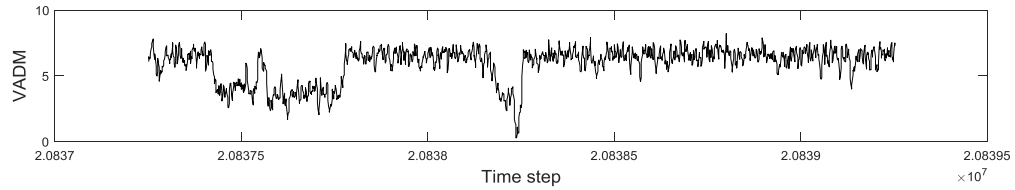
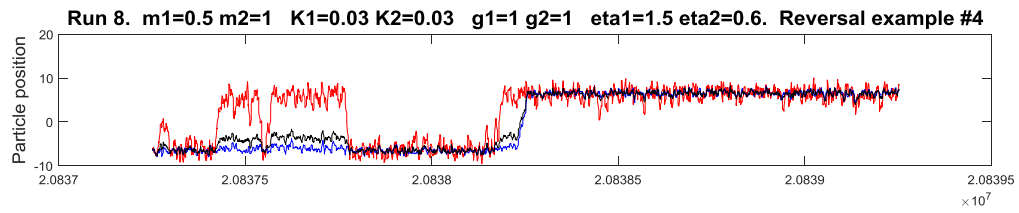
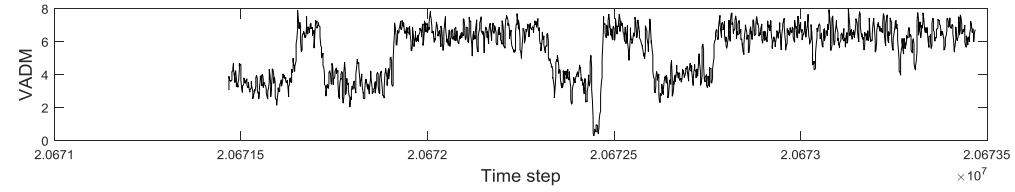
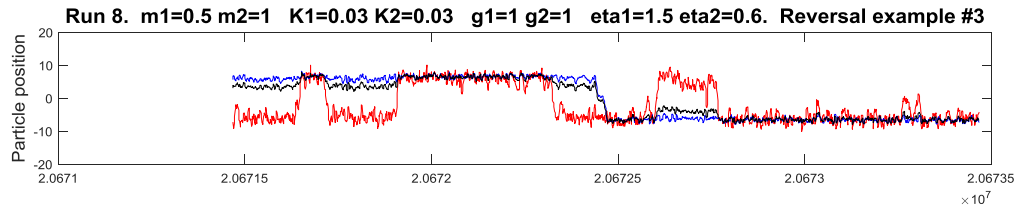
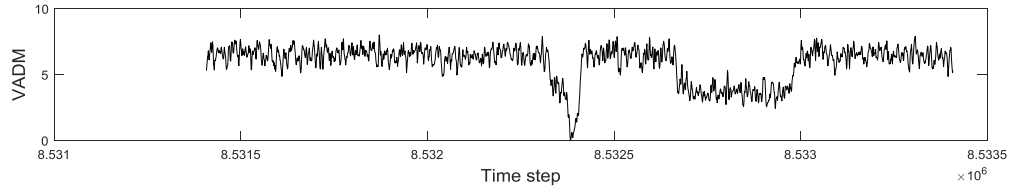
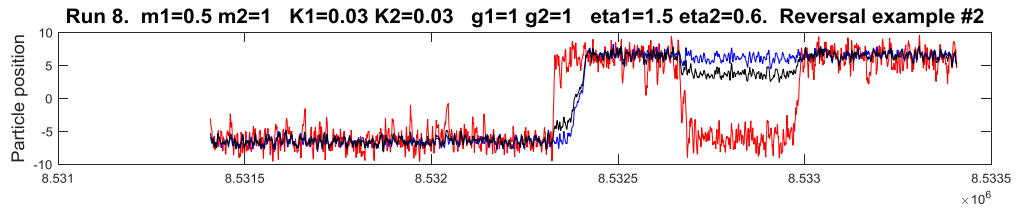
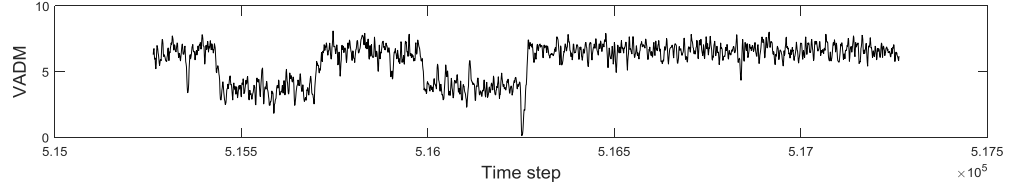
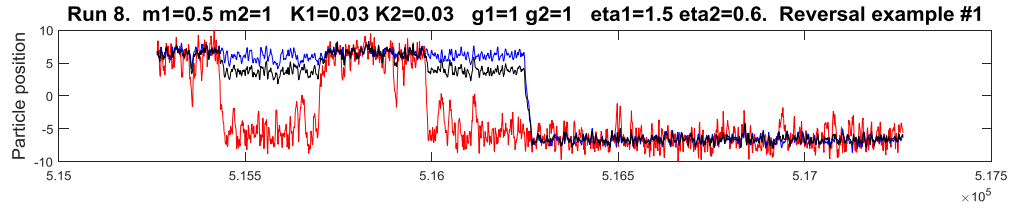


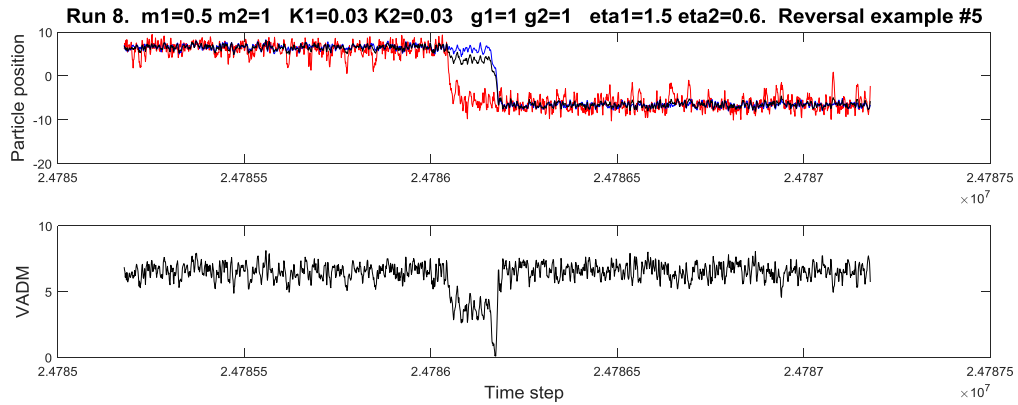


**Figura 5.16.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 7 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

#### 8) Menor interacción

Al reducir la interacción, las partículas son más independientes entre sí. La partícula roja se invierte con más frecuencia y puede pasar periodos bastante largos con la polaridad contraria antes de regresar a la polaridad inicial o antes de que consiga arrastrar a la azul. Es decir, la duración de las excursiones y las inversiones aumenta considerablemente. El comportamiento de caída lenta y recuperación rápida se conserva, aunque adquiere una forma más escalonada





**Figura 5.17.** Fragmentos de simulación en torno a 5 inversiones obtenidas con el modelo de 2 partículas con la configuración 8 de parámetros (ver tabla 5.1). En el panel superior se representan las posiciones de las partículas 1 (rojo) y 2 (azul) y el valor de ADM total con signo (negro). En el panel inferior se muestra el valor absoluto del ADM.

En la prueba 6 se comprueba que incluso con masas y temperaturas iguales se pueden obtener inversiones con bajada lenta y recuperación rápida, pero también con el comportamiento contrario. Esta asimetría es, por tanto, debida a que ambas partículas representan fracciones diferentes del ADM y el sentido en que se produce viene dado por la relación entre las intensidades del ruido térmico que afecta a cada partícula y su masa, es decir, las aceleraciones que sufren las partículas.

#### Análisis

El hecho de que todas las inversiones de las que se dispone información presenten caída lenta y recuperación rápida (Valet, 2005) es lo que justifica la necesidad de incluir una diferencia de temperaturas (y/o masas). Tanto incluyendo ambos ingredientes juntos (prueba 1) como sólo uno de ellos (pruebas 2 y 3) se consigue que predomine el comportamiento de caída lenta y recuperación rápida.

Intercambiando las temperaturas de las partículas (prueba 4) se puede obtener el comportamiento contrario al observado, es decir, caída rápida y recuperación lenta. Si, por el contrario, se exagera la diferencia de temperaturas, se favorecen las excursiones frente a las inversiones, que siguen manteniendo el esquema de caída lenta y recuperación rápida.

La variación de la intensidad de la interacción (pruebas 7 y 8) no influye en el esquema de caída lenta y recuperación rápida, sino sólo en el tiempo en que dura esa inversión, además de la frecuencia de inversiones y excursiones.

## **5.4. Interpretación física**

A la hora de estudiar procesos de muy largo periodo, la utilización de modelos magnetohidrodinámicos para la realización de simulaciones numéricas detalladas con suficientes eventos resulta muy costosa computacionalmente, requiriendo grandes supercomputadores y prolongados tiempos de cálculo. En estos casos, los modelos conceptuales o simplificados constituyen una interesante alternativa. Este tipo de modelos se centra en

algunos de los elementos principales del sistema, recogiendo algunas de sus interacciones más importantes. De esta forma, a pesar de obtener una descripción poco detallada, se pueden estudiar algunas características conceptuales de gran interés.

El modelo que se ha presentado consta de dos subsistemas (las dos partículas) que, debido a su variabilidad interna o a interacciones externas, se encuentran sometidos a una variabilidad que se ha modelado como un ruido térmico (o gaussiano). El estado de cada uno de los dos subsistemas viene determinado por el valor de una variable (su posición en el modelo) que presenta una tendencia natural a exhibir ciertos valores con mayor probabilidad que otros, lo que se ha representado como un potencial. Por otro lado, cada subsistema tiende también a presentar el mismo estado que el otro, lo que se ha modelado como una fuerza de atracción proporcional a la distancia. Finalmente, los estados de ambas partículas en cada instante determinan el valor de una característica del sistema global y cuya evolución resulta de interés, el ADM del campo magnético terrestre.

El modelo no requiere que cada uno de los dos subsistemas descritos esté asociados a algo real, pero el hecho de que reproduzca varias de las características observadas en los registros paleomagnéticos, como la ocurrencia de inversiones y excursiones no periódicas o el comportamiento del ADM durante una inversión, sugieren que el modelo está representando entes físicos e interacciones reales. Surge entonces la pregunta de qué subsistemas podrían representar cada una de las partículas.

Una de las principales características del modelo es que estos dos subsistemas se encuentran a diferentes temperaturas, ya sea una temperatura real o una temperatura ficticia asociada a la intensidad de las perturbaciones. En cualquier caso, esta diferencia establece un desequilibrio energético entre ambas partículas y, por tanto, una fuente de irreversibilidad, puesto que si la partícula roja se encuentra a mayor temperatura que la azul, la energía asociada deberá fluir, en promedio, de la roja a la azul. Esto es también la causa de la asimetría temporal que se observa en la evolución del ADM durante las inversiones, en las que, en el modelo, la partícula roja debía saltar el máximo de potencial primero y luego “tirar” de la partícula azul (proporcionarle energía) para que ésta fuese capaz de superar también ese máximo.

El hecho de asignar un valor de la masa a cada partícula determina que posean mayor o menor inercia en su evolución. El que las masas sean diferentes parece una decisión razonable teniendo en cuenta que una partícula representa el 80 % del ADM y la otra sólo el 20 %. Parece lógico suponer que la partícula que representa una parte mayor del ADM será un subsistema más grande y/o con más inercia que la otra partícula. Puesto que el campo magnético se genera en el núcleo externo, sería lógico que ambos subsistemas se encontrasen localizados allí. Relacionaríamos la partícula roja con una parte del núcleo externo en la que se produzcan mayores fluctuaciones y la partícula azul como el resto del núcleo externo, que sería más estable, pero que podría verse influido por esta parte más fluctuante.

Otra forma lógica de dividir el núcleo sería en sus capas interna y externa. El núcleo externo es donde verdaderamente se genera el campo gracias a la convección del material fundido que aparece por los gradientes de temperatura y composición. Esto, junto con la turbulencia que se genera, sugiere asignar la partícula roja a esta zona. Por su parte, la partícula azul se correspondería con el núcleo interno, donde no existen esas fluctuaciones, lo que en el modelo se refleja como una menor “temperatura” o menores fluctuaciones. En cuanto a la asignación de una masa mayor a la partícula que refleja el núcleo interno cuando el núcleo externo es unas 10 veces mayor no podría justificarse fácilmente. Tampoco sería realista el estado en que la

partícula roja se ha invertido pero la azul no, puesto que significaría que el núcleo externo se ha invertido en su totalidad. Esto nos lleva a modificar ligeramente la correspondencia que acabamos de hacer. Podemos relacionar la partícula roja con una parte del núcleo externo, aquella en que se origine una gran fluctuación, mientras que la azul puede identificarse con el núcleo interno más el resto del núcleo externo. Desde este punto de vista, el modelo indicaría que las inversiones deben originarse como una perturbación en el núcleo externo lo suficientemente intensa como para transmitirse al núcleo interno y que se estabilice con la polaridad opuesta arrastrando tras de sí al resto del núcleo externo que aún no se hubiese invertido, mientras que si la perturbación es más débil, el núcleo interno mantendrá su polaridad y la perturbación decaerá. Esto está en consonancia con la hipótesis de Hollerback y Jones (1993, 1995) de que el núcleo interno juega un papel estabilizador en el campo magnético terrestre y que sólo las fluctuaciones más intensas y prolongadas en el tiempo son capaces de difundirse en el núcleo interno y originar una inversión de polaridad.

Si reflexionamos sobre la asignación que hemos hecho entre la partícula roja y “la parte del núcleo externo en que se origine una gran fluctuación”, observamos que la partícula roja podría corresponderse con diferentes zonas en diferentes momentos. Sin embargo, esto no tiene por qué ser así si existen, dentro del núcleo externo, diferencias entre unas zonas y otras que favorezcan mayores perturbaciones en una región concreta. Esta hipótesis estaría respaldada por las observaciones sobre la existencia de bandas de longitud preferentes para los caminos de los polos geomagnéticos virtuales durante las inversiones, cuyo origen parece estar relacionado con inhomogeneidades en los flujos de calor en el CMB (Gubbins & Love, 1998; Kutzner & Christensen, 2004). Hay que recalcar que, aunque en el modelo se asocie la partícula roja a una mayor temperatura, esto sólo está indicando que la intensidad de sus fluctuaciones aleatorias es elevada. Por ejemplo, una zona del núcleo externo que coincida con una región del CMB con menor temperatura favorece el establecimiento de una convección más fuerte que podría asociarse con alta estabilidad y reducidas fluctuaciones.

El modelo puede compararse con presentado por Mori et al. (2011), que consiste en un anillo de momentos magnéticos que interaccionan sólo con los dos vecinos y que se ven agitados por un forzamiento aleatorio con distribución gaussiana. Cuando uno de los momentos se invierte puede desencadenar la inversión de sus vecinos y estos de los suyos hasta lograr la inversión completa. Nuestra partícula roja se correspondería con ese primer momento magnético que se invierte, sin embargo, la principal diferencia entre ambos modelos es la diferencia de “temperatura” que existe en el modelo de 2 partículas. Como ya se ha explicado, es esta característica la que genera la asimetría temporal (decaimiento lento y recuperación rápida). Puesto que en el modelo de Mori et al. (2011) no existen diferencias de temperatura, las inversiones que se generan son simétricas. Nuestro modelo sencillo, nos ha permitido establecer esta característica fundamental que, por otro lado, puede ser generalizable a otros modelos de tipo estocástico.

Por último, cabe destacar que el modelo supone que los parámetros son estables, es decir, que las condiciones de contorno del sistema permanecen invariables en el tiempo. Sin embargo, hay varios parámetros que han ido variando a lo largo de la historia de la Tierra, entre otros, el tamaño del núcleo interno, formado por la continua solidificación del núcleo externo. En el modelo, esto implicaría, al menos, un cambio en los valores de las masas, aunque posiblemente también influyese en la interacción entre las partículas o en la intensidad de las fluctuaciones. También es muy probable que se hayan producido variaciones los flujos de calor entre el núcleo externo y el manto debido a cambios en la estructura de la convección de este último, lo que



conllevaría cambios en la intensidad del ruido térmico gaussiano que afecta a cada partícula y modificaría la frecuencia de inversiones y excursiones (ver, por ejemplo, Courtillot & Besse, 1987; Larson & Olson, 1991; Zhang & Zhong, 2011; Hounslow et al., 2018).

Algunos resultados del modelo de 1 partícula aparecen en Molina-Cardín et al. (2016b). Los resultados principales de este capítulo se recogerán en: Molina-Cardín, A., Dinis, L., Osete, M.L. (*in prep. To be submitted to Frontiers in Earth Sciences*). Brownian model for the fluctuations of axial dipole moment of the geomagnetic field.

## Conclusiones

A lo largo de esta tesis se han analizado las fluctuaciones del campo magnético terrestre en diferentes escalas desde una perspectiva tanto experimental como teórica. En primer lugar se han realizado estudios arqueomagnéticos en 28 estructuras y se han incluido sus resultados en la base de datos de Iberia para determinar las fluctuaciones del vector completo en Iberia para los últimos 3 milenios, es decir, se ha calculado la curva de variación paleosecular (PSVC) de campo total para ese periodo. Ésta es la primera PSVC de campo total que se ha definido en Iberia. A continuación se han analizado las variaciones del campo magnético en la región del Mediterráneo centrándonos en la mayor fluctuación del campo en esta región, la Anomalía de la Edad del Hierro del Levante. Tras este trabajo principalmente experimental que nos ha permitido conocer directamente los problemas y las limitaciones de los datos paleomagnéticos, se ha efectuado un análisis de la complejidad dinámica del CMT a través de series temporales basadas en modelos paleomagnéticos. Para finalizar, se ha pasado a considerar las fluctuaciones más drásticas y de mayor escala que sufre el CMT, las inversiones de polaridad, desarrollando un modelo simplificado basado en dinámica browniana que es capaz de simular ciertas características de las fluctuaciones del momento dipolar axial asociadas a la variación secular, las excursiones y las inversiones de polaridad. A continuación se recogen las principales conclusiones obtenidas.

El estudio arqueomagnético de 28 estructuras de combustión procedentes de 8 yacimientos de España y Portugal, que se detalla en la primera parte del capítulo 3 de esta tesis, ha permitido incorporar a la base de datos de Iberia un total de 10 nuevas direcciones y 26 nuevas paleointensidades. Las direcciones aportadas pertenecientes al siglo VI d.C. ayudan a complementar la información sobre esta época aunque no llegan a resolver la escasez de datos que existe entre los siglos VII d.C. y IX d.C. También se aportan nuevas direcciones de los siglos X d.C. y XII-XIII d.C. En cuanto a los nuevos datos de paleointensidad, 8 de ellos pertenecen al primer milenio a.C. Los correspondientes al siglo VI d.C. permiten delimitar mejor el inicio del incremento de intensidad que lleva al máximo del 800 d.C.

A partir de la base de datos de Iberia actualizada se ha generado una curva de variación paleosecular (PSVC) del vector completo para los últimos 3000 años. Direccionalmente, la nueva curva es consistente con la primera PSVC direccional de Iberia (Gómez-Paccard et al., 2006b) así como con otras curvas centradas en París y con modelos regionales de Europa basados en datos arqueomagnéticos. Por su parte, la nueva curva de intensidad recoge un máximo en torno al 800 d.C. sin indicios de la existencia del máximo previo en el 600 d.C. que aparece en otras curvas y modelos regionales. Debido a la escasez de datos en este periodo no es posible asegurar si realmente este máximo previo no se produjo en Iberia o simplemente aún no se han analizado muestras del periodo apropiado. El otro periodo de interés es el primer milenio a.C., en el que la PSVC describe una amplia subida de la intensidad entre el 800 a.C. y el 400 a.C., alcanzando su máximo en torno al 600 a.C. con valores de 85  $\mu\text{T}$ , las intensidades más elevadas registradas en Iberia en los últimos 3 milenios. Este máximo está respaldado por dos datos procedentes de dos yacimientos independientes.

Partiendo de la nueva PSVC de Iberia, se han generado curvas similares centradas en diferentes puntos a lo largo de Europa y Oriente Próximo y se han construido diagramas de Hovmöller de declinación, inclinación e intensidad. Este último muestra una continuidad de intensidades elevadas a lo largo del tiempo entre la Anomalía de la Edad del Hierro del Levante (LIAA) (Shaar et al., 2016, 2017) y el máximo de intensidad observado en Iberia en torno al 600 a.C. Además, se ha demostrado que las variaciones del campo dipolar no son capaces de explicar por sí solas este comportamiento. Se sostiene, por tanto, que el máximo de intensidad del 600 a.C. en Iberia es una consecuencia del desplazamiento de la LIAA hacia el oeste.

Asimismo se ha puesto de manifiesto la utilidad de los diagramas de Hovmöller en el estudio de características del CMT que se desplazan, pues permiten identificar los elementos de pequeña longitud de onda que las reconstrucciones regionales o globales no recogen con facilidad.

En un estudio arqueomagnético más reciente en el que se han analizado 17 estructuras de 6 yacimientos de la provincia de Castellón (España), se han obtenido 10 nuevos datos de paleointensidad que sugieren que el máximo del 600 a.C. podría tratarse, en realidad, de dos máximos consecutivos con un marcado mínimo relativo entre ambos. Esto implicaría que nos encontraríamos no sólo ante los máximos valores de intensidad de los últimos 3000 años, sino también ante una variación extremadamente rápida de la intensidad. Esto podría identificarse con un *spike* geomagnético, como la LIAA, lo que reforzaría la hipótesis de que esta anomalía haya podido desplazarse o extenderse cruzando el Mediterráneo de este a oeste.

En el capítulo 4 se ha abordado el estudio del CMT como sistema dinámico a partir de series temporales de los elementos magnéticos así como de coeficientes de Gauss. Mediante la construcción de vectores de retardo, y en base al teorema de Takens (1981), se han calculado reconstrucciones de la trayectoria del sistema en el espacio de las fases utilizando diferentes valores de la dimensión de la reconstrucción. La variación del valor de ciertas cantidades (como las definidas por Cao, 1997) en función de esta dimensión permite evaluar cuál es la mínima dimensión necesaria para que la reconstrucción sea correcta. Ésta determina el grado de complejidad del sistema dinámico o, dicho de otro modo, cuántas variables y ecuaciones son necesarias para describir su dinámica. Para evitar la necesidad de escoger un valor del desfase para la construcción de los vectores de retardo, se ha ideado una metodología alternativa consistente en calcularlos para varios valores del desfase, representar los resultados en función de estos desfases y valorarlos en su conjunto. Esto hace que los resultados sean más robustos.

Empleando esta metodología, se han estudiado series del coeficiente  $g_1^0$  de diferentes modelos y en diferentes periodos, analizando y comparando los resultados obtenidos con cada uno. La conclusión principal es que la resolución del modelo influye notablemente en las estimaciones de la complejidad dinámica. En concreto, se observa que los periodos más alejados en el tiempo conllevan estimaciones más bajas de la complejidad debido a la menor precisión de los modelos. De igual modo, los modelos que incluyen datos sedimentarios reportan dimensiones más bajas a consecuencia del suavizado que provocan estos datos. Por tanto, para este tipo de análisis, la elección del modelo es una cuestión fundamental. A la vista de los resultados, se concluye que la dimensión de inmersión (o complejidad) del CMT debe ser 5 o encontrarse muy próxima a este valor.

El capítulo 5 se enfoca hacia periodos más largos, abarcando la variación secular y las inversiones de polaridad. Se ha desarrollado un modelo simplificado capaz de reproducir el comportamiento general del momento dipolar axial (ADM) del campo magnético terrestre. Concretamente el modelo simula la variación secular, con fluctuaciones en torno a unos valores típicos, y las

inversiones de polaridad, que suceden de forma aleatoria sin ningún tipo de periodicidad. La distribución de las longitudes de los crones de polaridad constante ha sugerido la posibilidad de simular las fluctuaciones como el movimiento de una partícula browniana, de forma que su posición indique el valor del ADM. Para lograr que el modelo respetara, además, la distribución de los valores de ADM, se ha impuesto un potencial calculado a partir de esta distribución.

El primer modelo ha sido modificado buscando que su comportamiento pudiese exhibir otras características observadas en el CMT. Para ello se ha incluido una segunda partícula browniana capaz de interactuar con la primera mediante una fuerza de atracción proporcional a la distancia. Ambas partículas pueden tener distinta masa y estar afectadas por un ruido térmico browniano de diferente intensidad, es decir, una partícula puede estar “fría” y la otra “caliente”. El ADM se determina a través de una media ponderada de las posiciones de ambas partículas. Se ha comprobado que este nuevo modelo de dos partículas es capaz de reproducir la asimetría temporal que se observa en el ADM en el entorno de una inversión: al aproximarse la inversión, el momento dipolar disminuye lentamente y, tras producirse la inversión, recupera rápidamente sus valores habituales. El análisis del efecto de los diferentes parámetros del modelo ha puesto de manifiesto que el mecanismo fundamental capaz de generar este comportamiento asimétrico es la existencia de una diferencia de temperatura entre ambas partículas. Esto es un resultado importante, puesto que si se desea construir un modelo que siga el esquema de caída lenta del ADM, inversión y recuperación rápida, debería incluir algún tipo de desequilibrio térmico. Respecto al establecimiento de una relación entre las dos partículas del modelo y entes físicos reales, se sugiere que la partícula caliente representa la zona del núcleo externo donde se producen mayores fluctuaciones, mientras que la partícula fría se asociaría con el resto del núcleo externo y el núcleo interno.



## Perspectivas de futuro

Tras la incorporación de los datos arqueomagnéticos presentados en el capítulo 3 de esta tesis, se ha mejorado la distribución temporal de la base de datos de Iberia, principalmente en el primer milenio a.C. Sin embargo, aún existen lagunas de datos entre los siglos VI y IX y apenas hay datos precisos de edades anteriores al 800 a.C. Por lo tanto, en el futuro, los esfuerzos deberían centrarse especialmente en estos periodos. En cuanto a la intensidad, también serían de gran interés nuevos datos en el periodo del 800 a.C. al 400 a.C. para poder describir con precisión los dos máximos que sugieren los últimos datos estudiados.

El estudio presentado en el apartado 3.10 se completará analizando en profundidad la información que pueden proporcionar estos nuevos datos sobre el comportamiento de la LIAA.

En relación al estudio de la complejidad dinámica del campo magnético terrestre, se ha establecido una metodología que puede ser aplicada a otras series temporales, ya sean del coeficiente  $g_1^0$  de otros modelos paleomagnéticos o de otras magnitudes. En el futuro se espera poder realizar este tipo de análisis con reconstrucciones del CMT durante la última inversión (Leonhardt & Fabian, 2007) y la última excursión (Leonhardt et al., 2009). Esto no es trivial, puesto que los resultados de estas reconstrucciones no se encuentran distribuidos uniformemente en el tiempo. El objetivo final sería evaluar si la variación secular, las excursiones y las inversiones de polaridad responden a los mismos mecanismos dinámicos o si, por el contrario, son mecanismos diferentes los desencadenan el proceso de inversión. Esto podría analizarse comparando las estimaciones de la dimensión de inmersión para series que contengan alguna inversión y para series que no.

En cuanto a los modelos brownianos presentados, han permitido establecer que un desequilibrio térmico, incluso en un modelo sencillo, es capaz de reproducir ciertas asimetrías temporales observadas. Como se trata de un elemento general, sería interesante comprobar el efecto que tiene introducirlo en otros modelos similares, como en el modelo propuesto por Mori et al. (2011) que, a pesar de ser más complejo, genera transiciones simétricas.



# Conclusions

Throughout this thesis, the fluctuations of the Earth's magnetic field (EMF) in different scales have been analysed from both experimental and theoretical perspectives. First of all, archaeomagnetic studies have been carried out on 28 structures and the results have been included in the Iberian database. On the basis of the updated database, we have determined the fluctuations of the complete vector of the EMF in Iberia for the last 3 millennia, that is, the full-vector PSVC for this period has been calculated. This is the first full-vector PSVC ever defined for Iberia. Then, we have analysed the variations of the EMF in the Mediterranean region, focusing in the Levantine Iron Age Anomaly (LIAA), the most striking fluctuation of the field in this region. All this work, mainly experimental, has allowed us to comprehend the problems and limitations of paleomagnetic data. Then, we have moved to a more theoretical point of view, analysing the dynamical complexity of the EMF through temporal series based on palaeomagnetic models. Finally the more dramatic fluctuations that the EMF undergoes have been considered, developing a simplified model based on Brownian dynamics that is able to simulate some features of the axial dipole moment fluctuations associated with the secular variation, the magnetic excursions and the polarity reversals. The main obtained conclusions are exposed below.

The archaeomagnetic studies carried out on 28 combustion structures from 8 different archaeological sites from Spain and Portugal, which is detailed in the first part of the chapter 3, has led to the incorporation of 10 new directions and 26 new palaeointensity values. The new directions belonging to the 6<sup>th</sup> century AD help to complement the previous available information about this epoch, but do not get to cover the whole gap between the 7<sup>th</sup> and the 9<sup>th</sup> centuries AD, where there is still a lack of data. Some directions have also been added from 10<sup>th</sup> and 12<sup>th</sup>-13<sup>th</sup> centuries. Regarding palaeointensity, 8 new data belongs to the first millennium BC. The ones corresponding to the 6<sup>th</sup> century let better define the start of the intensity increment that leads to the 800 AD maximum.

On the basis of the updated Iberian archaeomagnetic database a full-vector PSVC has been developed for the last 3000 years. Directionally the new curve is consistent with the first directional PSVC of Iberia (Gómez-Paccard et al., 2006b) as well as with other curves centred in Paris and regional Europe models based on archaeomagnetic data. Concerning palaeointensity, the new curve shows a maximum around 800 AD, without evidences of the existence of a previous one in 600 AD that appears in other reconstructions. Due to the scarcity of data in this period it is not possible to assure whether this maximum was not present in Iberia or we have not analysed samples of the appropriate age yet. The other period of interest is the first millennium BC, when the PSVC describes a large high-intensity interval between 800 BC and 400 BC, reaching values up to 85  $\mu$ T around 600 BC. These are the highest intensities ever documented in Iberia for the last 3 millennia. The maximum is supported by 2 data coming from different sites.

Using the new Iberian PSVC together with other curves computed in different points along Europe and Middle East, we have built Hovmöller diagrams for the declination, the inclination



and the intensity. The last one shows a continuity of high intensities from the LIAA detected in the Eastern Mediterranean (Shaar et al., 2016, 2017) and the Iberian maximum found around 600 BC. Furthermore, we have shown that the variations of the dipolar field cannot explain by their own this behaviour. Thus, we interpret that the maximum in Iberia is a consequence of the westward displacement of the LIAA.

Furthermore the utility of Hovmöller diagrams has been highlighted. They are specially suitable for the study of moving features of the EMF, because they allow the identification of small scale elements that global or regional reconstructions may not easily reproduce.

In a more recent archaeomagnetic study in which another 17 structures from 6 archaeological sites in the province of Castellón (Spain) have been analysed, 10 new intensity data have been obtained. They suggest that the 600 BC maximum may correspond, in reality, to two consecutive maxima with a clear relative minimum between them. That would imply the extremely high intensity variations that could be related to a geomagnetic spike, like the LIAA, which strengthen the hypothesis that this anomaly has moved or extended across the Mediterranean from the east to the west.

In chapter 4 the study of the EMF as a dynamical system has been addressed from time series of the magnetic elements and the Gauss coefficients. By means of delay-vectors and the Takens' theorem, we have reconstructed the trajectory of the system in the phase space using different values for the reconstruction dimension. The minimum dimension for a correct reconstruction, corresponds to the number of variables and equations needed to describe its dynamics. In order to avoid the necessity of choosing a delay value, we have developed a modification of the method of Cao (1997) obtaining more robust results.

Using this methodology, several time series of  $g_1^0$  Gauss coefficient from different models and periods have been analysed and compared. The main conclusion is that the resolution of the model has a direct effect on the dynamical complexity estimations. We have observed that the older periods provide lower estimations due to the lower accuracy of the models. Similarly, models including sedimentary data underestimates the dimensions because of the smoothing introduced by these data. The results let to estimate that the embedding dimension (or complexity) of the EMF is 5 or very near to this value.

Chapter 5 focus on longer periods, encompassing the secular variation and the polarity reversals. A simplified model capable of reproducing the general behaviour of the axial dipole moment (ADM) of the EMF has been developed. The model simulates the secular variation as fluctuations around typical values and the reversals as random events without any kind of periodicity. The distribution of polarity chrons lengths suggested the possibility of basing the model on Brownian particles dynamics. The distribution of the ADM values has been imposed through a potential.

The first model, which had a single Brownian particle, has been modified trying to make it show other features of the CMT behaviour. A second Brownian particle, has been added to the model. It interacts with the other one with an attractive force proportional to the distance. Both particles may be set to have different mass or being affected by different intensities of thermal noise, that is, one could be 'colder' and the other 'hotter'. The ADM is calculated as a weighted mean of the position of both particles. It has been shown that this model is able to reproduce the temporal asymmetry observed in the ADM around the inversion times: a slow decay followed by a fast recovery to the usual values. The analysis of the effects of the different model parameters has brought to light that the fundamental mechanism capable of generating this

asymmetric behaviour is the existence of a difference of temperature between both particles. This constitutes an important result, because it relates the behaviour features to the inner mechanisms, so if a new model is wanted to reproduce that asymmetry, it should include a thermal imbalance. Physically, we suggest to associate a light and hotter particle to the part of the outer core undergoing the highest fluctuations and a heavy and colder one to the rest of the outer core together with the inner core.



## Future work

After the inclusion of the archaeomagnetic data presented in chapter 3 of this thesis, the temporal distribution has been improved, especially for the first millennium BC. Nevertheless, there are still important gaps between 6th and 9th centuries and there are very few accurate data prior to 800 BC. Thus, in the future, the efforts should focus on these periods. It would be also of great interest to get new data between 800 BC and 400 BC to help better define the double maxima suggested by the last study.

That study, presented in the section 3.10 will be completed analysing in detail the information that the new data can provide about the LIAA.

Regarding the dynamical complexity of the EMF, we have established a new methodology that can be applied to other time series of  $g_1^0$  Gauss coefficient from other palaeomagnetic models or other magnitudes. In the future we expect to be able to apply this analysis to EMF reconstructions during the last reversal (Leonhardt & Fabian, 2007) and the last excursion (Leonhardt et al., 2009). This is not trivial, because the results from these reconstructions are not evenly distributed in time. The final objective would be to assess if the secular variation, the excursions and the polarity reversals are originated from the same dynamical mechanisms or not. This can be achieved comparing the embedding dimensions for series with reversals and other that only contains the fluctuations within a stable polarity period.

The Brownian models presented in chapter 5 have allowed to link some temporal asymmetries to the existence of a thermal unbalance. As it is a general element, it could be included in other models. We suggest to investigate the effects in similar models such as the model proposed by Mori et al. (2011), which is more complex but produces symmetric transitions.



## Publicaciones relacionadas

Molina-Cardín, A., Campuzano, S. A., Osete, M. L., Rivero-Montero, M., Pavón-Carrasco, F. J., Palencia-Ortas, A., Martín-Henández, F., Gómez-Paccard, M., Chauvin, A., Guerrero-Suárez, S., Pérez-fuentes, J.C., McIntosh, G., Catanzariti, G., Sastre Blanco, J.C., Larrazabal, J., Fernández Martínez, V.M., Álvarez Sancís, J.R., Rodríguez-Hernández, J., Martín Viso, I., Garcia i Rubert, D. (2018). Updated Iberian archeomagnetic catalogue: New full vector paleosecular variation curve for the last three millennia. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 19. <https://doi.org/10.1029/2018GC007781>

Osete, M.L., Molina-Cardín, A., Campuzano, S.A., Aguilera-Arzo, G., Barranchina-Ibañez, A., Fallomir-Granella, F., Foix, O., Martín-Hernández, F., Palencia-Ortas, A., Gómez-Paccard, M., Pavón-Carrasco, F.J. (*submitted to Earth and Planetary Science Letters*). Two archaeomagnetic intensity maxima and rapid directional variation rates during the first Iron Age observed at Iberian coordinates. Implications on the evolution of the Levantine Iron Age Anomaly.

Molina-Cardín, A., De Santis, A., Osete, M.L., Dinis, L. (*in prep. To be submitted to Entropy*). Dynamical complexity of the geomagnetic field in the Holocene.

Molina-Cardín, A., Dinis, L., Osete, M.L. (*in prep. To be submitted to Frontiers in Earth Sciences*). Brownian model for the fluctuations of axial dipole moment of the geomagnetic field.

### CAPÍTULOS DE LIBRO INTERNACIONALES CON REVISIÓN

Osete, M.L., Campuzano, S.A., Molina-Cardín, A., Palencia, A., Carmona, J., McIntosh, G., Larrazabal, J. (2018). On the reliability of archaeomagnetic dating in Iberia: two case studies from Portugal and Zamora. En J.C. Sastre Blanco y Ó. Rodríguez-Monterrubio (Ed.), *Archaeology in the River Duero Valley*. pp.309-339. Newcastle upon Tyne, UK: Cambridge Scholars Publishing

### OTRAS PUBLICACIONES

Molina-Cardín, A., Dinis, L., Osete, M.L. (2016). Un modelo browniano para el momento dipolar axial del campo geomagnético. *Geo-temas*, 16, 849-852.

Rivero, M., Osete, M.L., Ayarzagüena, M., Molina-Cardín, A. (2016). Estudio arqueomagnético del yacimiento del Cerro de los Almadenes (Otero de Herreros, Segovia). *Geo-temas*, 16, 941-944.

Molina-Cardín, A., Osete, M.L., Campuzano, S.A., Carmona, J., McIntosh, G., Sastre, J.C. (2016) Estudio arqueomagnético en el yacimiento de El Castillón (Zamora). *Actas de las IV Jornadas de Jóvenes Investigadores del Valle del Duero*, Glyphos Publicaciones, ISBN: 978-84-944018-7-9.

Campuzano, S.A., Osete, M. L., Molina-Cardín, A., Carmona, J., Pavón-Carrasco, F.J. (2016) Aportaciones de la Arqueología al estudio del campo magnético terrestre durante la Segunda Edad del Hierro. *Actas de las IV Jornadas de XVI Jóvenes Investigadores del Valle del Duero*, Glyphos Publicaciones, ISBN: 978-84-944018-7-9.



# APÉNDICE I. Direcciones por espécimen antes y después de la corrección por ATRM

En la siguiente tabla se muestran todos los datos direccionales de cada espécimen antes y después de aplicar la corrección por la anisotropía de la TRM. Nombre, nombre del espécimen;  $T_{\min}$ - $T_{\max}$ , intervalo de temperatura considerado para el cálculo de la dirección; I, D, inclinación y declinación antes de aplicar la corrección por ATRM;  $I_a$ ,  $D_a$ , inclinación y declinación corregidas por ATRM.

Nombre	$T_{\min}$ (°C)	$T_{\max}$ (°C)	I (°)	D (°)	$I_a$ (°)	$D_a$ (°)
EC1i1A	100	600	56.5	2.1	59.3	-1.6
EC1i2A	100	550	49.1	-4.4	55.9	-6.8
EC1i3E	100	600	53.9	20.9	60.6	15.9
EC1i4A	100	600	44.3	13.5	51.7	11.8
EC1i4B	200	600	46	12.6	51.4	10.4
EC1i5C	100	600	67.2	41.5	67.8	23.6
EC1i6B	200	600	58.3	22.8	61.6	21.7
EC1i7B	200	600	55.9	26.4	60.5	24.5
EC1i.8E0	150	600	48.5	15.7	50.7	9.1
EC1i9B	100	550	46.1	8	54	4.8
EC1i10B	100	600	44.2	13.6	47.6	11.8
EC1i11B	100	600	41	4.9	53.6	-2.1
EC1s1A	200	600	52.7	8.7	60.5	5.4
EC1s1B	200	600	55.9	13.7	61.1	8.5
EC1s2B	200	550	56.5	-10.6	62.6	-12
EC1s3A	200	600	52.2	9.4	60.9	3.6
EC1s4A	300	550	57.7	2.6	65.4	3.7
EC1s5A	200	600	60.9	18.8	66.6	6.3
EC1s5B	100	600	61.5	13.6	67.1	4.9
EC1s6A	100	600	51.8	5	57	6.3
EC1s6B	200	600	51.7	8.7	59	9.3
EC1s7B	200	600	54.1	8.2	60.6	11.6
EC2.1A	250	600	54.5	-9.1	58.6	-10.4
EC2.1B	200	600	51.9	-8.8	57	-10.4
EC2.2A	300	600	49.4	-10.7	56	-10.8
EC2.2B	200	600	51	-5.3	58.3	-3.2



Nombre	T <sub>min</sub> (°C)	T <sub>máx</sub> (°C)	I (°)	D (°)	I <sub>a</sub> (°)	D <sub>a</sub> (°)
EC2.3A	350	550	50.3	7.8	58.3	7.8
EC2.3C	200	600	57.3	-0.6	60.3	0.8
EC2.4C0	150	575	52.1	-5.8	54.8	-6.9
EC2.4C	100	600	61.8	-5	68.7	-6.5
EC2.5A	200	550	59	9.7	63.6	0.3
EC2.5D	100	600	55	8.2	61.9	10.1
EC2.L2A	100	550	57.8	10	57.7	9.4
EC2.L2B	300	550	57	8.7	54.7	8.5
EC2.L4A	250	450	49.3	1	55.2	2.1
EC2.L4B	250	450	47.7	-5.5	55.3	-3.9
EC2.L4C	250	450	52.8	-7.5	56.6	-3.3
EC2.L4D	250	450	52.7	0.2	54.9	0.6
EC2.L4E	250	450	51	-7.1	54.5	-3.6
EC2.L5A	200	450	55.9	9.7	56.3	5.9
EC2.L5B	200	450	53.8	4.1	53.7	-2.5
EC5A.3A	200	500	51.9	4.2	60.9	1.5
EC5A.3B	300	550	51.8	4.5	61.2	5.4
EC5A.3C	100	550	49	8.2	59.1	9.7
EC5A.3D	100	550	48.3	0.2	58.3	-2.3
EC5A.3F	100	550	43.8	3.8	55.5	3.3
OT1.1.EA	150	900	59.1	-0.3	59.1	-0.3
OT1.1.EB	150	800	61.4	-4.1	61.4	-4.1
OT1.1.CA	150	800	60.6	-4.9	60.6	-4.9
OT1.1.CB	100	800	57.5	-6.2	57.5	-6.2
OT1.1.DA	100	800	61.1	-3.1	61.1	-3.1
OT1.2.BA	100	800	52.9	2.8	52.9	2.8
OT1.2.CA	100	800	53.8	8.3	53.8	8.3
OT4.1.BA	200	800	61.1	-1.6	61.1	-1.6
OT4.1.BB	150	800	61.7	-8.1	61.7	-8.1
OT4.1.CA	150	800	60.8	-4	60.8	-4
OT4.1.CB	150	800	58.8	-8.7	58.8	-8.7
OT4.1.DA	150	800	59.3	-6	59.3	-6
OT4.1.DB	150	800	60.8	-7.2	60.8	-7.2
OT4.1.EA	150	800	61.9	-4.4	61.9	-4.4
OT4.1.EB	150	800	63.8	-5.4	63.8	-5.4
OT1.1.BA	250	550	60.3	-0.4	44.2	0.2
OT4.1.DC	250	550	55.3	-8	26.3	-66.5
OT1.1BG	150	450	56.4	5.4	52.6	11

Nombre	T <sub>min</sub> (°C)	T <sub>máx</sub> (°C)	I (°)	D (°)	I <sub>a</sub> (°)	D <sub>a</sub> (°)
OT1.1CI	200	530	55.8	5.7	55.7	8.9
OT1.1DF	200	550	67	6	65.8	0.2
OT1.2AC	250	550	52.6	-3.4	53.6	-6.4
OT1.2BB	100	550	61	1.3	60.2	3.1
EC3.1A	200	550	58.8	10	63.7	9.1
EC3.1B	200	550	56.4	9.3	61.6	7.4
EC3.1C	300	600	56	14.5	60.2	12.9
EC3.1D	300	600	59.5	10.1	64.4	7.7
EC3.1H	300	600	63.4	16.3	66.5	18.7
EC3.3A	300	600	62	-12.7	66.4	-19.6
EC3.3B0	300	600	62.7	-11.7	61.6	-15.7
EC3.3B	300	600	61.3	-15.8	65	-16.1
EC3.3C	300	600	62.2	-3	65.5	-8
EC4.1B	350	600	59.3	-8.7	63.6	-15.5
EC4.1C	350	550	62	-4.4	64.2	-4.9
EC4.1D	350	550	55.6	-9.1	61.1	-12.2
EC4.1J	200	600	58.9	-7.3	64.7	-7.8
EC4.2A	200	600	55.7	3.6	61.2	0.4
EC4.2B	200	600	58.1	-7.3	63.5	-8.8
EC4.2C	200	600	58.3	-6.8	61.4	-9.2
EC4.3A	100	600	57.8	7.6	64.6	8.3
COO90.1D3.6	100	575	53.4	18.8	54.2	18.2
COO90.2F2.3	200	575	51.9	19.5	53	19.7
COO90.6C2.4	100	575	54	22.3	53.7	21.7
COO90.12A3.2	100	575	55.4	17.5	55.3	18.5
COO90.13C3.4	100	500	55.1	18	56.1	19.3
COO90.14C2.1	100	575	53.9	18	55	19.1
COO90.15A4.3	150	575	54.4	22.1	54.1	19.9
COO90.17B3.3	300	575	55.1	26.3	54.7	27.6
COO62.3B2.2	100	575	45.8	7.8	43.7	10.8
COO62.5B2.3	100	575	40	0.9	42.6	5.9
COO62.8B2.2	100	575	39.9	11.2	38.2	12.3
COO62.13C2.4	100	575	40.5	24.6	42.3	21.9
COO62.14C2.4	100	575	39.4	19.1	42.3	18.4
COO62.16C2.3	100	575	38.6	20.4	42.2	18.5
COO62.17C2.2	100	575	40.8	23.9	42.5	14.1
COO62.19B2.4	100	575	42.6	10.9	42.2	10.8

Nombre	T <sub>min</sub> (°C)	T <sub>máx</sub> (°C)	I (°)	D (°)	I <sub>a</sub> (°)	D <sub>a</sub> (°)
COO88.2C4.2	100	550	34.6	18.3	33.2	22.3
COO88.5B4.4	100	500	41.6	10.3	41.4	8
COO88.10B2.3	100	575	36.4	9.9	38.3	10.3
COO88.18B3.3	100	575	42.9	13.6	44.7	12.9
COO88.20C3.4	100	575	43.1	3.5	43.2	4.9
COO88.21B3.3	100	575	41.7	7.4	44	7.5
COO94.2D5.4	100	500	44.9	4.2	44.2	5.2
COO94.3C3.4	100	575	42.5	3.8	41.7	6
COO94.4D4.5	100	500	40.7	7.2	42.1	8.7
COO94.5B3.2	100	500	41.2	3.9	39.7	6.1
COO94.15D3.2	100	575	35.9	9.6	35.8	6.5
COO94.16D3.4	150	500	37.9	10.9	39.7	9
COO94.17D2.3	100	500	37.1	4.9	36.2	4
COO94.18D3.2	100	500	42.5	8.6	38.9	8.4
TO4.1BA4	150	450	69.3	-7	67.1	-9.4
TO4.2AF2	150	550	64.6	0.1	62.1	8.4
TO4.3BB2	100	500	64.4	-6.9	62.9	-0.9
TO4.4CE3	100	500	68.2	0.9	66	-1.3
TO4.5DC3	150	500	70.7	-6.5	67.8	-0.8
TO4.6EF3	100	500	68.6	-0.3	66.3	-3.3
TO4.7EE4	100	500	69.2	-17.5	69.9	-2.1
TO4.8FC2	100	500	67.1	8.6	67.5	9
TO3.5B.21	300	600	64	-22	64.7	-31.9
TO3.2B3.3	300	500	62.8	-25.8	62.4	-22.1
TO3.3A4.1	300	550	62.3	-26	65.5	-25.8
TO3.4D3.2	300	500	68.8	-16.9	68.6	-24.1
TO3.6C2.1	150	550	66.7	-25.8	68	-29.9
TO3.7E3.3	300	550	65.3	-7.1	65.4	-12.1
TO3.1A4.1	100	530	63.7	-28	66.9	-27.9
TO3.2B3.4	100	530	62.5	-22.3	62.9	-15.1
TO3.2B4.4	100	500	61.4	-19.1	60.8	-18.1
TO3.3A3.2	100	500	64.5	-16.7	65.4	-21.2
TO3.4D2.1	150	500	61.1	-9.7	65.1	-11.4
TO3.6C1.1	100	500	66.6	-29.1	67.7	-29.5
TO3.6C2.3	100	500	56.8	-20.7	59.5	-18.1
TO3.7E2.5	50	550	67.8	-16.5	67.9	-20.9

Nombre	T <sub>min</sub> (°C)	T <sub>máx</sub> (°C)	I (°)	D (°)	I <sub>a</sub> (°)	D <sub>a</sub> (°)
TO2.2BC3	150	500	70.7	-12.2	71	-17.6
TO2.3BC2	200	500	66.3	-18.8	66.5	-24.8
TO2.5BB2	150	500	62.4	-33.1	61.2	-33.6
TO2.7CC3	150	500	65.3	-14.8	63.6	-20.7
TO2.8BB3	200	500	63.2	-21	62.2	-25.9
TO2.13EA2	100	500	62.2	-21.7	63	-21.7
TO2.14CA2	100	500	57.4	-28.7	60.8	-29
TO2.19BB2	200	500	60.4	-23.5	59.5	-24.2
TO1.1CC2	100	500	63.5	-17.3	64.9	-19.2
TO1.1CC3	100	500	61.1	-21.5	62.3	-27.3
TO1.1CE1	100	500	62	-23	64.7	-26.8
TO1.2DD3	100	500	63.8	-23.5	62.9	-22.8
TO1.2EB2	100	500	60.3	-25.1	61.6	-19.6
TO1.2ED3	100	500	64.3	-27.7	64.2	-22.8
TO5.2BB2	200	500	56.4	-29.1	59.5	-24.4
TO5.9BC3	100	500	64.3	-3.2	60.5	-4.8
TO5.10CC3	100	500	64.2	-2.3	63	-5.9
TO5.11DC3	100	500	62.2	-16.8	62.2	-15.6
TO5.12CC4	100	500	63.1	-11.3	61.7	-13.8
TO5.13CD2	100	500	64.8	-4.5	63.8	-15.9
TO5.14ED3	200	500	66.9	-26.8	64.4	-25.8
TO5.15EC4	100	500	61.7	-15.7	61.3	-21.8
TO5.16EB3	100	500	58.2	-18.2	59.2	-25.3
TO5.20EC2	100	500	59.8	-24.3	61.8	-25.3
EC6.1CD1	100	400	66.8	27	67.1	20.5
EC6.3BB1	50	550	65.5	-27.7	68.3	-27.3
EC6.3BC1	50	450	62.8	18.3	67.5	7.1
EC6.4CC1	50	550	57.5	21.7	60.3	21.3
EC6.7CB1	50	550	67.6	8.4	69.9	3.8
EC6.7CC1	150	550	61.1	10.4	64.2	6.1
EC6.9DE1	50	350	56.6	16	59.5	12.1
LQ15.CC2	300	600	50.8	2.6	43.5	1.2
LQ36.DC2	300	600	49	12.6	44.9	9
LQ36.EB3	300	600	51.8	11.6	46.8	11.2
LQ13.BB1	300	600	55.5	7.6	49.5	5.3

Nombre	T <sub>min</sub> (°C)	T <sub>máx</sub> (°C)	I (°)	D (°)	I <sub>a</sub> (°)	D <sub>a</sub> (°)
LQ13.EB2	300	600	56	8.5	48.5	6.6
LQ1.1E.2.2	300	600	49.4	1.5	48.8	1.8
LQ1.1E.2.4	300	600	49	1.7	47.7	3.1
LQ1.1E.3.2	300	600	48.9	1.6	49.6	1.4
LQ1.1E.3.3	300	600	49.2	3.9	49.1	4.6
LQ1.4F.2.2	300	600	50.9	8.6	50.8	8.3
LQ1.4F.2.3	200	500	48.8	11.6	46.1	11.1
LQ1.4F.4.2	250	500	52	8.7	52.8	8.3
LQ1.4F.4.3	300	600	51.1	5.1	51.5	5.2
LQ2.3B.2.3	100	350	49.8	6.7	43.6	6.5
LQ2.3B.2.4	100	350	50.6	13.7	44.2	11.6
LQ2.3B.2.5	150	400	49.3	14.9	44	13.7
LQ2.3B.3.4	150	400	51.7	14.1	47.4	12.3
LQ3.1C.2.2	300	600	50.3	5.2	48.6	7.4
LQ3.1C.2.3	300	600	49.6	4.3	49.3	2.2
LQ3.1C.2.4	300	600	47.5	9.8	46.8	14.5
LQ3.1C.2.5	300	600	44.5	8.3	44.9	10.7
LQ3.9D.2.3	300	600	48.7	13.3	49.1	17.2
LQ3.9D.2.5	300	600	47.9	18.6	48.3	21.3
LQ3.9D.3.4	300	600	49.2	16.9	49.6	17.6
LQ3.9D.4.3	300	600	48.1	17.7	48.6	20
LQ3.10D.1.4	300	600	46.2	13.2	51.6	10.9
LQ3.10D.2.3	300	600	48	7.3	51.4	6.6
LQ3.10D.2.4	300	600	49.2	13.1	50.7	12.9
LQ3.10D.2.5	300	600	48.5	7.3	47.3	4.8
LQ4.5E.3.3	300	600	37.5	-3.1	45	-0.1
LQ4.5E.3.4	300	600	49.7	18.6	52.5	18.1
LQ4.5E.3.7	400	600	49.7	13.2	54.6	9.5
LQ4.5E.4.2	300	600	42.8	8.7	46.4	10.4

## APÉNDICE II. Direcciones medias antes y después de la corrección por ATRM

La siguiente tabla recoge las direcciones medias de cada estructura antes y después de aplicar la corrección por la anisotropía de la TRM. Estruct., nombre de la estructura estudiada; N, número de muestras independientes incluidas en el cálculo de la dirección media; n, número de especímenes utilizados para el cálculo de la dirección media; D, declinación media; I, inclinación media;  $\alpha_{95}$ , semiángulo de confianza al 95 % de confianza; k, parámetro de precisión. El subíndice “a” indica que para el cálculo de esos valores, se ha corregido el efecto de la ATRM a nivel de espécimen.

Estruct.	N	n	D (°)	I (°)	$\alpha_{95}$ (°)	k	D <sub>sa</sub> (°)	I <sub>sa</sub> (°)	$\alpha_{95\ a}$ (°)	k <sub>a</sub>
EC1i	11	12	13.5	51.4	5.5	63	9.6	56.6	4.3	104
EC1s	7	10	7.7	55.7	3.4	203	4.9	62.2	2.7	331
EC2	8	19	-0.6	53.9	2.4	199	-0.8	57.9	2.2	243
EC5	1	5	4.2	49	3.6	453	3.5	59.1	3.1	621
OT	3	22	-2	59.3	1.7	333	-2	59.3	1.7	333
EC3+4	5	17	-0.7	59.7	2.6	195	-3.1	63.9	2.4	216
COO90	8	8	20.3	54.2	1.4	1488	20.5	54.6	1.4	1607
COO62	8	8	15	41.2	4.6	143	14.1	42.1	2.9	376
COO88	6	6	10.6	40.1	4.4	231	11.2	41	5.4	156
COO94	7	8	6.7	40.4	2.6	457	6.7	39.8	2.2	643
TO4	8	8	-3.4	67.9	2.5	489	0.1	66.3	2.4	516
TO3	7	14	-20.4	64	2.1	364	-21.7	65.2	1.9	429
TO2	8	8	-22.4	63.6	3.4	264	-25.1	63.5	2.9	355
TO1	2	6	-23	62.5	1.9	1282	-23.1	63.5	1.7	1577
TO5	10	10	-15.7	62.5	3.3	213	-17.9	62	2.5	382
EC6	5	7	11.6	63.4	6.7	82	7.5	66	5.7	113
LQ	10	33	9.3	49.3	1.5	279	9.2	48.4	1.5	298



## APÉNDICE III. Valores de intensidad por espécimen

En la siguiente tabla se detallan todos resultados de intensidad de cada espécimen antes y después de aplicar la corrección por la anisotropía de la TRM. Nombre, nombre del espécimen;  $T_{\min}-T_{\max}$ , intervalo de temperatura considerado para el cálculo de la intensidad; n, número de puntos en el intervalo de temperatura considerado; f, fracción de la NRM utilizada en el cálculo de la pendiente; g, *gap factor*; q, factor de calidad; MAD, ángulo máximo de desviación; DANG, ángulo de desviación;  $\beta$ , *scatter statistic* (Selkin y Tauxe, 2000); F, intensidad antes de la corrección por ATRM;  $F_a$ , intensidad corregida por ATRM. Se muestra en negrita el nombre y los valores medios de cada estructura, además del número de especímenes incluidos (N).

Nombre	$T_{\min}-T_{\max}$ (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	$\beta$	F ( $\mu T$ )	$F_a$ ( $\mu T$ )
<b>CASTA3<sup>I</sup></b>										
CASTA35A	100-400	7	0.62	0.82	90	1.7	1.4	0.0057	70.2	65.7
CASTA35B	100-400	7	0.64	0.82	113	1.6	0.8	0.0046	76.5	70.1
CASTA36A	100-400	7	0.41	0.82	19	1.5	0.2	0.0176	71.7	69.1
CASTA310A	100-450	8	0.48	0.84	22	2.1	3.7	0.0179	68.4	60.6
<b>Media CASTA3<sup>I</sup></b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>71.7 ± 3.5</b>	<b>66.4 ± 4.3</b>
<b>CASTA1</b>										
CASTA122A	250-560	9	0.79	0.84	39	2.3	1.6	0.017	52.4	50.9
CASTA122B	250-540	8	0.66	0.83	24	1.5	0.1	0.023	62.8	57.7
CASTA122C	250-540	8	0.64	0.83	21	1.7	0.8	0.026	55.8	51.8
CASTA122D	250-540	8	0.7	0.81	25	1	0.2	0.023	58.1	51.8
<b>Media CASTA1</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>57.3 ± 4.4</b>	<b>53.1 ± 3.1</b>
<b>PCR23</b>										
PCR232A	150-560	11	0.82	0.88	82	1.1	0.1	0.0088	63.3	57.1
PCR232B	100-520	10	0.73	0.86	80	1.1	1.2	0.0078	63.1	57.1
PCR233A	150-520	9	0.69	0.83	112	1.8	0.6	0.0051	60.3	57
PCR233B	150-520	9	0.72	0.84	39	1.1	0.6	0.0157	52	53.8
PCR23SOA	150-520	10	0.72	0.85	73	2.5	3	0.0084	86.6	64.6
PCR23SOB	100-505	9	0.64	0.83	23	2.5	2.2	0.0232	67.3	61
<b>Media PCR23</b>	<b>N</b>	<b>6</b>							<b>65.4 ± 11.6</b>	<b>58.4 ± 3.9</b>



Nombre	T <sub>min</sub> -T <sub>max</sub> (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	β	F (μT)	F <sub>a</sub> (μT)
<b>PCR21</b>										
PCR217A	100-490	9	0.59	0.67	28	2.9	2.6	0.0142	56.9	56.9
PCR2111A	200-520	8	0.67	0.81	99	1.6	1.5	0.0055	59.3	54.6
PCR21SOA	100-550	13	0.84	0.9	129	1.4	0.2	0.0059	62	58.2
PCR21SOB	150-520	10	0.71	0.86	60	2	0.2	0.01	61.8	59.2
<b>Media PCR21</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>59.1 ± 4.1</b>	<b>55.8 ± 3.7</b>
<b>QCR27</b>										
QCR274A	100-400	7	0.58	0.82	14	2.5	2.3	0.0333	58.6	56.2
QCR274B	100-450	8	0.65	0.83	39	1.8	1.5	0.0139	60.8	59.7
QCR273A	200-520	8	0.71	0.84	40	0.8	1.8	0.015	60.1	58.8
QCR2712A	150-520	9	0.76	0.83	48	1.5	0.4	0.0132	63	57.6
QCR2713A	100-400	7	0.57	0.81	48	2.4	1.4	0.0097	61.8	63.5
QCR2720A	150-560	11	0.88	0.86	42	0.7	0.6	0.0179	56.8	52.6
<b>Media QCR27</b>	<b>N</b>	<b>6</b>							<b>60.2 ± 2.2</b>	<b>58.1 ± 3.6</b>
<b>CASTB1</b>										
CASTB12D	300-560	8	0.73	0.84	102	2.1	2.3	0.006	54	56.8
CASTB12E	350-560	7	0.69	0.82	32	1.2	1.6	0.0177	59.3	60.1
CASTB12F	350-575	8	0.59	0.85	28	1.3	0.4	0.0178	71.3	63.1
CASTB12G	150-560	11	0.74	0.87	71	1.6	1.6	0.0091	55.2	61.7
CASTB1A	200-580	13	0.88	0.9	124	2.3	0.9	0.0065	67.8	60.1
CASTB1B	300-580	11	0.81	0.9	58	1.8	0.9	0.0124	61.3	54.1
<b>Media CASTB1</b>	<b>N</b>	<b>6</b>							<b>61.5 ± 6.9</b>	<b>59.3 ± 3.3</b>
<b>QCR13</b>										
QCR135A	200-450	6	0.45	0.75	14	1.6	4.1	0.0246	57.2	51.7
QCR136A	100-400	7	0.47	0.83	21	2.3	1.8	0.0189	60.8	56.7
QCR139A	100-350	6	0.53	0.79	29	2.7	3.8	0.0142	56.5	54.6
QCR1323A	100-400	7	0.45	0.83	27	3.7	3.3	0.0138	57.3	55.1
QCR131A	100-400	7	0.44	0.82	17	3.4	1.1	0.0218	54.7	53.5
<b>Media QCR13</b>	<b>N</b>	<b>5</b>							<b>57.3 ± 2.2</b>	<b>54.3 ± 1.9</b>
<b>QCR28</b>										
QCR288A	100-550	13	0.84	0.91	60	2.2	0.4	0.0127	69.4	63.5
QCR288B	100-400	7	0.55	0.81	30	2.9	3.2	0.0154	69.5	67.4

Nombre	T <sub>min</sub> -T <sub>max</sub> (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	β	F (μT)	F <sub>a</sub> (μT)
QCR284A	150-490	8	0.51	0.81	29	2.4	2.4	0.0143	50.3	64.6
QCR286A	100-400	7	0.45	0.81	19	3.2	2.6	0.0192	76.4	68
<b>Media QCR28</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>66.4 ± 11.2</b>	<b>65.9 ± 2.2</b>
<b>PCR30</b>										
PCR308A	100-550	13	0.83	0.91	67	1.8	0.7	0.0113	66.2	61.1
PCR308B	100-400	7	0.5	0.83	22	2.3	2.4	0.0186	66.1	61.7
PCR301A	100-450	8	0.55	0.84	25	2.7	2.7	0.0186	49.5	58.9
PCR307A	100-450	8	0.44	0.84	11	3.6	5.5	0.0348	46.2	62
PCR3010A	100-450	8	0.53	0.82	37	1.6	2.4	0.0118	59	53.2
PCR3010B	100-450	8	0.6	0.82	20	3.6	2.9	0.0246	52.7	58.7
<b>Media PCR30</b>	<b>N</b>	<b>6</b>							<b>56.6 ± 8.5</b>	<b>59.3 ± 3.3</b>
<b>ECL</b>										
ECL.3A	250-475	6	0.46	0.77	14	2.5	3.3	0.026	59.7	53.1
ECL.3B	250-475	6	0.53	0.78	10	1.8	2	0.039	64	53.9
ECL.3D	250-475	6	0.54	0.79	17	1.2	2.3	0.025	64.3	54.2
ECL.3E	250-475	6	0.56	0.79	22	1.5	2.4	0.02	63.4	54.5
ECL.3F	250-475	6	0.57	0.79	17	1.2	2.5	0.027	66.5	55.7
<b>Media ECL</b>	<b>N</b>	<b>5</b>							<b>63.6 ± 2.5</b>	<b>54.3 ± 0.9</b>
<b>EC1i</b>										
EC1i2A	100-600	12	0.95	0.89	26	3.3	2.2	0.033	42.5	41.3
EC1i3E	100-525	10	0.77	0.88	29	2.4	0.4	0.023	56	53.5
EC1i4B	200-450	6	0.46	0.77	18	2.4	1.4	0.02	55.9	52.1
EC1i12C	350-525	6	0.49	0.79	32	2.2	3.5	0.012	53.6	52.9
<b>Media EC1i</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>52.0 ± 6.5</b>	<b>49.9 ± 5.8</b>
<b>EC1s</b>										
EC1s2B	200-550	10	0.55	0.87	17	3.2	1.3	0.027	58.2	53.1
EC1s4A	100-550	11	0.75	0.89	20	3.3	2.3	0.034	60.5	54.1
EC1s5B	200-550	10	0.54	0.88	14	2.7	1.8	0.034	62	59.3
EC1s6A	200-600	11	0.94	0.74	26	2.5	0.8	0.027	62	57.3
<b>Media EC1s</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>60.7 ± 1.8</b>	<b>56.0 ± 2.9</b>

Nombre	T <sub>min</sub> -T <sub>max</sub> (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	β	F (μT)	F <sub>a</sub> (μT)
<b>EC2</b>										
EC2.1A	200-550	10	0.49	0.86	10	2.8	1.3	0.043	59.5	59.1
EC2.2A	300-600	9	0.85	0.74	27	1.6	1.6	0.023	44.3	41.9
EC2.4C	100-550	11	0.65	0.88	15	3.2	1.6	0.038	67.1	62.8
EC2.5A	250-550	9	0.6	0.86	11	3.4	1.3	0.048	49.1	47.1
<b>Media EC2</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>55.0 ± 10.3</b>	<b>52.7 ± 9.9</b>
<b>EC5</b>										
EC5A.3A	100-550	6	0.61	0.78	15	3	4.1	0.032	70.9	61.7
EC5A.3C	100-550	7	0.9	0.82	12	2.5	4.1	0.063	64.4	56
EC5A.3D	100-550	7	0.93	0.8	12	2.3	5.1	0.062	63.9	54.5
EC5A.3F	100-550	7	0.93	0.82	13	2.8	5.2	0.059	72.2	59.4
<b>Media EC5</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>67.8 ± 4.3</b>	<b>57.9 ± 3.3</b>
<b>OT</b>										
OT1.1BG	50-470	10	0.85	0.86	58	3	3.5	0.0125	66.2	72
OT1.1DF	50-470	9	0.74	0.7	23	5.3	2.3	0.0221	67.5	69.8
OT1.2AC	50-500	11	0.88	0.88	74	5.5	3	0.0104	69	66.9
OT1.2BB	50-530	12	0.95	0.86	63	2.8	0.9	0.0131	66.1	65.8
OT1.1CI	50-450	9	0.69	0.86	20	5.6	1.8	0.0293	53.7	56
OT4.0.1B2	150-550	11	0.94	0.86	43	2.8	1	0.0185	60.6	72.4
OT4.0.2A2	100-550	12	0.87	0.81	33	3.9	2.1	0.0216	50.7	49.9
OT4.0.3A2	100-550	12	0.87	0.89	31	3.7	0.9	0.0247	57.2	66.9
OT4.0.3B2	100-530	11	0.64	0.82	21	5.3	2.5	0.0249	62.9	59.3
OT4.0.3B3	150-530	10	0.77	0.75	25	2.5	2.2	0.0231	58.5	60.7
<b>Media OT</b>	<b>N</b>	<b>10</b>							<b>61.2 ± 6.2</b>	<b>64.0 ± 7.3</b>
<b>EC3-4</b>										
EC3.1A	300-600	9	0.85	0.8	25	1.6	1.9	0.027	69.8	64.7
EC3.1B	300-600	9	0.89	0.74	32	1.7	0.5	0.02	66	60.5
EC4.1B	400-600	7	0.75	0.76	23	1.5	0.4	0.025	58	55.3
EC4.1C	350-550	7	0.51	0.8	12	3.1	2.6	0.034	66.8	65.4
<b>Media EC3- EC4</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>65.2 ± 5.0</b>	<b>61.5 ± 4.6</b>
<b>COO90</b>										
COO90.12A3.2	150-500	8	0.9	0.84	36	2.6	1.6	0.0207	55.2	55.6

Nombre	T <sub>min</sub> -T <sub>max</sub> (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	β	F (μT)	F <sub>a</sub> (μT)
COO90.13C3.4	150-400	6	0.64	0.8	41	1.7	0.2	0.0123	42.7	41.6
COO90.15A4.3	150-500	8	0.85	0.85	39	4.6	2.6	0.0181	53.5	53.5
COO90.17B3.3	150-550	9	0.96	0.81	59	2.3	0.9	0.0132	54.3	55.2
<b>Media COO90</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>51.4 ± 5.9</b>	<b>51.5 ± 6.6</b>
<b>COO62</b>										
COO62.3B2.2	200-575	10	0.87	0.81	58	4.3	0.3	0.012	53.2	56.9
COO62.5B2.3	150-525	10	0.8	0.85	77	4.3	1.2	0.009	45.3	47.4
COO62.8B2.2	200-525	8	0.75	0.82	48	3.5	1	0.013	53	57
COO62.13C2.4	150-525	10	0.83	0.84	37	3.1	1.5	0.019	54.2	53.2
COO62.14C2.4	150-525	9	0.88	0.83	42	3.9	1.2	0.017	55.7	53.1
COO62.16C2.3	100-575	11	0.86	0.86	43	3.5	1.4	0.017	49.2	47.5
COO62.17C2.2	100-575	11	0.9	0.85	74	3.8	1.2	0.01	50.2	52.1
COO62.19B2.4	100-550	11	0.82	0.86	36	2.6	0.9	0.019	60.4	59.9
<b>Media COO62</b>	<b>N</b>	<b>8</b>							<b>52.7 ± 4.5</b>	<b>53.4 ± 4.5</b>
<b>COO88</b>										
COO88.2C4.2	200-550	9	0.94	0.85	27	2.9	1.7	0.03	52.6	51.7
COO88.5B4.4	150-510	9	0.84	0.82	60	3.3	1.8	0.012	48.2	48.2
COO88.10B2.3	250-575	9	0.92	0.81	29	2.8	0.7	0.026	54	51.5
COO88.18B3.3	300-550	7	0.82	0.81	28	4.6	2.5	0.023	49.1	46.5
COO88.20C3.4	300-550	7	0.85	0.78	23	2.8	2.9	0.029	43.5	45.7
COO88.21B3.3	400-550	5	0.92	0.68	40	3	0.9	0.015	53.3	51.3
<b>Media COO88</b>	<b>N</b>	<b>6</b>							<b>50.1 ± 4.0</b>	<b>49.2 ± 2.7</b>
<b>COO94</b>										
COO94.2D5.4	100-525	10	0.97	0.78	58	3.2	0.7	0.0126	52	53.8
COO94.3C3.4	100-550	11	0.94	0.81	90	3.1	0.9	0.0087	49.3	49.3
COO94.5B3.2	100-500	9	0.89	0.86	38	3.6	2.4	0.0199	47.5	48.2
COO94.16D3.4	250-525	7	0.72	0.78	56	3	1	0.01	56.7	51.4
COO94.17D2.3	250-535	7	0.84	0.75	29	2.3	2.4	0.0212	47.8	49.3
COO94.18D3.2	200-525	8	0.89	0.75	32	2.6	1.6	0.0206	48.5	50.2
<b>Media COO90</b>	<b>N</b>	<b>6</b>							<b>50.3 ± 3.5</b>	<b>50.4 ± 2.0</b>
<b>TO4</b>										
TO4.4CE3	100-500	9	0.86	0.84	33	2.7	0.2	0.0218	53.2	55.3

Nombre	T <sub>min</sub> -T <sub>max</sub> (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	β	F (μT)	F <sub>a</sub> (μT)
TO4.5DC3	150-500	8	0.81	0.83	57	2.6	1.5	0.0118	50.6	52.8
TO4.6EF3	100-500	9	0.92	0.84	68	2.7	1.5	0.0113	53.4	54.8
TO4.7EE4	100-500	9	0.88	0.84	67	2.1	1.7	0.0111	51.3	51
TO4.8FC2	100-500	9	0.93	0.84	72	3.2	0.6	0.0109	55.3	53.8
<b>Media TO4</b>	<b>N</b>	<b>5</b>							<b>52.8 ± 1.9</b>	<b>53.5 ± 1.7</b>
<b>TO3</b>										
TO3.1A4.1	100-530	11	0.79	0.89	33	4	2.5	0.0216	50.7	48.4
TO3.2B3.4	100-530	11	0.75	0.89	45	5.8	2.4	0.0146	56.1	56.3
TO3.2B4.4	100-500	10	0.76	0.88	46	5.6	2.5	0.0143	53.8	53.7
TO3.3A3.2	100-500	10	0.67	0.87	33	2.7	2.1	0.0176	63.2	62.5
TO3.3A3.3	100-500	10	0.62	0.87	21	5.1	4	0.0254	55.8	55
TO3.4D1.2	100-500	10	0.7	0.87	26	3.7	5.5	0.0238	60	60.7
TO3.4D2.1	150-500	9	0.78	0.86	38	3.4	1.5	0.0177	47.8	45.1
TO3.6C1.1	100-500	10	0.67	0.87	24	4	4.4	0.0242	49.1	48.7
TO3.6C2.3	100-500	10	0.71	0.88	27	3.6	0.1	0.0232	53.8	51.8
TO3.7E2.5	50-550	13	0.95	0.89	107	3.8	1.4	0.0079	45.1	45.2
TO3.7E3.5	100-530	11	0.9	0.83	43	4.6	2.2	0.0193	52.2	52.5
<b>Media TO3</b>	<b>N</b>	<b>11</b>							<b>53.4 ± 5.3</b>	<b>52.7 ± 5.7</b>
<b>TO2</b>										
TO2.3BC2	100-500	8	0.77	0.79	45	3	1.5	0.0137	51.6	50.8
TO2.8BB3	100-500	8	0.68	0.81	18	5.2	1.4	0.0299	53.2	52.8
TO2.13EA2	100-500	8	0.81	0.76	20	2.9	1.8	0.0302	55.9	54.3
TO2.14CA2	100-500	8	0.81	0.82	23	3.6	3.2	0.028	56.2	49.4
<b>Media TO2</b>	<b>N</b>	<b>4</b>							<b>54.2 ± 2.2</b>	<b>51.8 ± 2.2</b>
<b>TO1</b>										
TO1.1CC2	100-500	9	0.69	0.8	19	4.1	0.7	0.0288	49.5	48.7
TO1.1CE1	150-500	8	0.83	0.8	41	4.2	1.5	0.0162	51.1	49.3
TO1.2DD3	100-500	9	0.86	0.81	31	3.6	2	0.0225	45.9	46.3
TO1.2EB2	150-500	8	0.87	0.83	29	3.6	1.5	0.0251	48.9	47.4
TO1.2ED3	100-500	9	0.87	0.82	34	4.4	2.4	0.0208	47.9	47.3
<b>Media TO1</b>	<b>N</b>	<b>5</b>							<b>48.7 ± 1.9</b>	<b>47.8 ± 1.2</b>
<b>TO5</b>										

Nombre	T <sub>min</sub> -T <sub>max</sub> (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	β	F (μT)	F <sub>a</sub> (μT)
TO5.2BB2	200-500	7	0.8	0.81	66	3	0.6	0.0099	54.7	51.6
TO5.9BC3	100-500	9	0.74	0.8	42	5.4	0.9	0.0141	45.9	49.3
TO5.10CC3	100-500	10	0.81	0.86	43	2.7	1	0.0161	46.9	47.4
TO5.11DC3	100-500	10	0.67	0.81	22	3.9	1.1	0.025	51.3	51.8
TO5.12CC4	100-500	10	0.69	0.78	27	5.4	0.5	0.0204	49.1	49.9
TO5.13CD2	100-500	10	0.77	0.84	31	2.7	1.9	0.0204	49.3	50.5
TO5.14ED3	200-500	8	0.73	0.78	14	3.4	1.1	0.0392	42.1	42.9
TO5.15EC4	100-500	9	0.83	0.87	52	4.4	1.9	0.0139	43	43.4
TO5.16EB3	100-500	9	0.81	0.86	40	4.6	3.6	0.0174	48	47
TO5.20EC2	100-500	9	0.76	0.83	33	3	0.7	0.0195	52.2	50.9
<b>Media TO5</b>	<b>N</b>	<b>10</b>							<b>48.3 ± 4.0</b>	<b>48.5 ± 3.2</b>
<b>LQ</b>										
LQ1.1DB2	150-500	8	0.83	0.81	28	4.5	2.5	0.0243	51.2	50.2
LQ1.1DB3	50-520	11	0.85	0.86	26	5.5	2.2	0.0277	50	50
LQ1.1DC2	150-520	9	0.85	0.82	22	2.3	0.8	0.0312	50.2	49.6
LQ1.4DA1	200-550	10	0.74	0.88	24	4	0.4	0.0272	55.7	53.1
LQ1.4DA2	50-550	13	0.91	0.88	55	2.8	1.7	0.0146	48.1	46.2
LQ3.1EB1	250-550	9	0.86	0.83	31	4.1	0.2	0.0232	48.2	51
LQ3.1EC1	50-520	12	0.79	0.86	35	4.5	1.3	0.0193	51.8	50.4
LQ3.6CB2	50-520	12	0.71	0.9	21	6	1.6	0.0306	44.2	43.1
LQ3.9DB3	200-520	9	0.74	0.85	36	3.5	2.2	0.0175	50.7	50.5
LQ3.9DB4	200-550	10	0.81	0.88	46	3.1	1.6	0.0155	46.3	44.2
LQ3.9DB5	250-550	9	0.81	0.85	26	5.7	4.1	0.0259	48.1	51
<b>Media LQ</b>	<b>N</b>	<b>11</b>							<b>49.5 ± 3.0</b>	<b>49.0 ± 3.1</b>



## APÉNDICE IV. Valores de intensidad descartados por espécimen

A continuación se muestran los resultados de intensidad de cada espécimen de las estructuras descartadas antes y después de aplicar la corrección por la anisotropía de la TRM. Nombre, nombre del espécimen;  $T_{\min}-T_{\max}$ , intervalo de temperatura considerado para el cálculo de la intensidad; n, número de puntos en el intervalo de temperatura considerado; f, fracción de la NRM utilizada en el cálculo de la pendiente; g, *gap factor*; q, factor de calidad; MAD, ángulo máximo de desviación; DANG, ángulo de desviación;  $\beta$ , *scatter statistic* (Selkin y Tauxe, 2000); F, intensidad antes de la corrección por ATRM;  $F_a$ , intensidad corregida por ATRM. Se muestra en negrita el nombre y los valores medios de la estructura, además del número de especímenes incluidos (N).

Nombre	$T_{\min}-T_{\max}$ (°C)	n	f	g	q	MAD (°)	DANG (°)	$\beta$	F ( $\mu T$ )	$F_a$ ( $\mu T$ )
<b>CASTA3<sup>h</sup></b>										
CASTA32A	400-560	6	0.58	0.76	27	2	0.9	0.0163	35.2	44.8
CASTA36A	350-520	5	0.57	0.71	14	0.7	0.8	0.0287	50.9	49.5
CASTA3SOA	350-520	5	0.56	0.7	26	1.1	1.2	0.0147	48.9	48.4
<b>Media CASTA3<sup>h</sup></b>	<b>N</b>	<b>3</b>							<b>45.0 ± 8.5</b>	<b>47.6 ± 2.5</b>





## APÉNDICE V. Valores de la nueva PSVC para Iberia

La siguiente tabla recoge los valores de la nueva curva de variación paleosecular de Iberia (Molina-Cardín et al., 2018). Para cada tiempo (t) se indica el valor de la declinación, D (°), inclinación, I (°), e intensidad, F (μT), junto a sus incertidumbres asociadas.

t	D	error_D	I	error_I	F	error_F
-1.00E+03	1.48E+01	2.62E+00	6.01E+01	1.05E+00	6.09E+01	2.30E+00
-9.90E+02	1.54E+01	2.63E+00	5.99E+01	1.05E+00	6.05E+01	2.17E+00
-9.80E+02	1.59E+01	2.62E+00	5.97E+01	1.05E+00	6.01E+01	2.06E+00
-9.70E+02	1.64E+01	2.61E+00	5.94E+01	1.05E+00	5.97E+01	1.98E+00
-9.60E+02	1.69E+01	2.58E+00	5.92E+01	1.04E+00	5.93E+01	1.92E+00
-9.50E+02	1.74E+01	2.55E+00	5.90E+01	1.03E+00	5.89E+01	1.89E+00
-9.40E+02	1.79E+01	2.50E+00	5.88E+01	1.02E+00	5.86E+01	1.88E+00
-9.30E+02	1.84E+01	2.43E+00	5.86E+01	1.01E+00	5.83E+01	1.89E+00
-9.20E+02	1.89E+01	2.36E+00	5.84E+01	9.93E-01	5.80E+01	1.92E+00
-9.10E+02	1.94E+01	2.28E+00	5.82E+01	9.72E-01	5.79E+01	1.96E+00
-9.00E+02	2.00E+01	2.19E+00	5.81E+01	9.48E-01	5.78E+01	2.01E+00
-8.90E+02	2.06E+01	2.10E+00	5.81E+01	9.22E-01	5.79E+01	2.07E+00
-8.80E+02	2.11E+01	2.01E+00	5.80E+01	8.94E-01	5.81E+01	2.13E+00
-8.70E+02	2.17E+01	1.92E+00	5.80E+01	8.65E-01	5.84E+01	2.20E+00
-8.60E+02	2.23E+01	1.82E+00	5.81E+01	8.34E-01	5.89E+01	2.28E+00
-8.50E+02	2.29E+01	1.72E+00	5.82E+01	8.01E-01	5.94E+01	2.36E+00
-8.40E+02	2.34E+01	1.61E+00	5.83E+01	7.67E-01	6.01E+01	2.45E+00
-8.30E+02	2.39E+01	1.51E+00	5.85E+01	7.30E-01	6.08E+01	2.55E+00
-8.20E+02	2.43E+01	1.40E+00	5.87E+01	6.92E-01	6.17E+01	2.66E+00
-8.10E+02	2.47E+01	1.30E+00	5.89E+01	6.54E-01	6.27E+01	2.79E+00
-8.00E+02	2.50E+01	1.21E+00	5.92E+01	6.18E-01	6.37E+01	2.93E+00
-7.90E+02	2.52E+01	1.16E+00	5.95E+01	5.90E-01	6.48E+01	3.09E+00
-7.80E+02	2.53E+01	1.16E+00	5.98E+01	5.78E-01	6.59E+01	3.26E+00
-7.70E+02	2.53E+01	1.23E+00	6.01E+01	5.85E-01	6.71E+01	3.43E+00
-7.60E+02	2.53E+01	1.36E+00	6.05E+01	6.10E-01	6.84E+01	3.59E+00
-7.50E+02	2.51E+01	1.50E+00	6.09E+01	6.45E-01	6.96E+01	3.75E+00
-7.40E+02	2.47E+01	1.64E+00	6.13E+01	6.80E-01	7.09E+01	3.89E+00
-7.30E+02	2.43E+01	1.75E+00	6.17E+01	7.11E-01	7.22E+01	4.01E+00
-7.20E+02	2.38E+01	1.85E+00	6.21E+01	7.35E-01	7.35E+01	4.12E+00
-7.10E+02	2.31E+01	1.91E+00	6.25E+01	7.49E-01	7.48E+01	4.21E+00
-7.00E+02	2.24E+01	1.94E+00	6.28E+01	7.55E-01	7.60E+01	4.29E+00
-6.90E+02	2.15E+01	1.94E+00	6.32E+01	7.51E-01	7.72E+01	4.35E+00
-6.80E+02	2.05E+01	1.92E+00	6.36E+01	7.40E-01	7.84E+01	4.40E+00
-6.70E+02	1.95E+01	1.88E+00	6.39E+01	7.25E-01	7.95E+01	4.45E+00
-6.60E+02	1.83E+01	1.83E+00	6.42E+01	7.06E-01	8.05E+01	4.50E+00

-6.50E+02	1.71E+01	1.77E+00	6.45E+01	6.85E-01	8.14E+01	4.54E+00
-6.40E+02	1.59E+01	1.71E+00	6.47E+01	6.63E-01	8.22E+01	4.58E+00
-6.30E+02	1.46E+01	1.65E+00	6.49E+01	6.41E-01	8.30E+01	4.63E+00
-6.20E+02	1.34E+01	1.59E+00	6.51E+01	6.20E-01	8.36E+01	4.67E+00
-6.10E+02	1.22E+01	1.53E+00	6.52E+01	6.00E-01	8.41E+01	4.70E+00
-6.00E+02	1.12E+01	1.47E+00	6.53E+01	5.82E-01	8.45E+01	4.74E+00
-5.90E+02	1.02E+01	1.41E+00	6.54E+01	5.66E-01	8.48E+01	4.76E+00
-5.80E+02	9.45E+00	1.35E+00	6.55E+01	5.51E-01	8.49E+01	4.77E+00
-5.70E+02	8.78E+00	1.29E+00	6.55E+01	5.37E-01	8.50E+01	4.77E+00
-5.60E+02	8.23E+00	1.24E+00	6.55E+01	5.23E-01	8.48E+01	4.75E+00
-5.50E+02	7.80E+00	1.19E+00	6.56E+01	5.10E-01	8.46E+01	4.70E+00
-5.40E+02	7.47E+00	1.15E+00	6.56E+01	4.97E-01	8.42E+01	4.64E+00
-5.30E+02	7.20E+00	1.11E+00	6.56E+01	4.84E-01	8.36E+01	4.56E+00
-5.20E+02	6.96E+00	1.08E+00	6.55E+01	4.72E-01	8.29E+01	4.46E+00
-5.10E+02	6.70E+00	1.05E+00	6.55E+01	4.64E-01	8.21E+01	4.35E+00
-5.00E+02	6.39E+00	1.02E+00	6.54E+01	4.61E-01	8.11E+01	4.24E+00
-4.90E+02	5.99E+00	1.01E+00	6.53E+01	4.66E-01	8.00E+01	4.13E+00
-4.80E+02	5.51E+00	1.03E+00	6.51E+01	4.83E-01	7.87E+01	4.04E+00
-4.70E+02	4.95E+00	1.08E+00	6.50E+01	5.13E-01	7.74E+01	3.96E+00
-4.60E+02	4.34E+00	1.18E+00	6.48E+01	5.58E-01	7.60E+01	3.91E+00
-4.50E+02	3.69E+00	1.32E+00	6.46E+01	6.15E-01	7.46E+01	3.89E+00
-4.40E+02	3.03E+00	1.52E+00	6.43E+01	6.81E-01	7.32E+01	3.88E+00
-4.30E+02	2.35E+00	1.74E+00	6.41E+01	7.55E-01	7.19E+01	3.89E+00
-4.20E+02	1.69E+00	1.99E+00	6.38E+01	8.31E-01	7.05E+01	3.92E+00
-4.10E+02	1.05E+00	2.23E+00	6.36E+01	9.06E-01	6.93E+01	3.95E+00
-4.00E+02	4.45E-01	2.45E+00	6.33E+01	9.75E-01	6.81E+01	3.97E+00
-3.90E+02	-1.01E-01	2.64E+00	6.31E+01	1.03E+00	6.69E+01	3.97E+00
-3.80E+02	-5.87E-01	2.79E+00	6.28E+01	1.08E+00	6.59E+01	3.94E+00
-3.70E+02	-1.01E+00	2.88E+00	6.26E+01	1.11E+00	6.49E+01	3.88E+00
-3.60E+02	-1.36E+00	2.90E+00	6.24E+01	1.11E+00	6.40E+01	3.79E+00
-3.50E+02	-1.63E+00	2.85E+00	6.22E+01	1.10E+00	6.32E+01	3.65E+00
-3.40E+02	-1.83E+00	2.70E+00	6.20E+01	1.05E+00	6.24E+01	3.46E+00
-3.30E+02	-1.96E+00	2.49E+00	6.18E+01	9.88E-01	6.18E+01	3.24E+00
-3.20E+02	-2.02E+00	2.22E+00	6.16E+01	9.04E-01	6.12E+01	2.99E+00
-3.10E+02	-2.03E+00	1.91E+00	6.15E+01	8.09E-01	6.06E+01	2.73E+00
-3.00E+02	-1.98E+00	1.61E+00	6.14E+01	7.13E-01	6.01E+01	2.46E+00
-2.90E+02	-1.89E+00	1.34E+00	6.12E+01	6.27E-01	5.97E+01	2.21E+00
-2.80E+02	-1.76E+00	1.19E+00	6.11E+01	5.70E-01	5.93E+01	1.99E+00
-2.70E+02	-1.63E+00	1.20E+00	6.10E+01	5.60E-01	5.89E+01	1.83E+00
-2.60E+02	-1.50E+00	1.36E+00	6.08E+01	5.97E-01	5.85E+01	1.75E+00
-2.50E+02	-1.38E+00	1.58E+00	6.07E+01	6.62E-01	5.82E+01	1.73E+00
-2.40E+02	-1.30E+00	1.80E+00	6.05E+01	7.35E-01	5.78E+01	1.76E+00
-2.30E+02	-1.24E+00	1.98E+00	6.04E+01	8.03E-01	5.75E+01	1.81E+00
-2.20E+02	-1.19E+00	2.12E+00	6.02E+01	8.58E-01	5.72E+01	1.88E+00
-2.10E+02	-1.12E+00	2.20E+00	6.01E+01	8.95E-01	5.69E+01	1.95E+00

-2.00E+02	-1.02E+00	2.21E+00	6.00E+01	9.07E-01	5.67E+01	2.00E+00
-1.90E+02	-8.75E-01	2.16E+00	5.99E+01	8.93E-01	5.66E+01	2.03E+00
-1.80E+02	-7.11E-01	2.05E+00	5.99E+01	8.55E-01	5.66E+01	2.06E+00
-1.70E+02	-5.46E-01	1.91E+00	5.99E+01	8.00E-01	5.66E+01	2.08E+00
-1.60E+02	-4.06E-01	1.73E+00	5.99E+01	7.34E-01	5.67E+01	2.10E+00
-1.50E+02	-3.13E-01	1.55E+00	6.00E+01	6.59E-01	5.69E+01	2.12E+00
-1.40E+02	-2.87E-01	1.34E+00	6.02E+01	5.79E-01	5.71E+01	2.15E+00
-1.30E+02	-3.33E-01	1.14E+00	6.03E+01	5.02E-01	5.75E+01	2.18E+00
-1.20E+02	-4.53E-01	9.63E-01	6.05E+01	4.34E-01	5.78E+01	2.20E+00
-1.10E+02	-6.46E-01	8.33E-01	6.06E+01	3.85E-01	5.81E+01	2.22E+00
-1.00E+02	-9.13E-01	7.59E-01	6.07E+01	3.56E-01	5.85E+01	2.22E+00
-9.00E+01	-1.25E+00	7.34E-01	6.08E+01	3.46E-01	5.88E+01	2.18E+00
-8.00E+01	-1.61E+00	7.48E-01	6.09E+01	3.50E-01	5.90E+01	2.12E+00
-7.00E+01	-1.95E+00	7.88E-01	6.09E+01	3.65E-01	5.93E+01	2.04E+00
-6.00E+01	-2.23E+00	8.36E-01	6.08E+01	3.84E-01	5.95E+01	1.94E+00
-5.00E+01	-2.40E+00	8.74E-01	6.07E+01	4.00E-01	5.97E+01	1.84E+00
-4.00E+01	-2.43E+00	8.85E-01	6.06E+01	4.06E-01	5.99E+01	1.72E+00
-3.00E+01	-2.34E+00	8.75E-01	6.05E+01	4.04E-01	6.01E+01	1.61E+00
-2.00E+01	-2.18E+00	8.53E-01	6.03E+01	3.97E-01	6.03E+01	1.51E+00
-1.00E+01	-1.98E+00	8.24E-01	6.01E+01	3.86E-01	6.05E+01	1.42E+00
0.00E+00	-1.78E+00	7.89E-01	5.98E+01	3.72E-01	6.07E+01	1.37E+00
1.00E+01	-1.60E+00	7.48E-01	5.94E+01	3.55E-01	6.09E+01	1.34E+00
2.00E+01	-1.47E+00	7.10E-01	5.90E+01	3.41E-01	6.10E+01	1.33E+00
3.00E+01	-1.37E+00	6.85E-01	5.86E+01	3.31E-01	6.13E+01	1.33E+00
4.00E+01	-1.32E+00	6.71E-01	5.81E+01	3.26E-01	6.15E+01	1.35E+00
5.00E+01	-1.32E+00	6.60E-01	5.77E+01	3.23E-01	6.17E+01	1.38E+00
6.00E+01	-1.38E+00	6.42E-01	5.72E+01	3.19E-01	6.19E+01	1.39E+00
7.00E+01	-1.46E+00	6.22E-01	5.68E+01	3.14E-01	6.21E+01	1.41E+00
8.00E+01	-1.55E+00	6.07E-01	5.63E+01	3.12E-01	6.23E+01	1.42E+00
9.00E+01	-1.62E+00	6.00E-01	5.59E+01	3.13E-01	6.25E+01	1.44E+00
1.00E+02	-1.66E+00	5.97E-01	5.56E+01	3.16E-01	6.26E+01	1.46E+00
1.10E+02	-1.65E+00	5.92E-01	5.52E+01	3.17E-01	6.27E+01	1.47E+00
1.20E+02	-1.62E+00	5.86E-01	5.49E+01	3.19E-01	6.28E+01	1.49E+00
1.30E+02	-1.60E+00	5.82E-01	5.46E+01	3.21E-01	6.28E+01	1.50E+00
1.40E+02	-1.60E+00	5.80E-01	5.43E+01	3.24E-01	6.27E+01	1.52E+00
1.50E+02	-1.67E+00	5.77E-01	5.41E+01	3.26E-01	6.26E+01	1.53E+00
1.60E+02	-1.81E+00	5.75E-01	5.39E+01	3.27E-01	6.25E+01	1.54E+00
1.70E+02	-2.03E+00	5.81E-01	5.36E+01	3.32E-01	6.23E+01	1.56E+00
1.80E+02	-2.28E+00	6.03E-01	5.35E+01	3.45E-01	6.20E+01	1.59E+00
1.90E+02	-2.57E+00	6.43E-01	5.33E+01	3.68E-01	6.18E+01	1.64E+00
2.00E+02	-2.86E+00	6.94E-01	5.32E+01	3.98E-01	6.16E+01	1.70E+00
2.10E+02	-3.14E+00	7.48E-01	5.31E+01	4.33E-01	6.13E+01	1.77E+00
2.20E+02	-3.39E+00	8.03E-01	5.31E+01	4.71E-01	6.12E+01	1.84E+00
2.30E+02	-3.60E+00	8.55E-01	5.31E+01	5.09E-01	6.10E+01	1.92E+00
2.40E+02	-3.75E+00	9.00E-01	5.32E+01	5.42E-01	6.09E+01	1.99E+00

2.50E+02	-3.84E+00	9.36E-01	5.33E+01	5.67E-01	6.09E+01	2.04E+00
2.60E+02	-3.85E+00	9.60E-01	5.34E+01	5.80E-01	6.09E+01	2.05E+00
2.70E+02	-3.79E+00	9.77E-01	5.36E+01	5.84E-01	6.09E+01	2.04E+00
2.80E+02	-3.68E+00	9.89E-01	5.37E+01	5.85E-01	6.10E+01	2.00E+00
2.90E+02	-3.55E+00	1.00E+00	5.39E+01	5.85E-01	6.11E+01	1.95E+00
3.00E+02	-3.40E+00	1.01E+00	5.41E+01	5.85E-01	6.12E+01	1.89E+00
3.10E+02	-3.25E+00	1.01E+00	5.43E+01	5.85E-01	6.14E+01	1.83E+00
3.20E+02	-3.12E+00	1.02E+00	5.45E+01	5.88E-01	6.14E+01	1.77E+00
3.30E+02	-2.99E+00	1.02E+00	5.47E+01	5.93E-01	6.15E+01	1.72E+00
3.40E+02	-2.87E+00	1.02E+00	5.49E+01	5.99E-01	6.15E+01	1.69E+00
3.50E+02	-2.77E+00	1.02E+00	5.51E+01	6.01E-01	6.15E+01	1.67E+00
3.60E+02	-2.68E+00	1.01E+00	5.53E+01	5.96E-01	6.15E+01	1.67E+00
3.70E+02	-2.61E+00	9.97E-01	5.55E+01	5.83E-01	6.14E+01	1.66E+00
3.80E+02	-2.54E+00	9.77E-01	5.57E+01	5.64E-01	6.12E+01	1.66E+00
3.90E+02	-2.46E+00	9.53E-01	5.59E+01	5.43E-01	6.10E+01	1.66E+00
4.00E+02	-2.38E+00	9.25E-01	5.60E+01	5.21E-01	6.06E+01	1.66E+00
4.10E+02	-2.28E+00	8.98E-01	5.62E+01	5.02E-01	6.03E+01	1.67E+00
4.20E+02	-2.16E+00	8.78E-01	5.63E+01	4.89E-01	5.98E+01	1.69E+00
4.30E+02	-2.00E+00	8.73E-01	5.65E+01	4.85E-01	5.93E+01	1.71E+00
4.40E+02	-1.79E+00	8.85E-01	5.66E+01	4.89E-01	5.88E+01	1.74E+00
4.50E+02	-1.52E+00	9.12E-01	5.68E+01	4.98E-01	5.82E+01	1.78E+00
4.60E+02	-1.18E+00	9.48E-01	5.70E+01	5.09E-01	5.77E+01	1.81E+00
4.70E+02	-7.67E-01	9.88E-01	5.72E+01	5.20E-01	5.72E+01	1.85E+00
4.80E+02	-3.09E-01	1.02E+00	5.74E+01	5.26E-01	5.68E+01	1.90E+00
4.90E+02	1.84E-01	1.04E+00	5.77E+01	5.26E-01	5.64E+01	1.94E+00
5.00E+02	6.93E-01	1.04E+00	5.80E+01	5.15E-01	5.62E+01	1.97E+00
5.10E+02	1.20E+00	1.01E+00	5.83E+01	4.93E-01	5.62E+01	2.00E+00
5.20E+02	1.72E+00	9.71E-01	5.87E+01	4.69E-01	5.63E+01	2.04E+00
5.30E+02	2.23E+00	9.28E-01	5.92E+01	4.53E-01	5.65E+01	2.09E+00
5.40E+02	2.76E+00	9.06E-01	5.96E+01	4.51E-01	5.69E+01	2.16E+00
5.50E+02	3.29E+00	9.26E-01	6.00E+01	4.69E-01	5.73E+01	2.24E+00
5.60E+02	3.83E+00	1.00E+00	6.04E+01	5.05E-01	5.78E+01	2.32E+00
5.70E+02	4.40E+00	1.15E+00	6.07E+01	5.60E-01	5.84E+01	2.40E+00
5.80E+02	4.99E+00	1.35E+00	6.10E+01	6.30E-01	5.90E+01	2.48E+00
5.90E+02	5.63E+00	1.59E+00	6.13E+01	7.11E-01	5.96E+01	2.55E+00
6.00E+02	6.31E+00	1.86E+00	6.14E+01	7.96E-01	6.02E+01	2.60E+00
6.10E+02	7.05E+00	2.13E+00	6.16E+01	8.81E-01	6.08E+01	2.64E+00
6.20E+02	7.83E+00	2.41E+00	6.16E+01	9.65E-01	6.14E+01	2.66E+00
6.30E+02	8.65E+00	2.66E+00	6.16E+01	1.04E+00	6.19E+01	2.67E+00
6.40E+02	9.51E+00	2.90E+00	6.16E+01	1.12E+00	6.24E+01	2.67E+00
6.50E+02	1.04E+01	3.10E+00	6.15E+01	1.18E+00	6.29E+01	2.67E+00
6.60E+02	1.13E+01	3.26E+00	6.13E+01	1.24E+00	6.34E+01	2.66E+00
6.70E+02	1.22E+01	3.37E+00	6.12E+01	1.28E+00	6.39E+01	2.66E+00
6.80E+02	1.31E+01	3.44E+00	6.10E+01	1.32E+00	6.44E+01	2.66E+00
6.90E+02	1.39E+01	3.47E+00	6.07E+01	1.34E+00	6.49E+01	2.66E+00

7.00E+02	1.47E+01	3.45E+00	6.05E+01	1.35E+00	6.54E+01	2.67E+00
7.10E+02	1.55E+01	3.38E+00	6.03E+01	1.35E+00	6.59E+01	2.69E+00
7.20E+02	1.62E+01	3.29E+00	6.01E+01	1.34E+00	6.65E+01	2.70E+00
7.30E+02	1.69E+01	3.16E+00	5.98E+01	1.32E+00	6.70E+01	2.72E+00
7.40E+02	1.74E+01	3.01E+00	5.96E+01	1.29E+00	6.76E+01	2.74E+00
7.50E+02	1.79E+01	2.85E+00	5.94E+01	1.26E+00	6.81E+01	2.75E+00
7.60E+02	1.83E+01	2.68E+00	5.93E+01	1.21E+00	6.86E+01	2.76E+00
7.70E+02	1.87E+01	2.50E+00	5.91E+01	1.16E+00	6.91E+01	2.76E+00
7.80E+02	1.89E+01	2.34E+00	5.90E+01	1.11E+00	6.96E+01	2.76E+00
7.90E+02	1.91E+01	2.19E+00	5.88E+01	1.06E+00	7.00E+01	2.76E+00
8.00E+02	1.92E+01	2.05E+00	5.87E+01	1.01E+00	7.02E+01	2.76E+00
8.10E+02	1.92E+01	1.94E+00	5.86E+01	9.73E-01	7.04E+01	2.76E+00
8.20E+02	1.91E+01	1.84E+00	5.84E+01	9.40E-01	7.04E+01	2.76E+00
8.30E+02	1.91E+01	1.77E+00	5.83E+01	9.20E-01	7.03E+01	2.77E+00
8.40E+02	1.90E+01	1.72E+00	5.81E+01	9.10E-01	7.00E+01	2.78E+00
8.50E+02	1.88E+01	1.68E+00	5.79E+01	9.09E-01	6.97E+01	2.78E+00
8.60E+02	1.87E+01	1.64E+00	5.77E+01	9.11E-01	6.92E+01	2.77E+00
8.70E+02	1.86E+01	1.61E+00	5.75E+01	9.13E-01	6.86E+01	2.74E+00
8.80E+02	1.85E+01	1.58E+00	5.73E+01	9.14E-01	6.79E+01	2.69E+00
8.90E+02	1.84E+01	1.54E+00	5.70E+01	9.12E-01	6.71E+01	2.62E+00
9.00E+02	1.83E+01	1.50E+00	5.68E+01	9.03E-01	6.62E+01	2.53E+00
9.10E+02	1.82E+01	1.45E+00	5.65E+01	8.87E-01	6.54E+01	2.41E+00
9.20E+02	1.81E+01	1.40E+00	5.62E+01	8.66E-01	6.44E+01	2.28E+00
9.30E+02	1.79E+01	1.35E+00	5.59E+01	8.46E-01	6.35E+01	2.15E+00
9.40E+02	1.78E+01	1.31E+00	5.55E+01	8.28E-01	6.26E+01	2.03E+00
9.50E+02	1.77E+01	1.28E+00	5.52E+01	8.15E-01	6.17E+01	1.93E+00
9.60E+02	1.76E+01	1.25E+00	5.48E+01	8.06E-01	6.08E+01	1.85E+00
9.70E+02	1.74E+01	1.23E+00	5.45E+01	7.99E-01	6.00E+01	1.82E+00
9.80E+02	1.73E+01	1.21E+00	5.41E+01	7.93E-01	5.92E+01	1.83E+00
9.90E+02	1.71E+01	1.20E+00	5.37E+01	7.85E-01	5.85E+01	1.87E+00
1.00E+03	1.69E+01	1.17E+00	5.32E+01	7.71E-01	5.78E+01	1.95E+00
1.01E+03	1.67E+01	1.14E+00	5.28E+01	7.47E-01	5.72E+01	2.05E+00
1.02E+03	1.65E+01	1.09E+00	5.23E+01	7.18E-01	5.67E+01	2.16E+00
1.03E+03	1.62E+01	1.04E+00	5.19E+01	6.89E-01	5.63E+01	2.27E+00
1.04E+03	1.60E+01	9.86E-01	5.14E+01	6.67E-01	5.59E+01	2.38E+00
1.05E+03	1.57E+01	9.38E-01	5.09E+01	6.55E-01	5.56E+01	2.47E+00
1.06E+03	1.55E+01	8.96E-01	5.04E+01	6.52E-01	5.54E+01	2.53E+00
1.07E+03	1.52E+01	8.62E-01	5.00E+01	6.57E-01	5.53E+01	2.56E+00
1.08E+03	1.50E+01	8.34E-01	4.95E+01	6.66E-01	5.52E+01	2.55E+00
1.09E+03	1.48E+01	8.07E-01	4.90E+01	6.69E-01	5.51E+01	2.50E+00
1.10E+03	1.45E+01	7.76E-01	4.85E+01	6.55E-01	5.51E+01	2.41E+00
1.11E+03	1.44E+01	7.35E-01	4.80E+01	6.15E-01	5.51E+01	2.28E+00
1.12E+03	1.42E+01	6.88E-01	4.75E+01	5.57E-01	5.50E+01	2.11E+00
1.13E+03	1.40E+01	6.42E-01	4.70E+01	4.97E-01	5.50E+01	1.94E+00
1.14E+03	1.38E+01	6.04E-01	4.66E+01	4.53E-01	5.49E+01	1.77E+00

1.15E+03	1.35E+01	5.79E-01	4.61E+01	4.42E-01	5.48E+01	1.62E+00
1.16E+03	1.32E+01	5.71E-01	4.57E+01	4.65E-01	5.47E+01	1.50E+00
1.17E+03	1.29E+01	5.82E-01	4.52E+01	5.17E-01	5.45E+01	1.42E+00
1.18E+03	1.24E+01	6.10E-01	4.49E+01	5.84E-01	5.43E+01	1.38E+00
1.19E+03	1.20E+01	6.47E-01	4.46E+01	6.49E-01	5.41E+01	1.37E+00
1.20E+03	1.15E+01	6.85E-01	4.44E+01	6.96E-01	5.40E+01	1.38E+00
1.21E+03	1.09E+01	7.15E-01	4.43E+01	7.14E-01	5.39E+01	1.38E+00
1.22E+03	1.04E+01	7.37E-01	4.43E+01	7.08E-01	5.39E+01	1.38E+00
1.23E+03	9.78E+00	7.51E-01	4.44E+01	6.88E-01	5.39E+01	1.37E+00
1.24E+03	9.19E+00	7.59E-01	4.45E+01	6.61E-01	5.39E+01	1.37E+00
1.25E+03	8.59E+00	7.60E-01	4.47E+01	6.32E-01	5.39E+01	1.37E+00
1.26E+03	8.01E+00	7.52E-01	4.49E+01	6.03E-01	5.39E+01	1.38E+00
1.27E+03	7.45E+00	7.37E-01	4.50E+01	5.77E-01	5.39E+01	1.38E+00
1.28E+03	6.93E+00	7.17E-01	4.52E+01	5.58E-01	5.39E+01	1.39E+00
1.29E+03	6.45E+00	6.95E-01	4.53E+01	5.43E-01	5.38E+01	1.38E+00
1.30E+03	6.03E+00	6.68E-01	4.53E+01	5.29E-01	5.36E+01	1.36E+00
1.31E+03	5.68E+00	6.37E-01	4.53E+01	5.10E-01	5.34E+01	1.32E+00
1.32E+03	5.39E+00	6.06E-01	4.52E+01	4.88E-01	5.31E+01	1.28E+00
1.33E+03	5.18E+00	5.80E-01	4.51E+01	4.66E-01	5.28E+01	1.22E+00
1.34E+03	5.03E+00	5.63E-01	4.50E+01	4.49E-01	5.24E+01	1.18E+00
1.35E+03	4.94E+00	5.58E-01	4.49E+01	4.37E-01	5.21E+01	1.15E+00
1.36E+03	4.92E+00	5.65E-01	4.50E+01	4.32E-01	5.19E+01	1.13E+00
1.37E+03	4.94E+00	5.87E-01	4.52E+01	4.38E-01	5.16E+01	1.13E+00
1.38E+03	5.01E+00	6.20E-01	4.54E+01	4.57E-01	5.15E+01	1.15E+00
1.39E+03	5.12E+00	6.60E-01	4.58E+01	4.87E-01	5.14E+01	1.18E+00
1.40E+03	5.25E+00	7.00E-01	4.64E+01	5.20E-01	5.14E+01	1.22E+00
1.41E+03	5.40E+00	7.33E-01	4.71E+01	5.51E-01	5.14E+01	1.27E+00
1.42E+03	5.57E+00	7.55E-01	4.79E+01	5.79E-01	5.15E+01	1.34E+00
1.43E+03	5.74E+00	7.68E-01	4.88E+01	6.03E-01	5.17E+01	1.41E+00
1.44E+03	5.93E+00	7.70E-01	4.97E+01	6.18E-01	5.18E+01	1.50E+00
1.45E+03	6.12E+00	7.59E-01	5.07E+01	6.22E-01	5.20E+01	1.58E+00
1.46E+03	6.32E+00	7.35E-01	5.16E+01	6.11E-01	5.22E+01	1.67E+00
1.47E+03	6.52E+00	6.99E-01	5.26E+01	5.88E-01	5.24E+01	1.75E+00
1.48E+03	6.71E+00	6.58E-01	5.35E+01	5.57E-01	5.25E+01	1.82E+00
1.49E+03	6.89E+00	6.14E-01	5.43E+01	5.22E-01	5.25E+01	1.88E+00
1.50E+03	7.05E+00	5.71E-01	5.51E+01	4.82E-01	5.25E+01	1.92E+00
1.51E+03	7.19E+00	5.29E-01	5.58E+01	4.42E-01	5.24E+01	1.93E+00
1.52E+03	7.31E+00	4.91E-01	5.65E+01	4.08E-01	5.22E+01	1.93E+00
1.53E+03	7.40E+00	4.59E-01	5.71E+01	3.84E-01	5.19E+01	1.92E+00
1.54E+03	7.47E+00	4.32E-01	5.76E+01	3.69E-01	5.16E+01	1.90E+00
1.55E+03	7.52E+00	4.09E-01	5.81E+01	3.61E-01	5.12E+01	1.86E+00
1.56E+03	7.55E+00	3.85E-01	5.86E+01	3.55E-01	5.08E+01	1.81E+00
1.57E+03	7.53E+00	3.59E-01	5.91E+01	3.54E-01	5.04E+01	1.75E+00
1.58E+03	7.46E+00	3.36E-01	5.96E+01	3.60E-01	4.99E+01	1.67E+00
1.59E+03	7.32E+00	3.18E-01	6.01E+01	3.71E-01	4.95E+01	1.60E+00

1.60E+03	7.07E+00	3.03E-01	6.07E+01	3.83E-01	4.92E+01	1.51E+00
1.61E+03	6.70E+00	2.87E-01	6.13E+01	3.96E-01	4.89E+01	1.42E+00
1.62E+03	6.19E+00	2.69E-01	6.19E+01	4.13E-01	4.86E+01	1.32E+00
1.63E+03	5.54E+00	2.52E-01	6.25E+01	4.36E-01	4.84E+01	1.24E+00
1.64E+03	4.71E+00	2.34E-01	6.31E+01	4.63E-01	4.82E+01	1.20E+00
1.65E+03	3.70E+00	2.17E-01	6.36E+01	4.91E-01	4.79E+01	1.19E+00
1.66E+03	2.50E+00	1.97E-01	6.41E+01	5.17E-01	4.76E+01	1.21E+00
1.67E+03	1.10E+00	1.72E-01	6.45E+01	5.39E-01	4.73E+01	1.25E+00
1.68E+03	-4.73E-01	1.46E-01	6.49E+01	5.58E-01	4.69E+01	1.31E+00
1.69E+03	-2.21E+00	1.23E-01	6.51E+01	5.72E-01	4.64E+01	1.35E+00
1.70E+03	-4.10E+00	1.03E-01	6.53E+01	5.78E-01	4.60E+01	1.37E+00
1.71E+03	-6.10E+00	8.59E-02	6.54E+01	5.73E-01	4.55E+01	1.36E+00
1.72E+03	-8.17E+00	7.00E-02	6.55E+01	5.59E-01	4.50E+01	1.30E+00
1.73E+03	-1.03E+01	5.91E-02	6.54E+01	5.35E-01	4.46E+01	1.22E+00
1.74E+03	-1.24E+01	5.57E-02	6.53E+01	5.04E-01	4.43E+01	1.11E+00
1.75E+03	-1.44E+01	5.60E-02	6.51E+01	4.64E-01	4.41E+01	9.78E-01
1.76E+03	-1.62E+01	5.43E-02	6.48E+01	4.16E-01	4.40E+01	8.24E-01
1.77E+03	-1.79E+01	5.21E-02	6.46E+01	3.63E-01	4.40E+01	6.59E-01
1.78E+03	-1.93E+01	5.21E-02	6.42E+01	3.08E-01	4.41E+01	4.97E-01
1.79E+03	-2.03E+01	5.36E-02	6.39E+01	2.57E-01	4.43E+01	3.54E-01
1.80E+03	-2.11E+01	5.21E-02	6.35E+01	2.12E-01	4.45E+01	2.46E-01
1.81E+03	-2.15E+01	4.35E-02	6.31E+01	1.74E-01	4.47E+01	1.80E-01
1.82E+03	-2.15E+01	3.06E-02	6.28E+01	1.38E-01	4.49E+01	1.43E-01
1.83E+03	-2.14E+01	2.09E-02	6.23E+01	1.06E-01	4.50E+01	1.22E-01
1.84E+03	-2.10E+01	2.25E-02	6.19E+01	7.75E-02	4.51E+01	1.06E-01
1.85E+03	-2.04E+01	2.86E-02	6.15E+01	5.59E-02	4.51E+01	9.22E-02
1.86E+03	-1.97E+01	3.20E-02	6.10E+01	4.26E-02	4.50E+01	7.97E-02
1.87E+03	-1.88E+01	3.50E-02	6.05E+01	3.71E-02	4.48E+01	7.09E-02
1.88E+03	-1.79E+01	4.03E-02	5.99E+01	3.77E-02	4.46E+01	6.79E-02
1.89E+03	-1.69E+01	4.64E-02	5.94E+01	4.10E-02	4.43E+01	6.86E-02
1.90E+03	-1.58E+01	5.03E-02	5.89E+01	4.33E-02	4.41E+01	6.84E-02

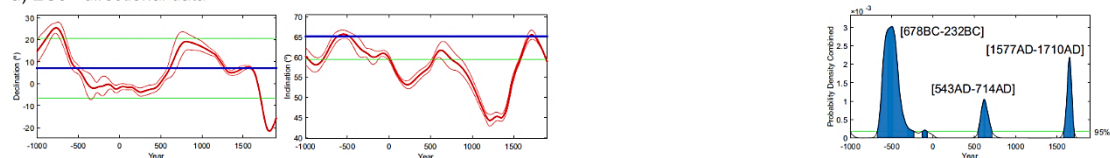




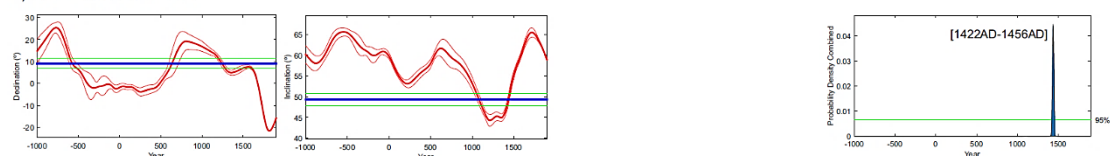
## APÉNDICE VI. Gráficos de las dataciones arqueomagnéticas

A continuación, se muestran los resultados de la datación arqueomagnética de varias estructuras. En los casos en los que se disponía de información direccional y de intensidad, se ha realizado la datación de dos formas: utilizando sólo la dirección y utilizando los tres elementos (D, I, F). Las dos primeras columnas muestran la declinación y la inclinación obtenida para la estructura (línea azul) junto con su banda de error (líneas verdes) y comparadas con la PSVC de Iberia (curva roja). La tercera columna muestra la misma comparación para la intensidad sólo en los casos en los que ésta se ha utilizado para la datación. La última columna muestra la función de densidad de probabilidad final para la edad de la estructura y el intervalo (o intervalos) que abarca el 95 % de la probabilidad, es decir, el intervalo en el que se encuentra la edad de la estructura con un nivel de confianza del 95 %.

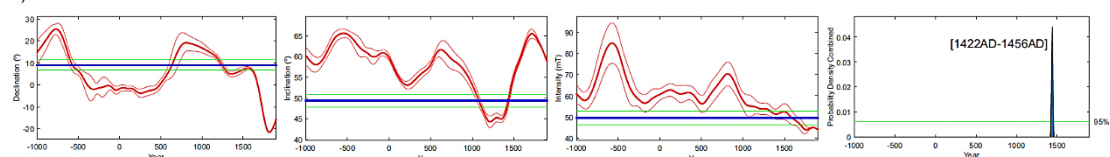
a) EC6 - directional data



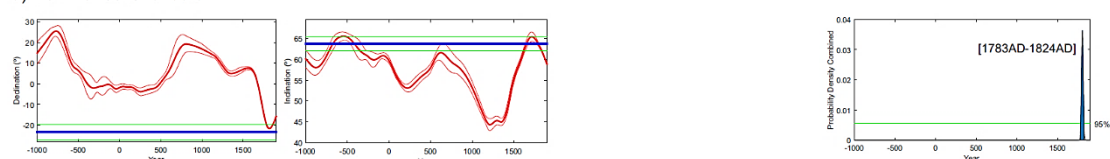
b) LQ - directional data



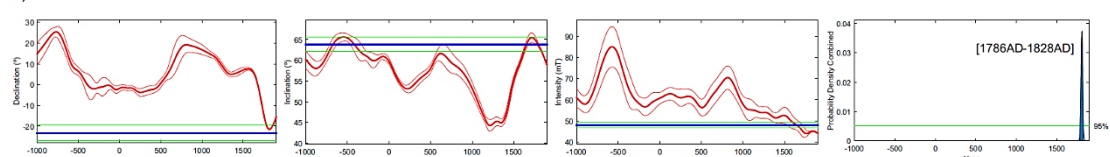
c) LQ - full vector data



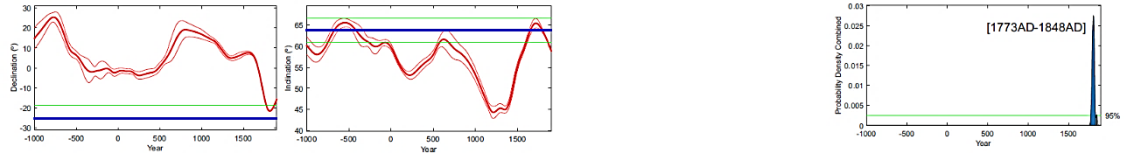
d) TO1 - directional data



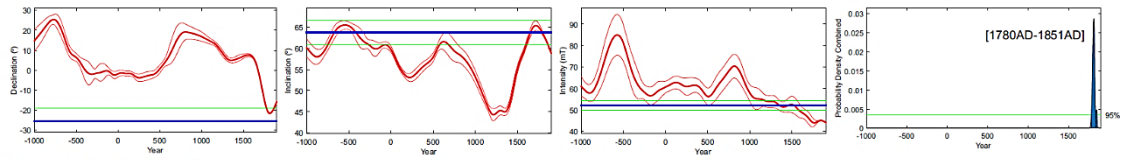
e) TO1 - full vector data



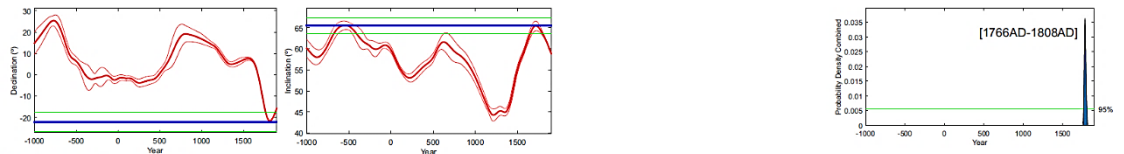
f) TO2 - directional data



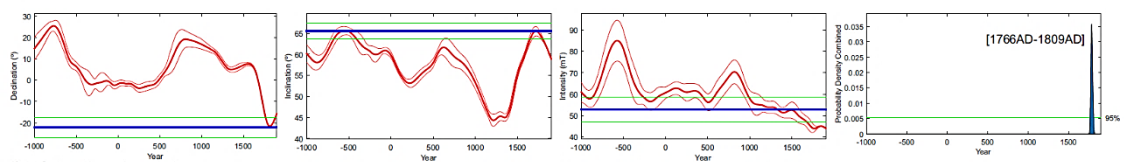
g) TO2 - full vector data



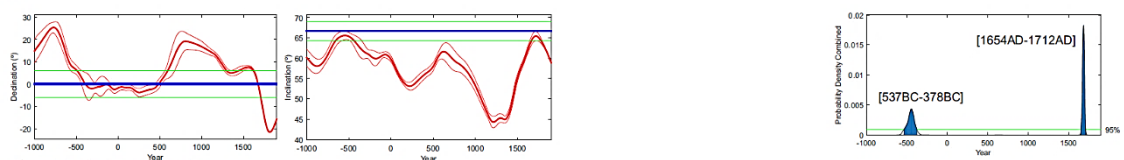
h) TO3 - directional data



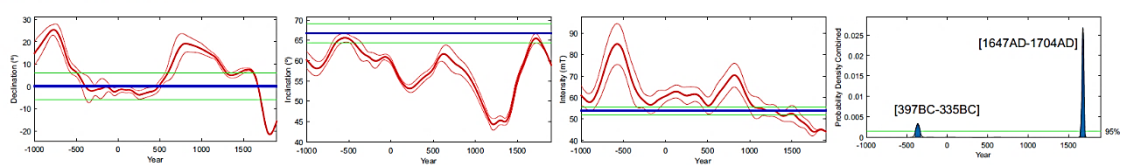
i) TO3 - full vector data



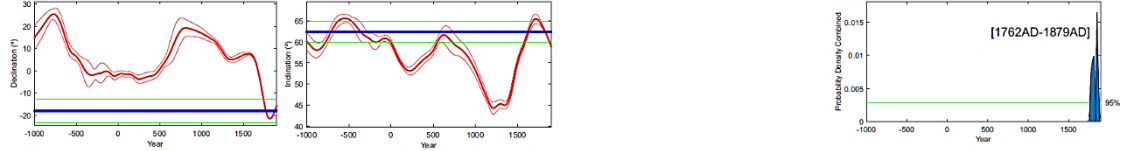
j) TO4 - directional data



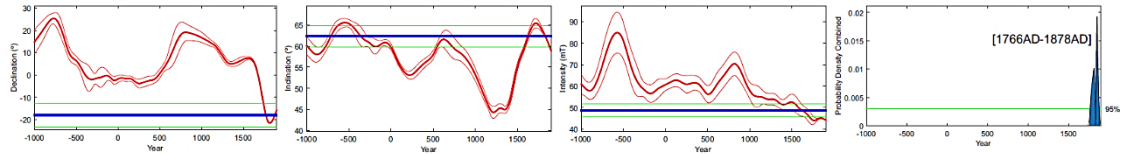
k) TO4 - full vector data



l) TO5 - directional data



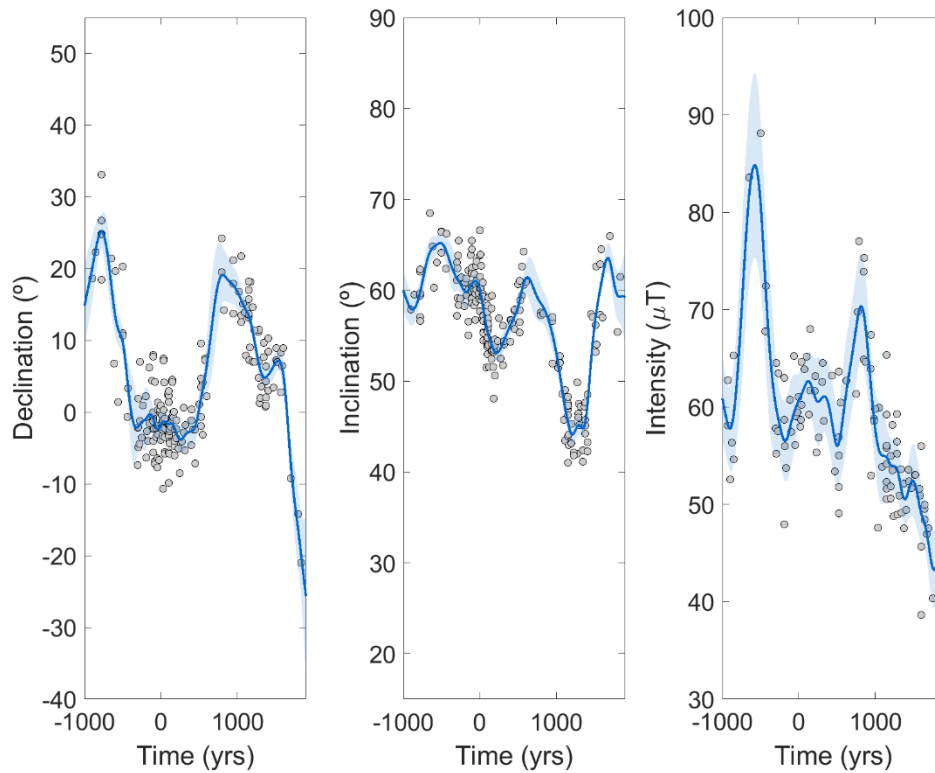
m) TO5 - full vector data



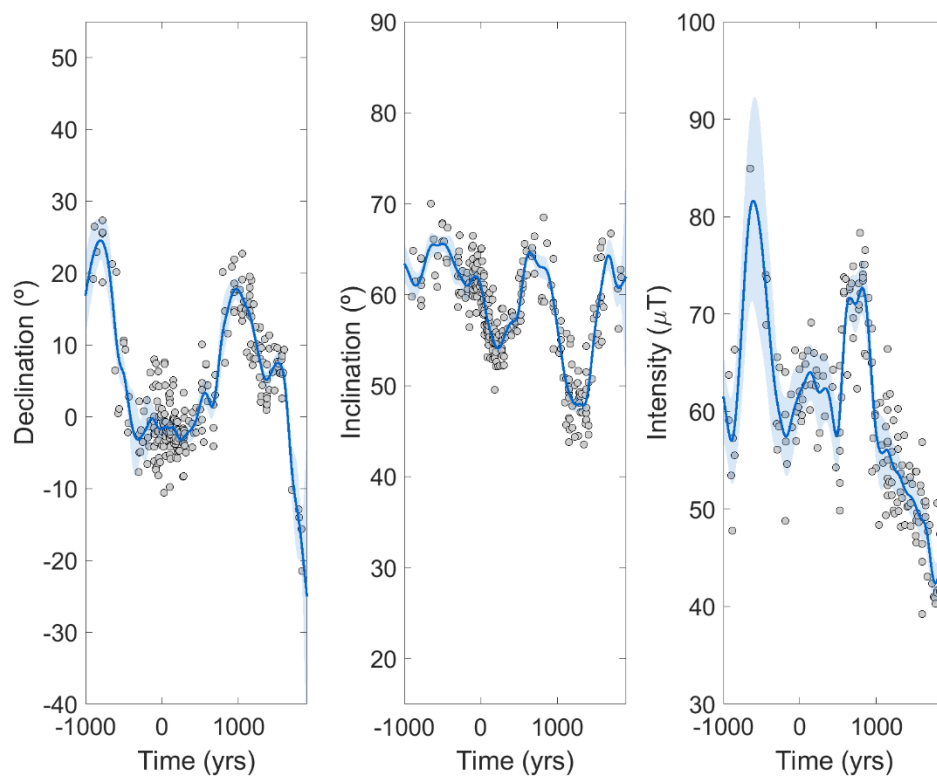
## APÉNDICE VII. PSVCs en distintos puntos de Europa y Oriente Próximo

A continuación se recogen las curvas de variación paleosecular centradas en los puntos indicados en la figura 3.15 (ver sección 3.9). Para la construcción de cada curva, sólo se han considerado los datos de calidad dentro de un radio de 900 km desde el centro. Cada figura muestra la localización del centro de la curva, los datos utilizados relocalizados a esas coordenadas y la curva final obtenida junto con su banda de error al 95 % de confianza.

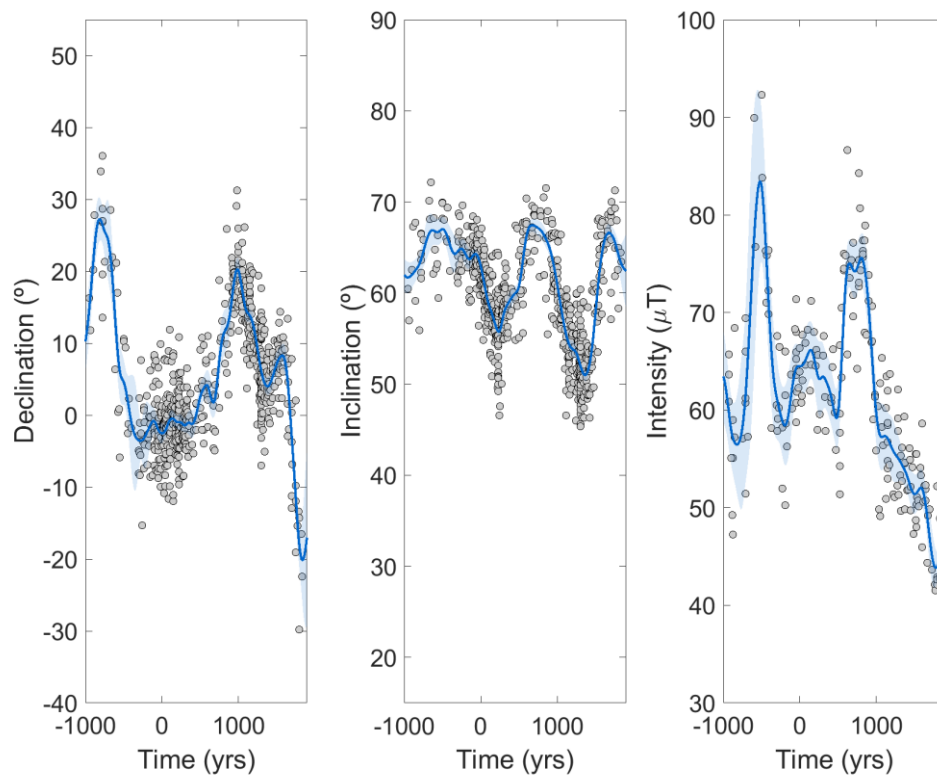
**lat: 40.3352°, lon: -4.0549°**



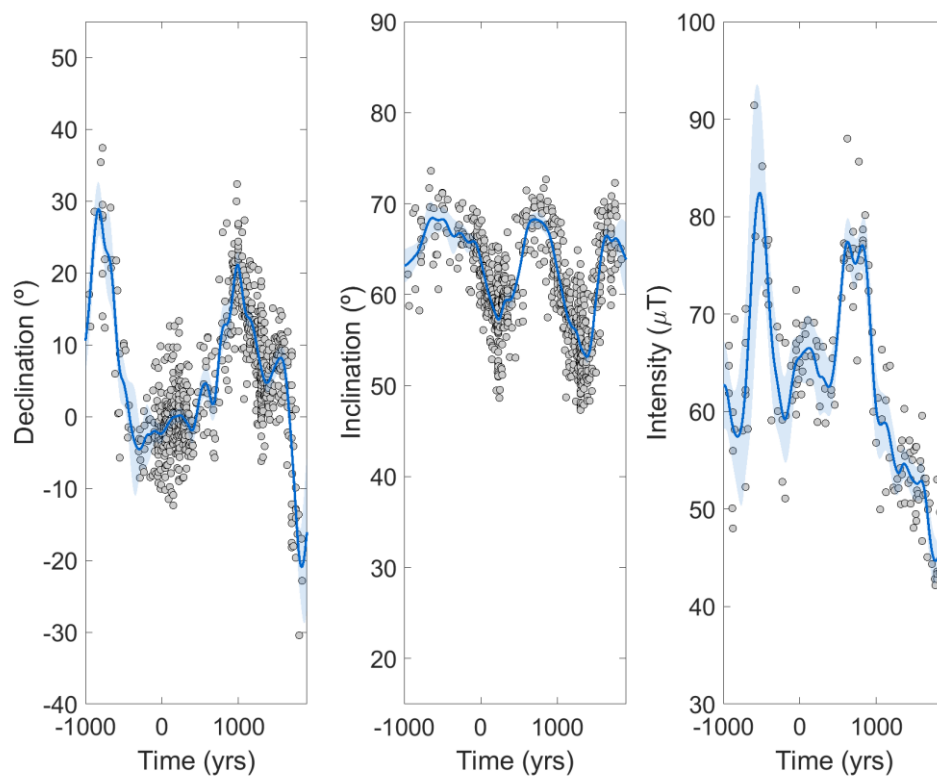
**lat: 41.7717°, lon: -0.89466°**



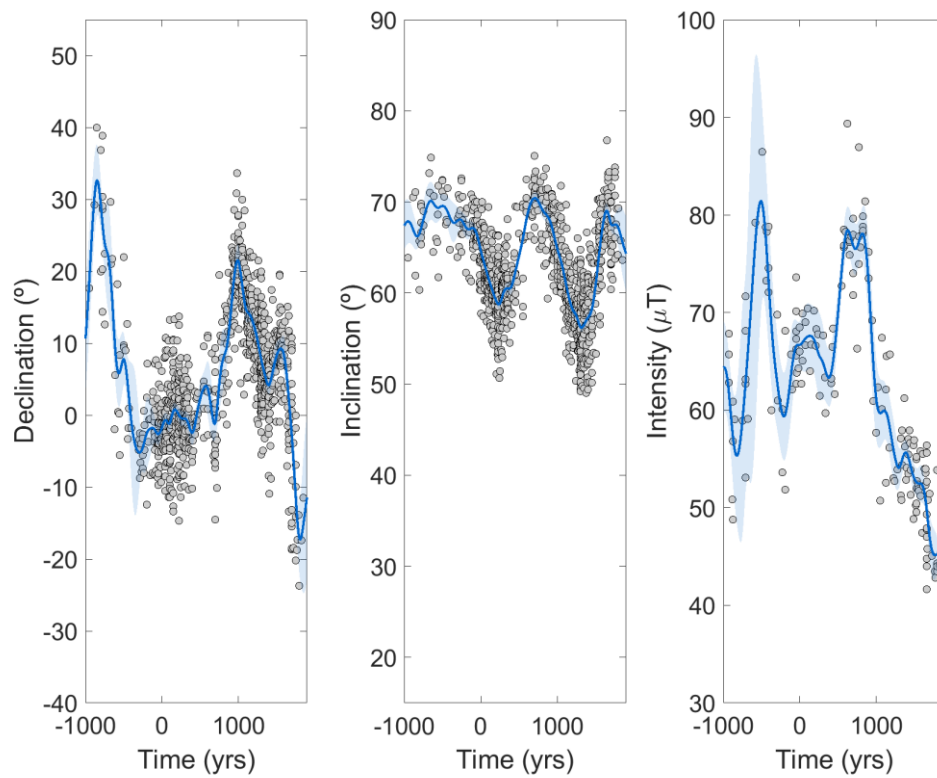
**lat: 44.5489°, lon: 1.691°**



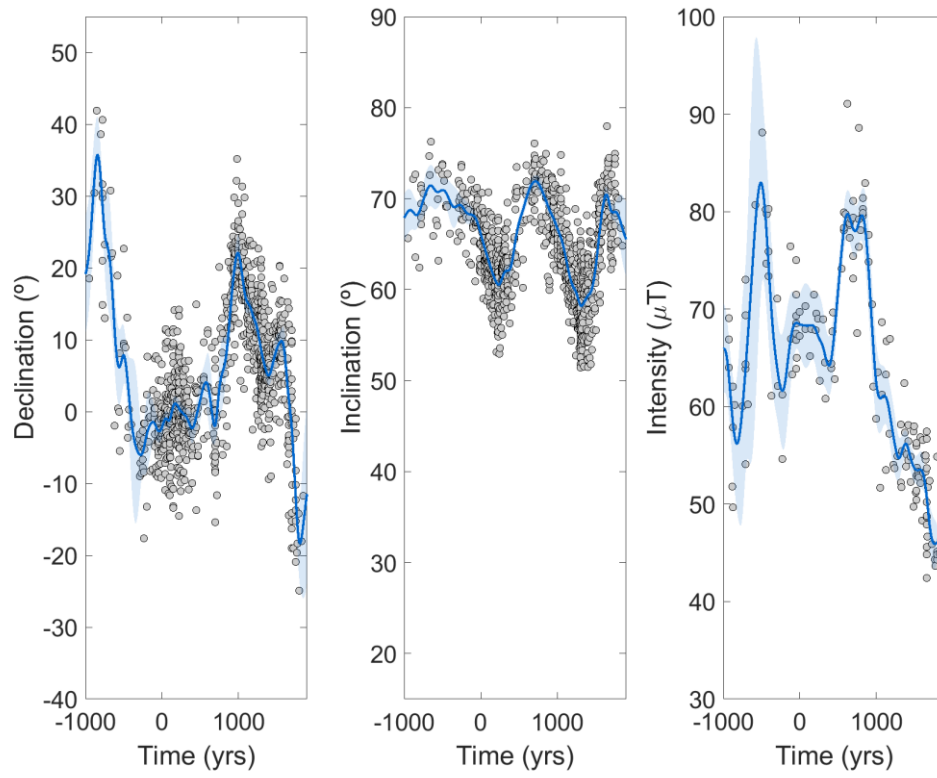
**lat: 46.0811°, lon: 4.7555°**



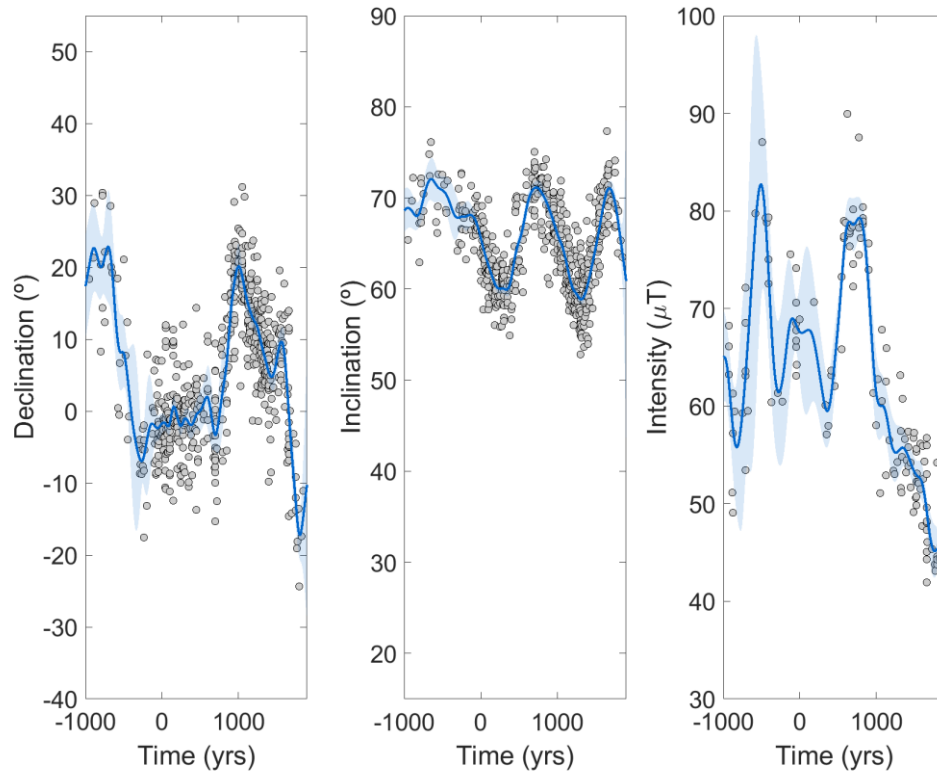
**lat: 47.6134°, lon: 7.5328°**



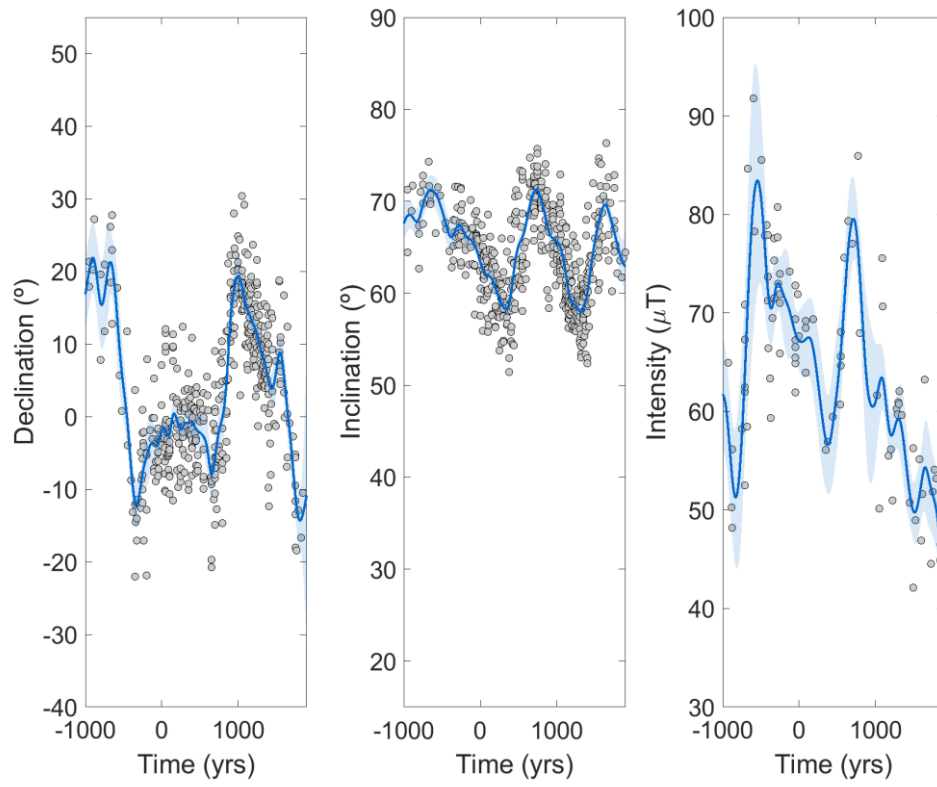
**lat: 49.5287°, lon: 9.9269°**



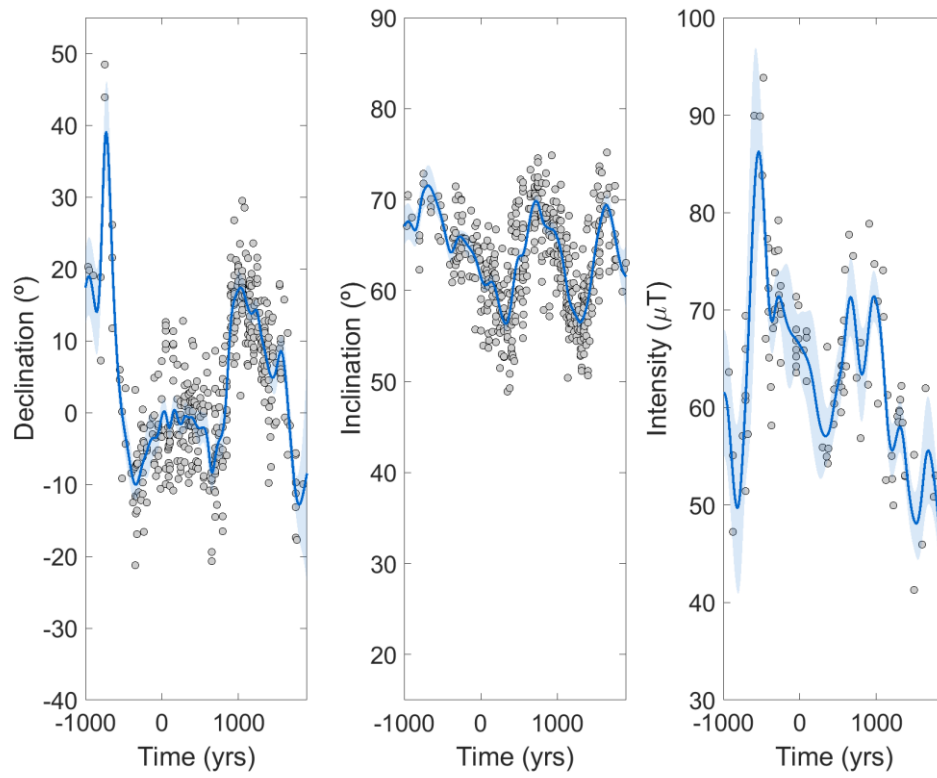
**lat: 48.2838°, lon: 13.7576°**



**lat: 46.4642°, lon: 16.3432°**

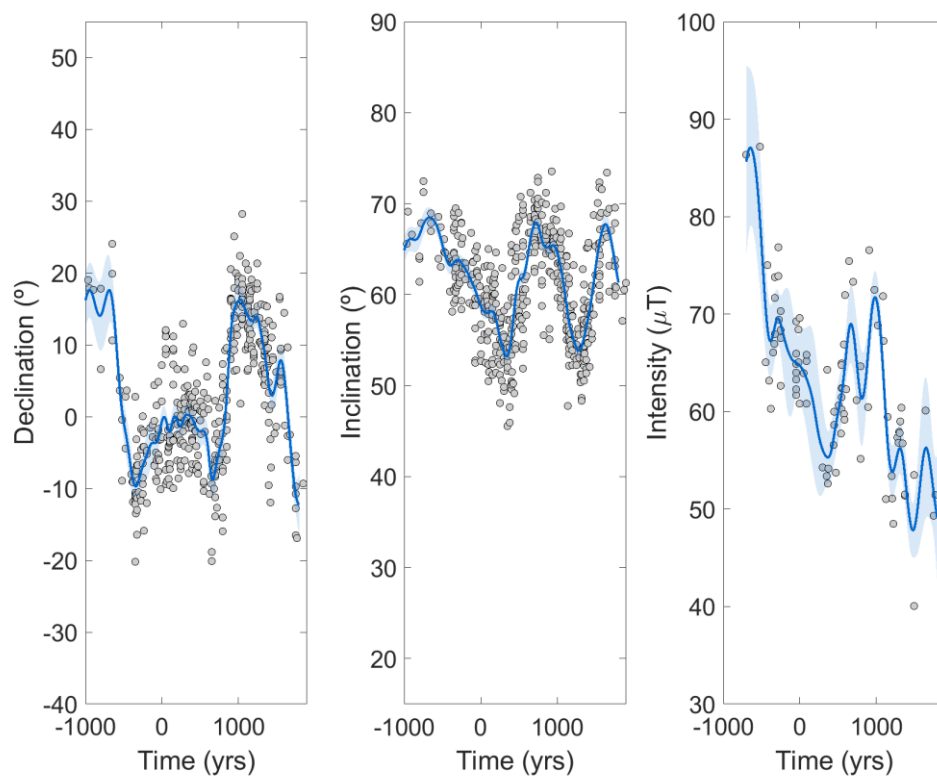


**lat: 44.5489°, lon: 18.8332°**

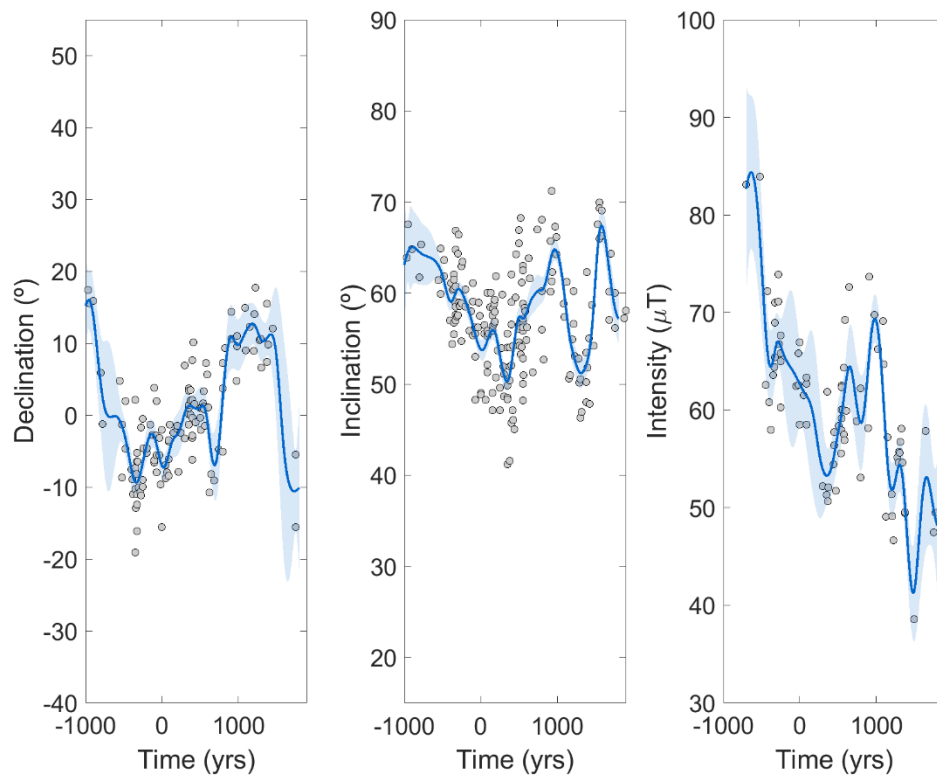




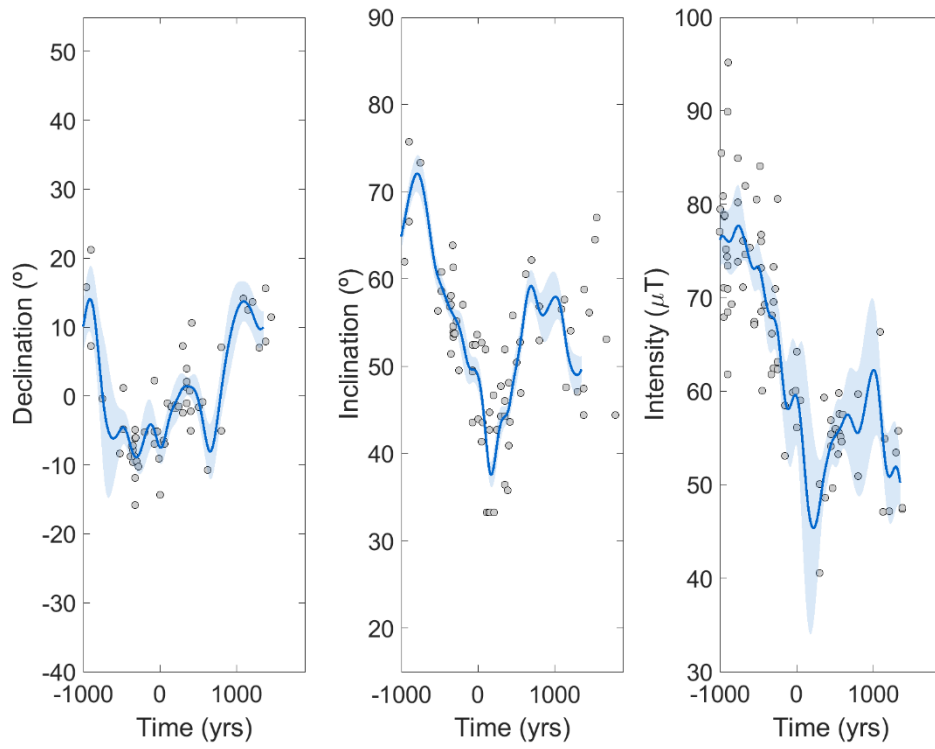
**lat: 41.7717°, lon: 21.4189°**



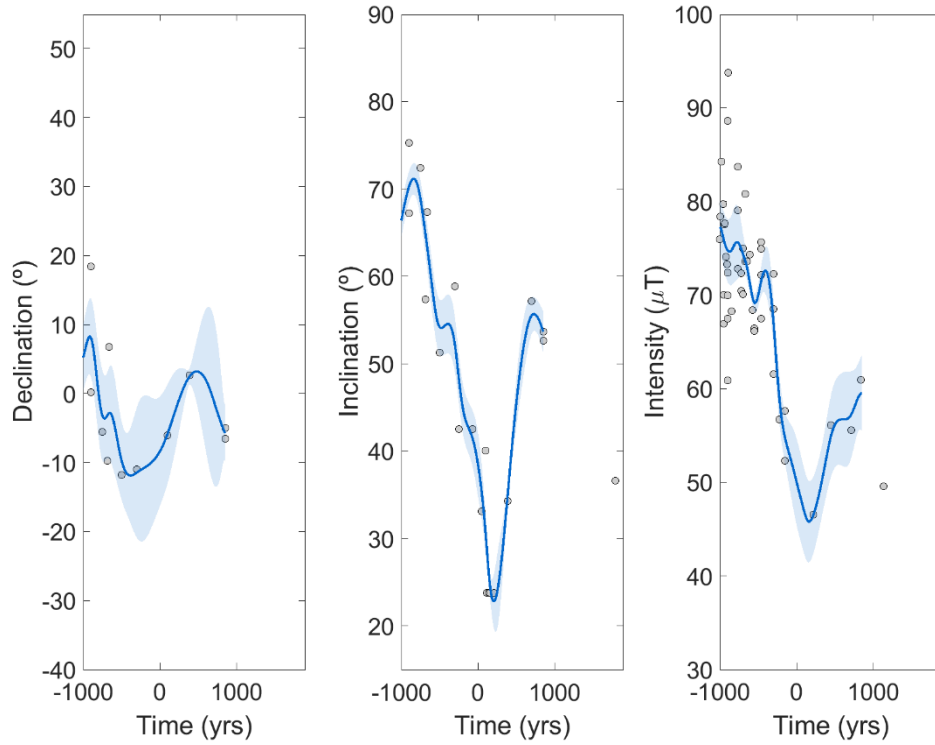
**lat: 38.4199°, lon: 25.441°**



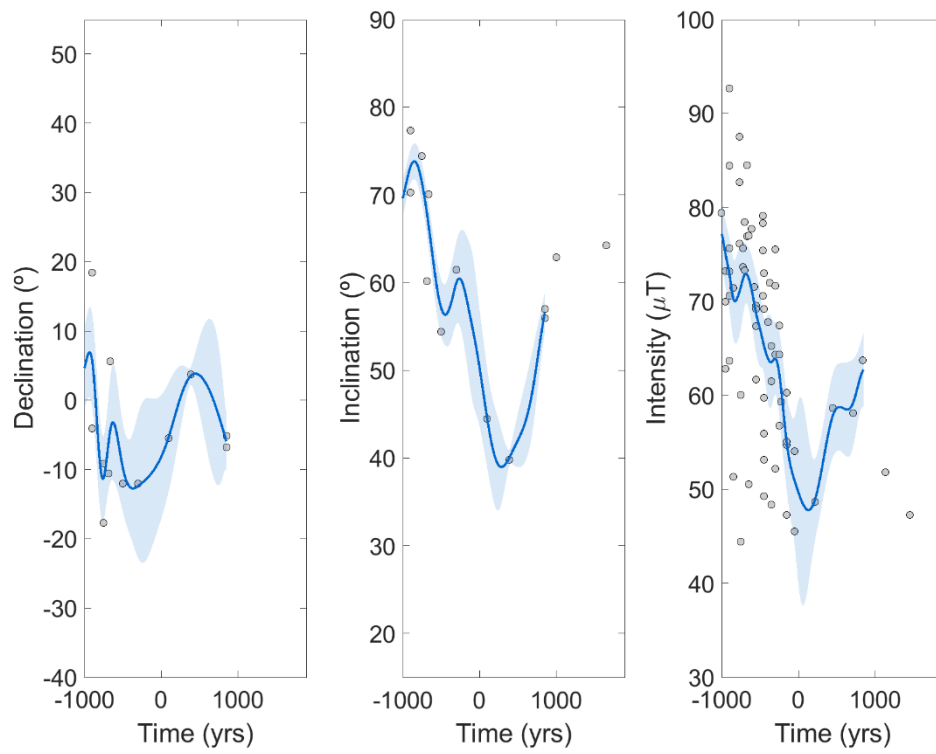
**lat: 34.9723°, lon: 29.559°**



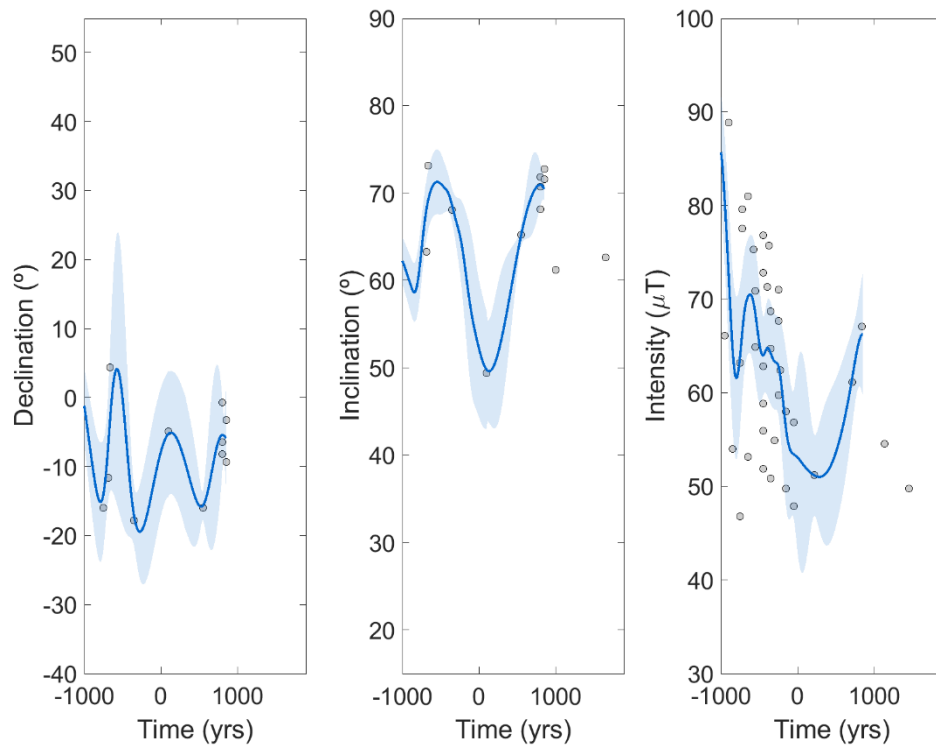
**lat: 33.8231°, lon: 36.3584°**



**lat: 37.4622°, lon: 39.9975°**

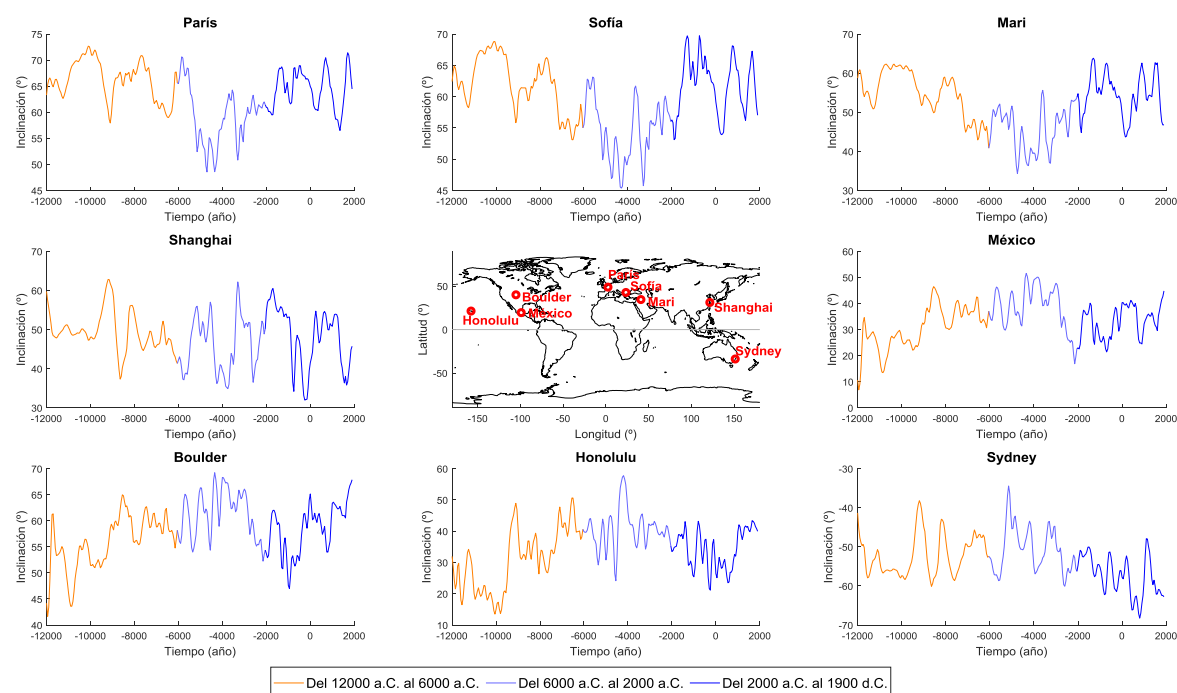
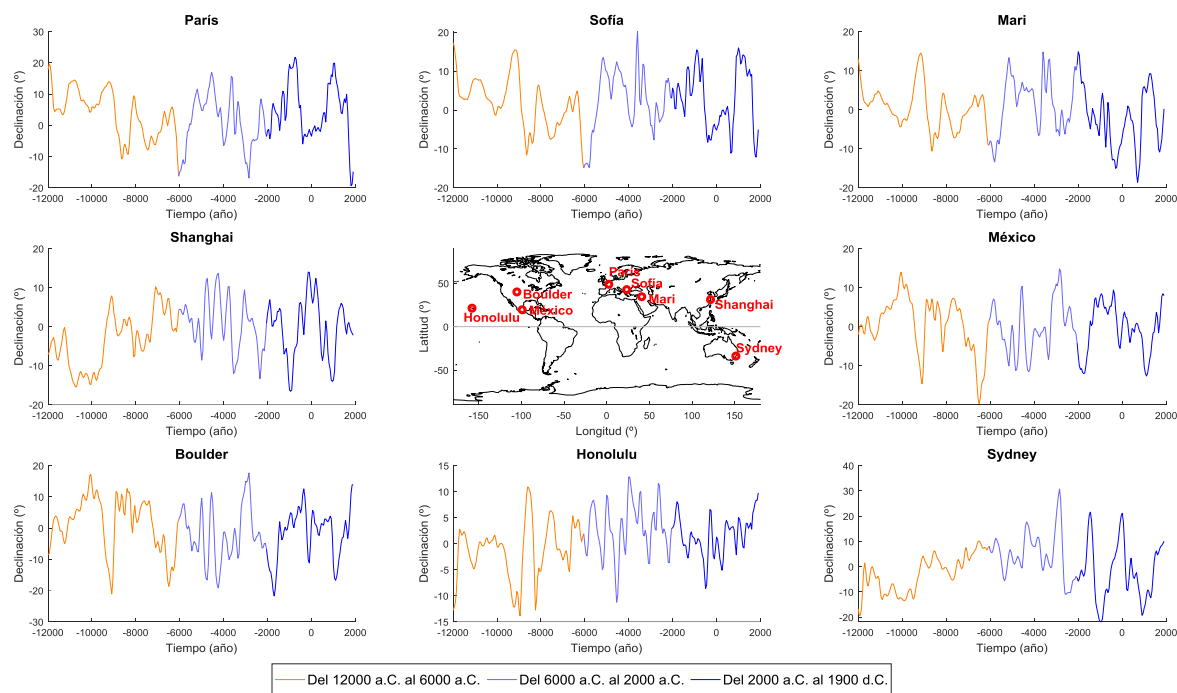


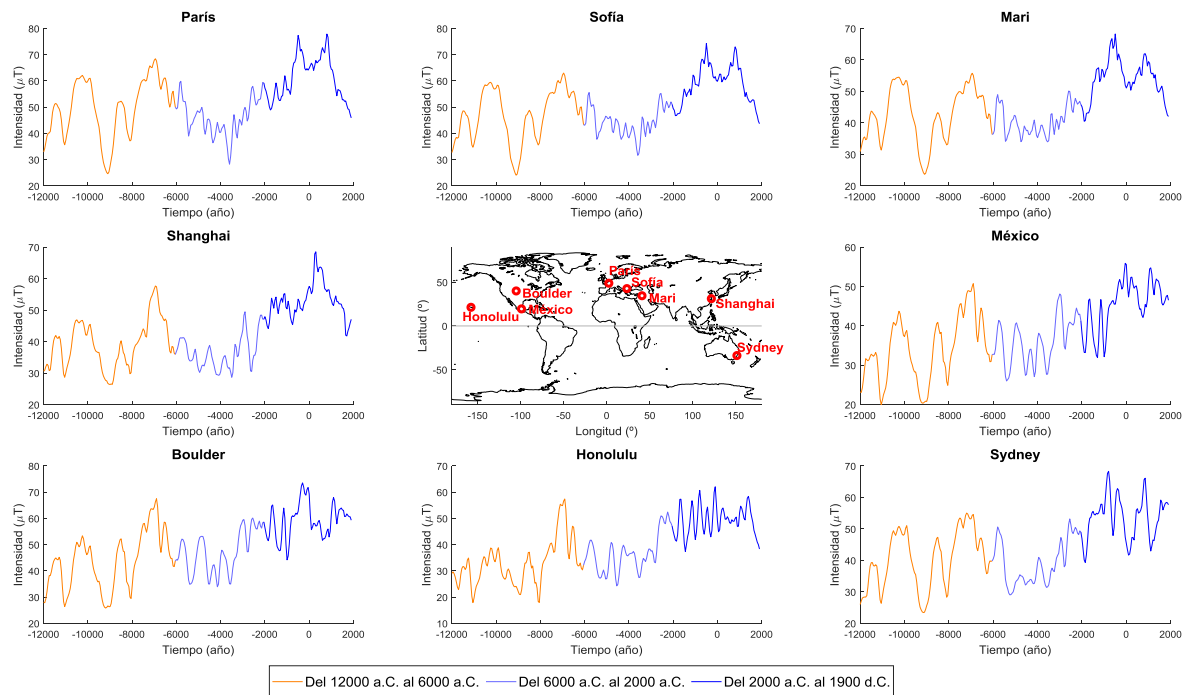
**lat: 41.8674°, lon: 43.6366°**



## APÉNDICE VIII. Series temporales de D, I, F

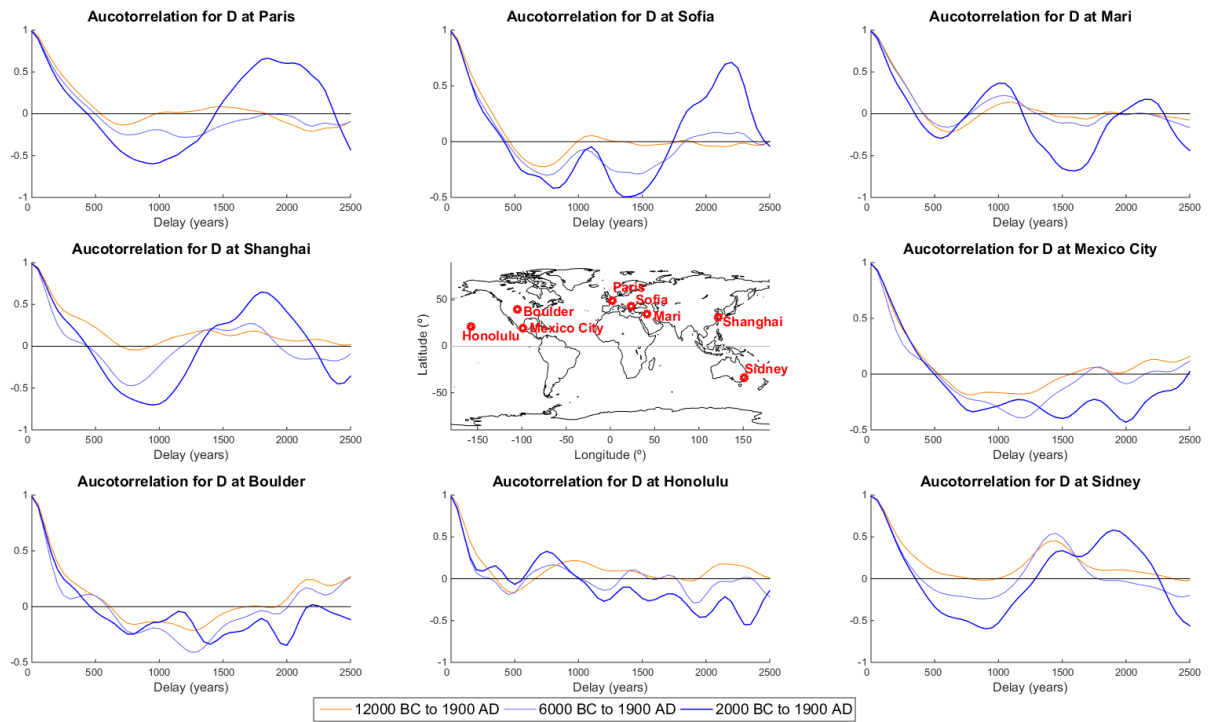
A continuación se muestran las series temporales de declinación, inclinación e intensidad obtenidas del modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014a) y que han sido utilizadas en el capítulo 4 de esta tesis. Se han diferenciado los periodos del 12000 a.C. al 6000 a.C. (naranja), del 6000 a.C. al 2000 a.C. (azul claro) y del 2000 a.C. al 1900 d.C. (azul oscuro).

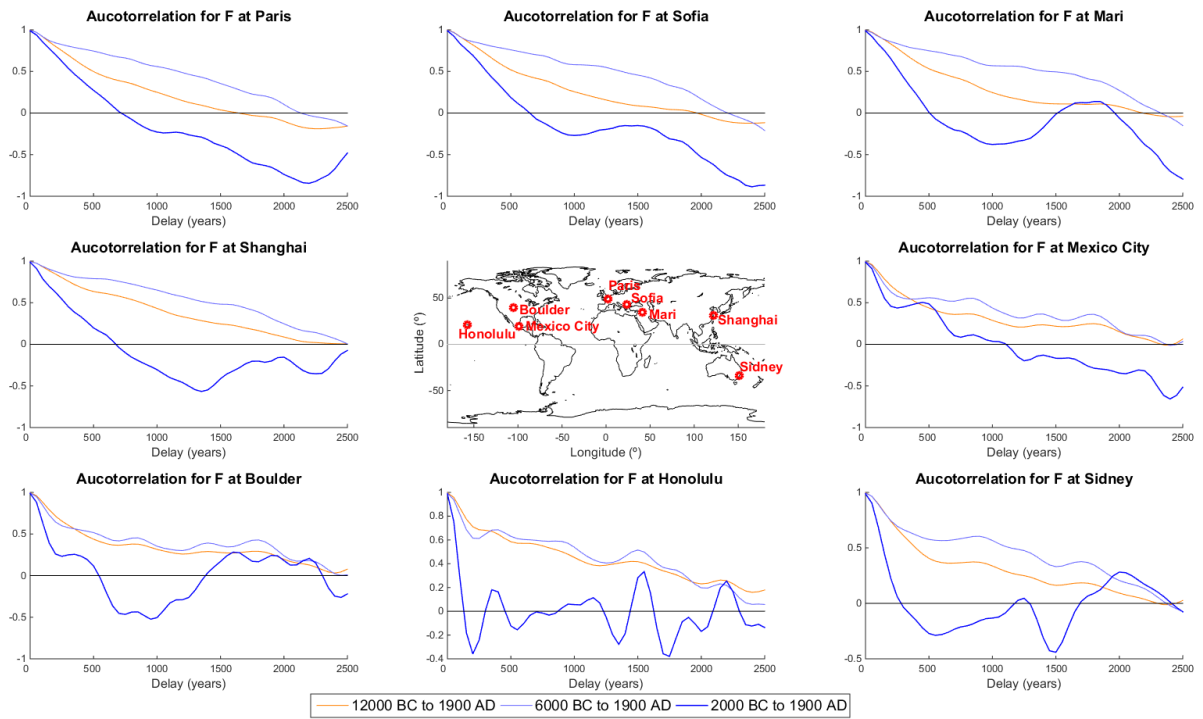
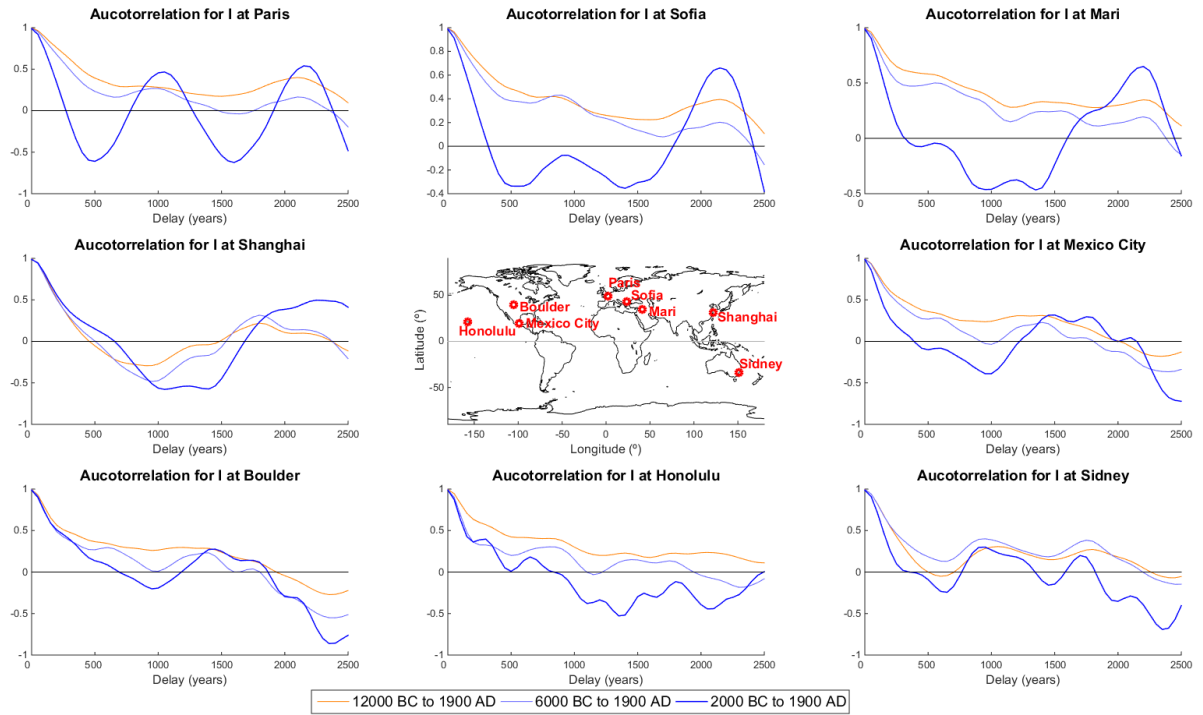




## APÉNDICE IX. Autocorrelación de las series temporales de D, I, F

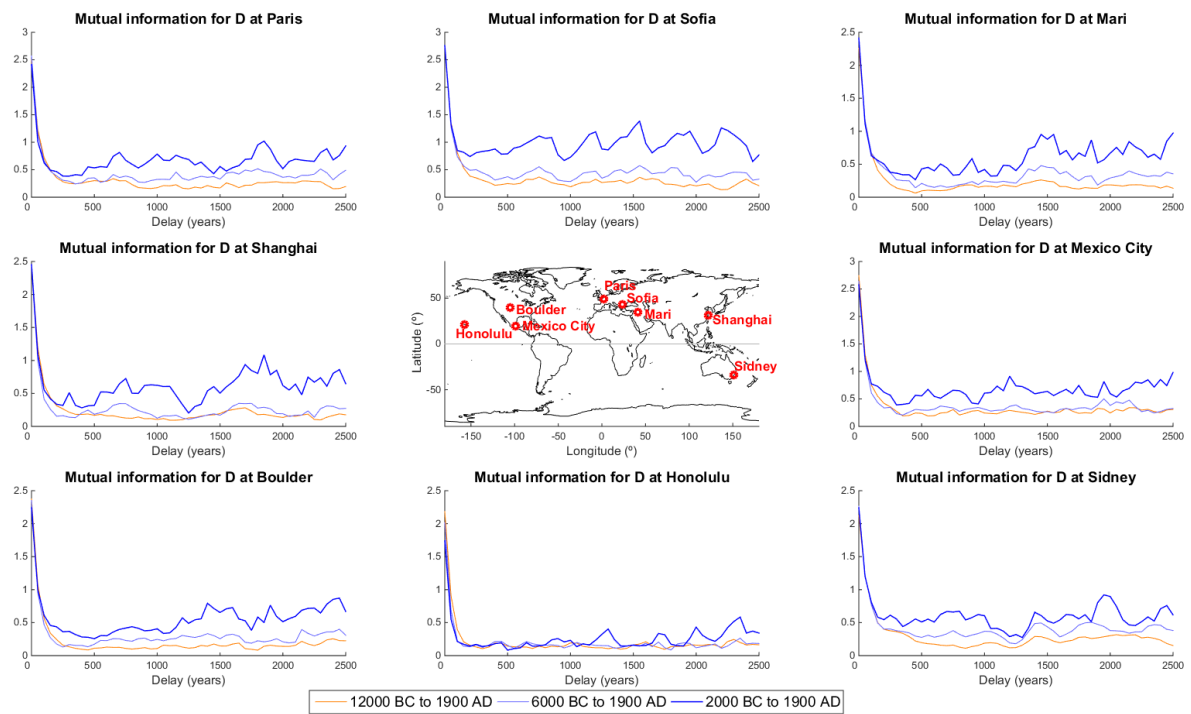
A continuación se muestran las funciones de autocorrelación de las series temporales de declinación, inclinación e intensidad obtenidas del modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014a) utilizadas en el capítulo 4 de esta tesis. Se muestran los diferentes resultados obtenidos utilizando toda la serie desde el 12000 a.C. (naranja), desde el 6000 a.C. (azul claro) y desde el 2000 a.C. (azul oscuro).



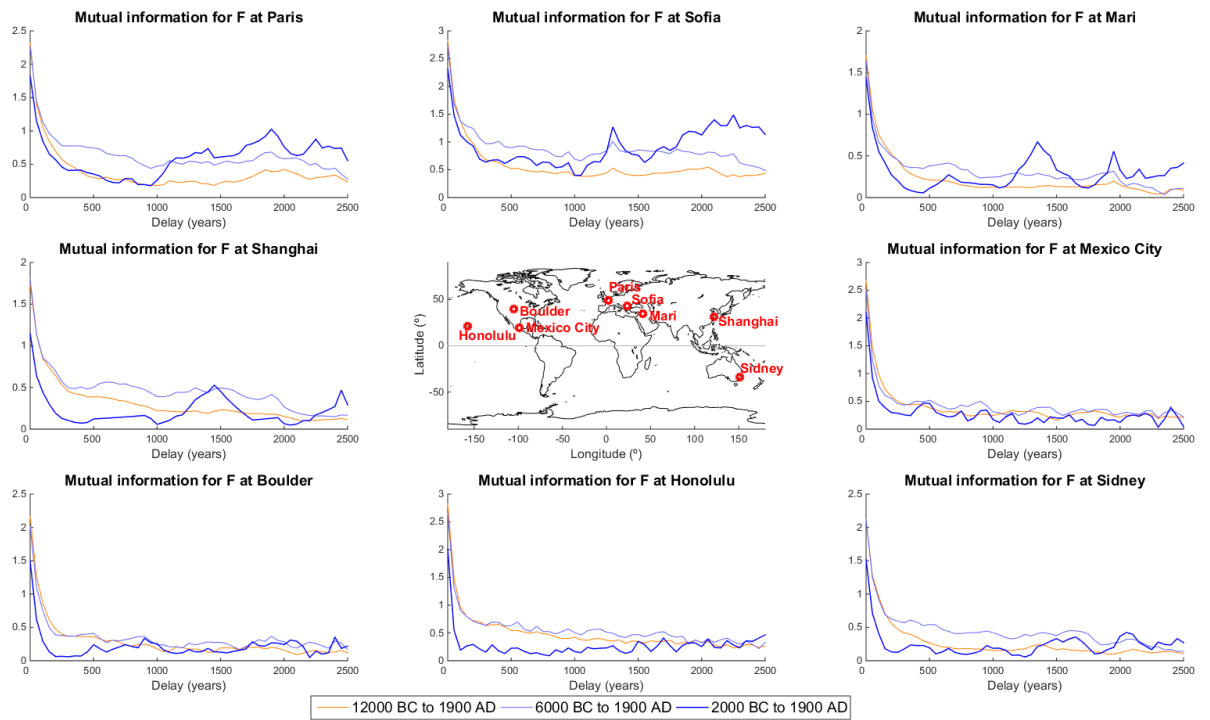
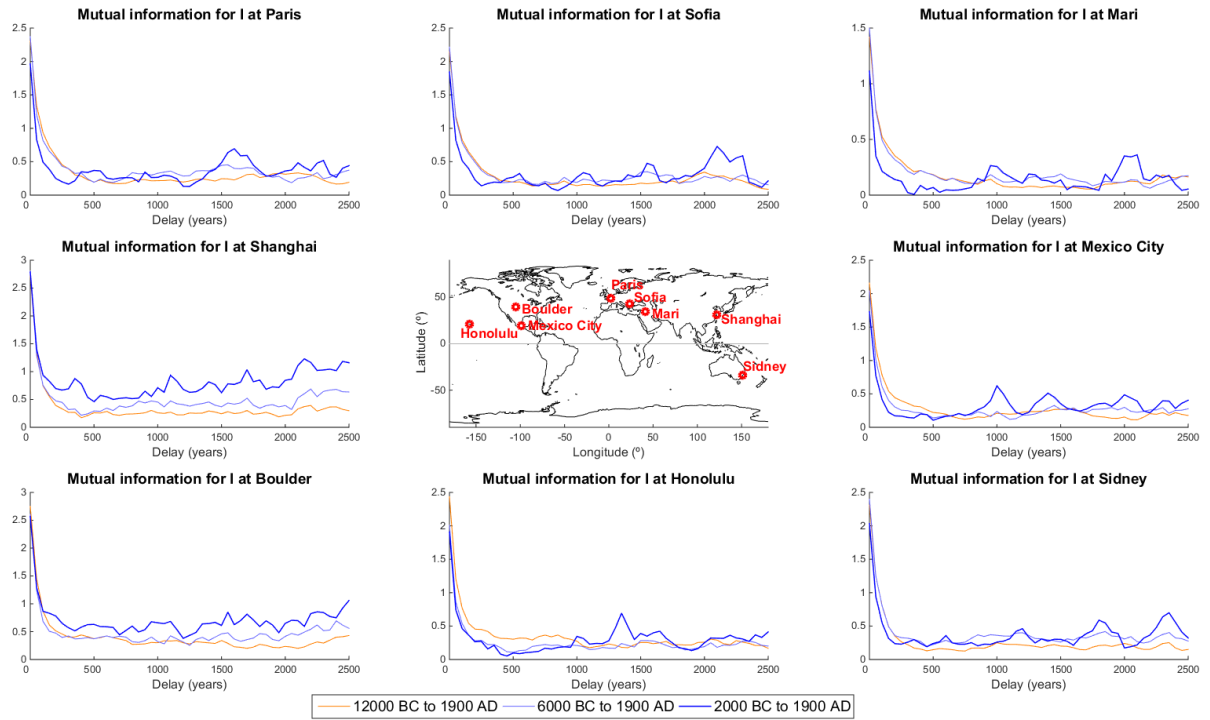


## APÉNDICE X. Información mutua de las series temporales de D, I, F

A continuación se muestran las funciones de información mutua de las series temporales de declinación, inclinación e intensidad obtenidas del modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014a) utilizadas en el capítulo 4 de esta tesis. Se muestran los diferentes resultados obtenidos utilizando toda la serie desde el 12000 a.C. (naranja), desde el 6000 a.C. (azul claro) y desde el 2000 a.C. (azul oscuro).







## APÉNDICE XI. Estimación de $d_0$ a partir de las series de coeficientes de Gauss

Se recogen aquí los resultados de la estimación de la dimensión de inmersión a partir de las series de coeficientes de Gauss del modelo SHA.DIF.14k (Pavón-Carrasco et al., 2014a). También se han analizado las series del dipolo, cuadrupolo y octupolo calculadas según la ecuación XI.1. Se ha seguido el mismo procedimiento que en el apartado 4.2.3 de la tesis, obteniéndose resultados similares.

$$n_{polo} = \sqrt{\sum_{m=0}^n [(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2]} \quad [XI.1]$$

**Tabla XI.1.** Desfases seleccionados para la reconstrucción a partir de series de diferentes coeficientes de Gauss y del dipolo, cuadrupolo y octupolo. Se indica tanto el desfase que resulta de calcular el primer mínimo de la información mutua como el elegido tras la inspección visual de los gráficos de  $E1$  y  $E2$  vs  $d$  para distintos desfases. En los casos en que varios desfases parecían igualmente posibles, se indican todos separados por “;”.

1 paso = 50 años		1er mín de la MI			Desfase elegido visualmente		
		n-polo	g	h	n-polo	g	h
n = 1	m = 0	17	17		5; 9; 12; 17	5; 6; 12	
	m = 1		9	11		3; 10	4; 5
n = 2	m = 0	11	10		5; 7; 16; 22	1; 6; 15	
	m = 1		5	8		6; 8; 14	6; 8; 9
	m = 2		6	9		7; 13	7; 13
n = 3	m = 0	13	13		4; 5; 15; 20	5; 7; 11; 12; 15	
	m = 1		7	9		10; 18; 23	5; 6; 9; 13; 17
	m = 2		5	6		15; 16; 17; 18	2; 4
	m = 3		5	6		1; 5; 9; 16	5; 17

**Tabla XI.2.** Estimaciones de la dimensión de inmersión a partir de series de diferentes coeficientes de Gauss y n-polos utilizando los desfases indicados en la tabla XI.1. Las estimaciones que proceden de diferentes desfases aparecen separadas por “;”. En los casos en que para un mismo desfase no quedase clara la mejor estimación, se indican todas separadas por “/”.

1 paso = 50 años		1er mín de la MI			Desfase elegido visualmente		
		n-polo	g	h	n-polo	g	h
n = 1	m = 0	5	5		5/6; 6; 5; 5	6; 4; 5	
	m = 1		6/7	5/7		5; 6	5/7; 5/7/9
n = 2	m = 0	6	6/8		5/7; 5/7; 5; 5	5; 6; 5	
	m = 1		6/8	6		6; 6; 5	5/7; 6; 6
	m = 2		7	9		5; 5	6; 6
n = 3	m = 0	5/7	4/6		6; 5/7; 5/7; 5	5; 5; 6; 5/7; 4	
	m = 1		6	4		5; 6; 5	5; 4; 4; 4; 4
	m = 2		5	6/7		6; 5; 5; 5	5; 4
	m = 3		5	6/8		4; 5; 5; 5	5; 5

**Tabla XI.3.** Recuento de las distintas estimaciones de la dimensión de inmersión mediante los dos métodos de elección del desfase.

Estimación $d_0$	1er mín de la MI <i>recuento</i>	Desfase elegido visualmente <i>recuento</i>
4	2	8
5	6	35
6	9	15
7	5	8
8	3	0
9	1	1

## APÉNDICE XII. Estimaciones de $d_0$ para cada desfase y serie utilizada

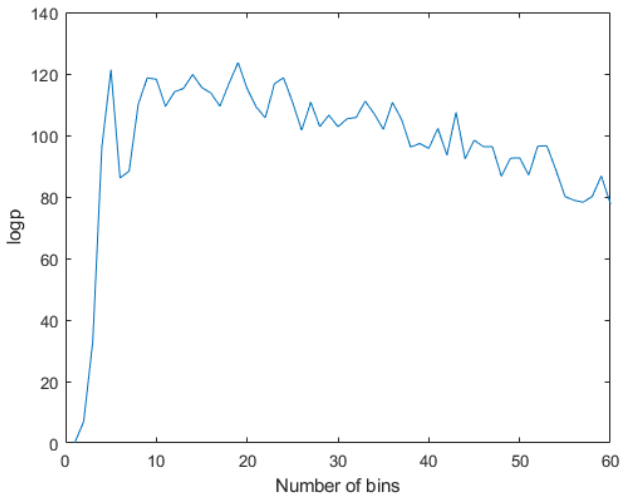
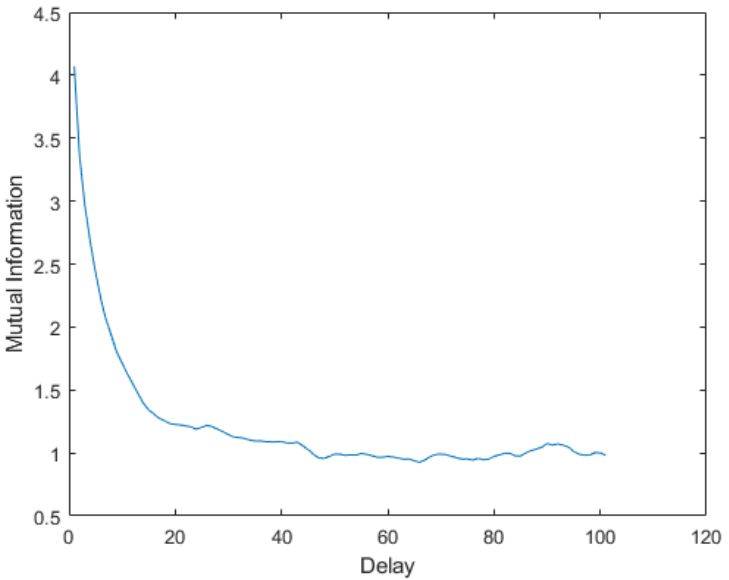
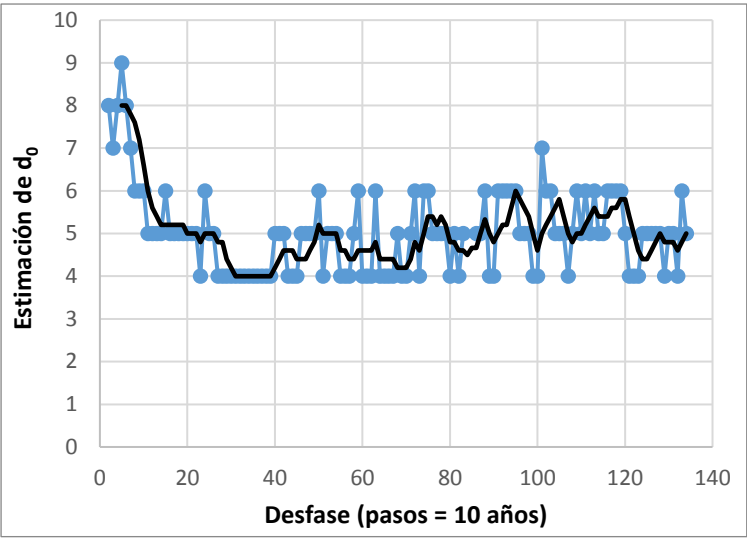
De cada serie utilizada en el apartado 4.2.4 se muestra la siguiente información:

- Estimación de  $d_0$  para cada valor del desfase (tabla izquierda). Si el parámetro E1 sufría grandes fluctuaciones con  $d$ , no se ha seleccionado ninguna estimación y en la tabla aparece un hueco.
- Gráfico de la estimación de  $d_0$  frente al desfase. Incluye una media móvil para ayudar en la determinación del valor final.
- Gráfico de la información mutua en función del desfase.
- Gráfico del logaritmo de la probabilidad posterior en función del número de bins. El cálculo de la información mutua requiere la discretización de los datos por intervalos. El número de intervalos apropiado se selecciona buscando el máximo del logaritmo de la probabilidad posterior. Para asegurarse de que este método funcione bien, es necesario que la probabilidad posterior aumente hasta un máximo y luego disminuya. Si este gráfico mostrase un comportamiento con muchas fluctuaciones, podría indicar que el conjunto de datos de entrada presenta algún problema, por lo que es interesante poder visualizarlo.

Los resultados finales de la estimación de  $d_0$  de cada serie aparecen en la tabla 4.6.

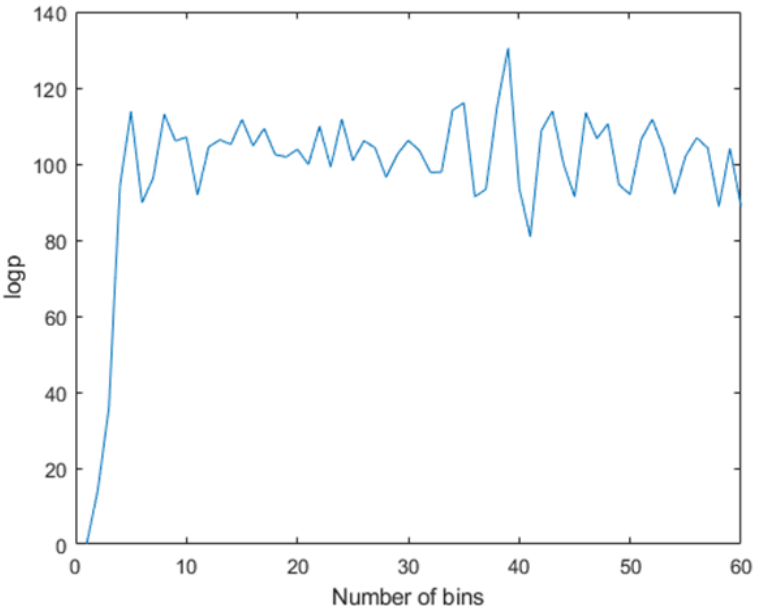
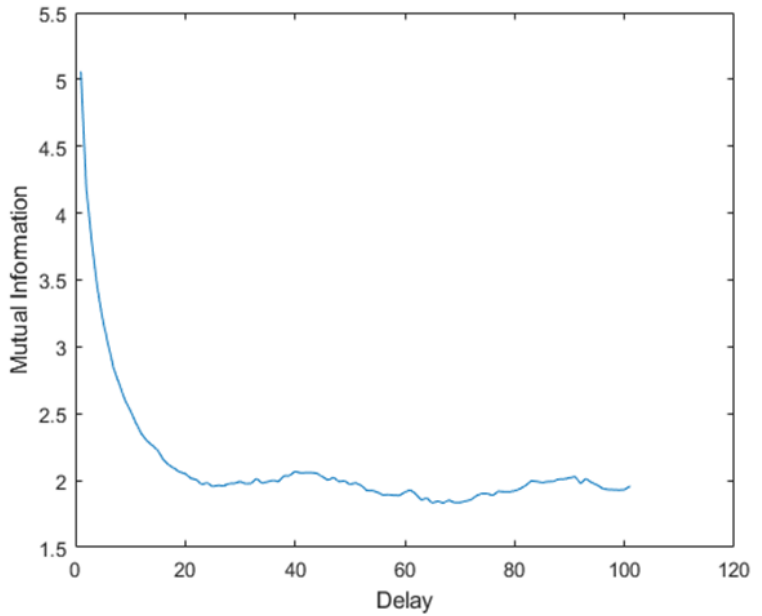
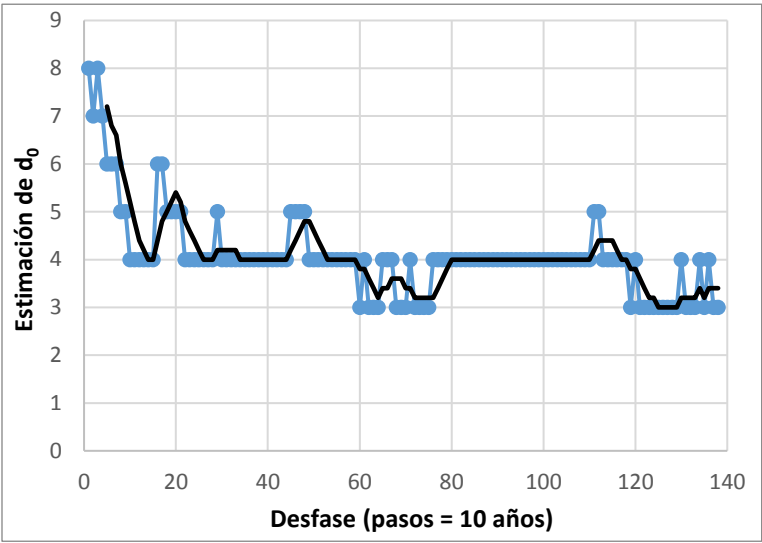
SERIE SHA.DIF.14k (completo) (de -12000 a 1900)

tau	d0	tau	d0	tau	d0
1		51	4	101	7
2	8	52	5	102	6
3	7	53	5	103	6
4	8	54	5	104	5
5	9	55	4	105	5
6	8	56	4	106	5
7	7	57	4	107	4
8	6	58	5	108	5
9	6	59	6	109	6
10	6	60	4	110	5
11	5	61	4	111	6
12	5	62	4	112	5
13	5	63	6	113	6
14	5	64	4	114	5
15	6	65	4	115	5
16	5	66	4	116	6
17	5	67	4	117	6
18	5	68	5	118	6
19	5	69	4	119	6
20	5	70	4	120	5
21	5	71	5	121	4
22	5	72	6	122	4
23	4	73	4	123	4
24	6	74	6	124	5
25	5	75	6	125	5
26	5	76	5	126	5
27	4	77	5	127	5
28	4	78	5	128	5
29	4	79	5	129	4
30	4	80	4	130	5
31	4	81	5	131	5
32	4	82	4	132	4
33	4	83	5	133	6
34	4	84		134	5
35	4	85			
36	4	86	5		
37	4	87	5		
38	4	88	6		
39	4	89	4		
40	5	90	4		
41	5	91	6		
42	5	92	6		
43	4	93	6		
44	4	94	6		
45	4	95	6		
46	5	96	5		
47	5	97	5		
48	5	98	5		
49	5	99	4		
50	6	100	4		



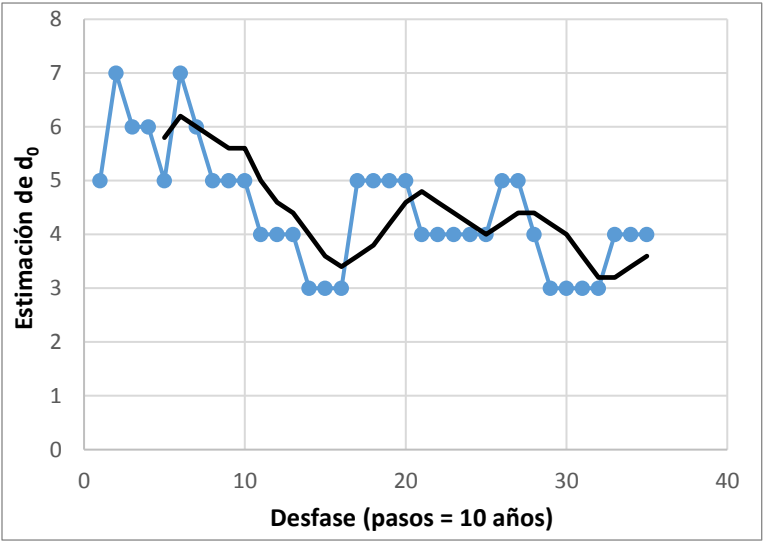
SERIE SHA.DIF.14k (completo – suavizado) (de -12000 a 1900)

tau	d0	tau	d0	tau	d0
1	8	51	4	101	4
2	7	52	4	102	4
3	8	53	4	103	4
4	7	54	4	104	4
5	6	55	4	105	4
6	6	56	4	106	4
7	6	57	4	107	4
8	5	58	4	108	4
9	5	59	4	109	4
10	4	60	3	110	4
11	4	61	4	111	5
12	4	62	3	112	5
13	4	63	3	113	4
14	4	64	3	114	4
15	4	65	4	115	4
16	6	66	4	116	4
17	6	67	4	117	4
18	5	68	3	118	4
19	5	69	3	119	3
20	5	70	3	120	4
21	5	71	4	121	3
22	4	72	3	122	3
23	4	73	3	123	3
24	4	74	3	124	3
25	4	75	3	125	3
26	4	76	4	126	3
27	4	77	4	127	3
28	4	78	4	128	3
29	5	79	4	129	3
30	4	80	4	130	4
31	4	81	4	131	3
32	4	82	4	132	3
33	4	83	4	133	3
34	4	84	4	134	4
35	4	85	4	135	3
36	4	86	4	136	4
37	4	87	4	137	3
38	4	88	4	138	3
39	4	89	4		
40	4	90	4		
41	4	91	4		
42	4	92	4		
43	4	93	4		
44	4	94	4		
45	5	95	4		
46	5	96	4		
47	5	97	4		
48	5	98	4		
49	4	99	4		
50	4	100	4		

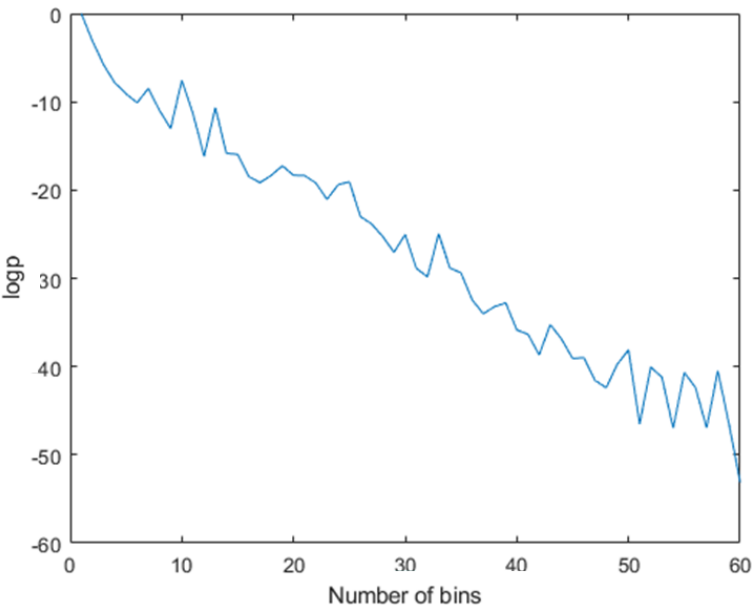


SERIE SHA.DIF.14k (primeros 4k) (de -12000 a -8000)

tau	d0
1	5
2	7
3	6
4	6
5	5
6	7
7	6
8	5
9	5
10	5
11	4
12	4
13	4
14	3
15	3
16	3
17	5
18	5
19	5
20	5
21	4
22	4
23	4
24	4
25	4
26	5
27	5
28	4
29	3
30	3
31	3
32	3
33	4
34	4
35	4

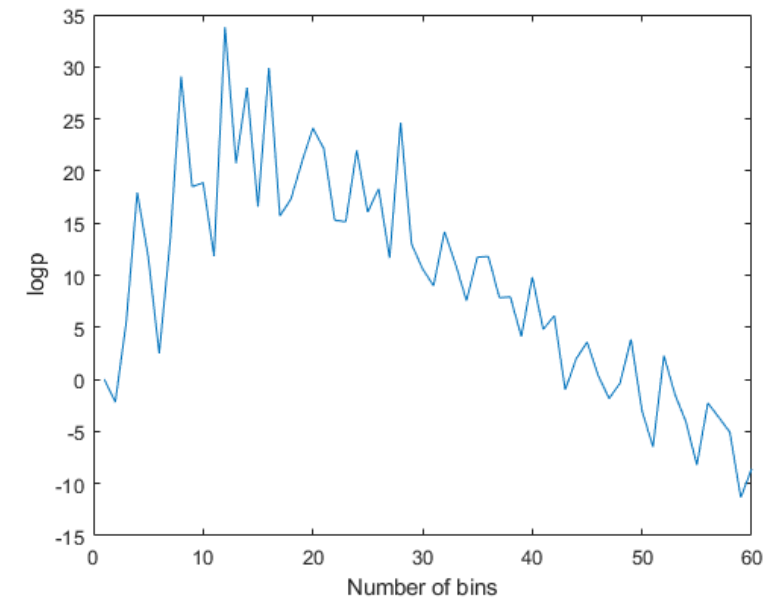
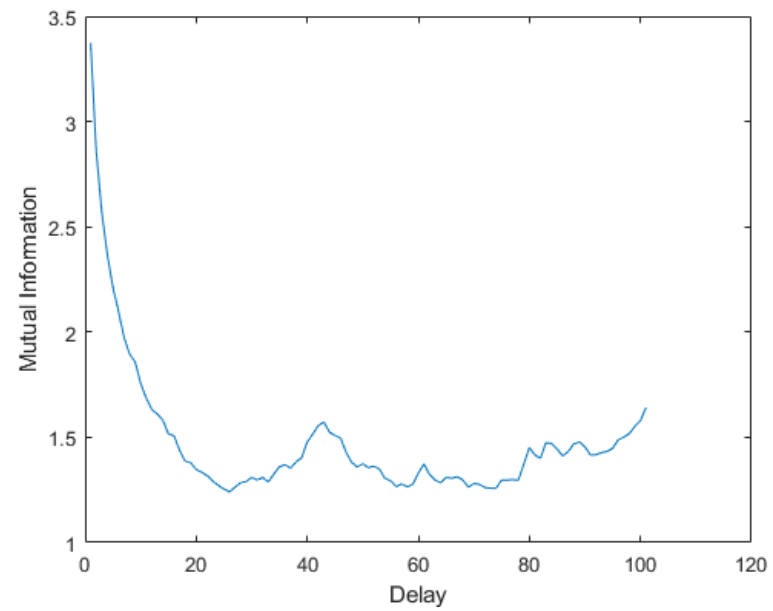
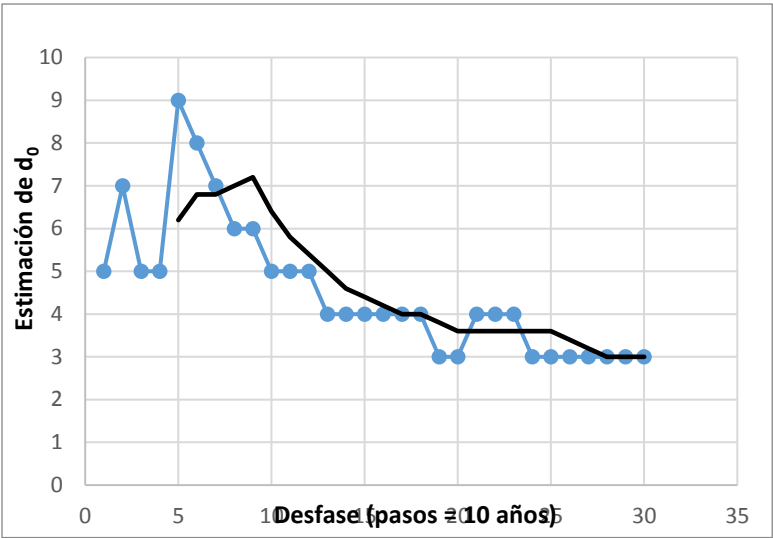


(El máximo de la probabilidad posterior se obtiene para  $n\_bins = 1$ , por lo que no se ha calculado la información mutua)



SHA.DIF.14k (periodo A) (de -10000 a -6000)

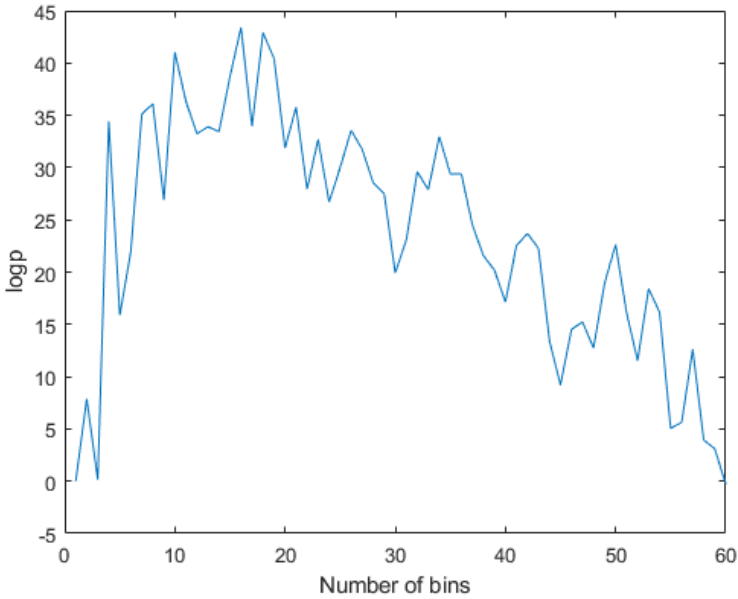
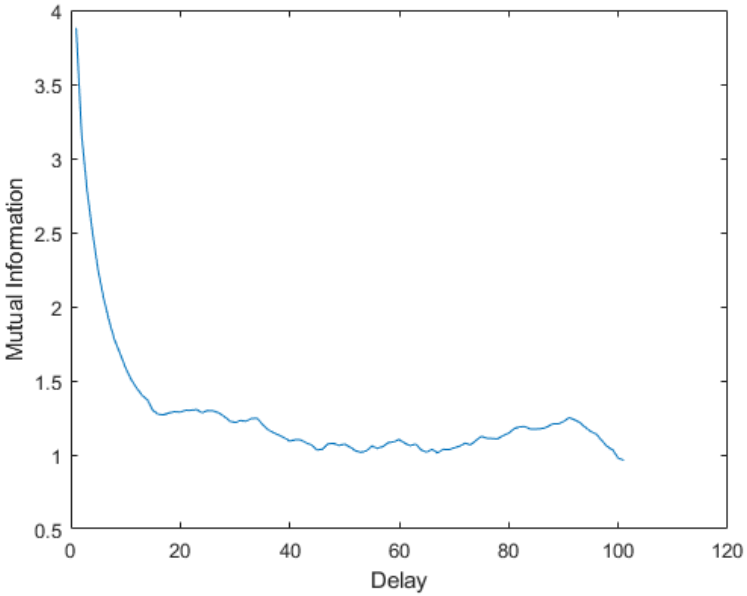
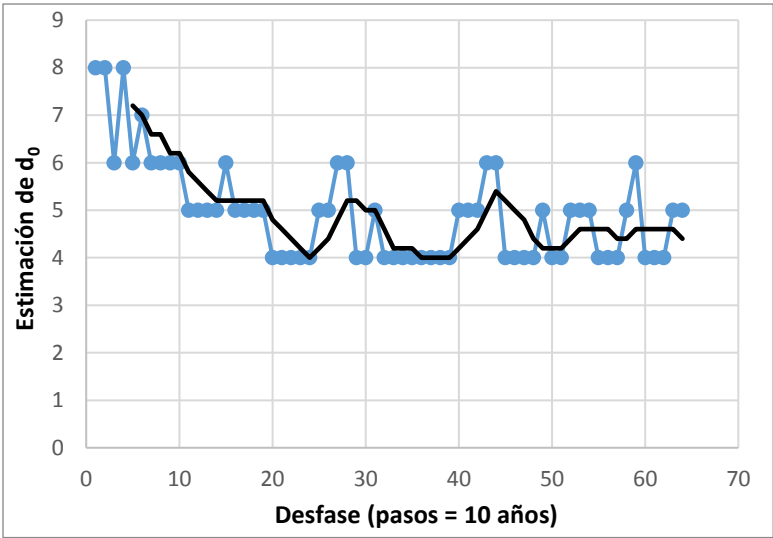
tau	d0
1	5
2	7
3	5
4	5
5	9
6	8
7	7
8	6
9	6
10	5
11	5
12	5
13	4
14	4
15	4
16	4
17	4
18	4
19	3
20	3
21	4
22	4
23	4
24	3
25	3
26	3
27	3
28	3
29	3
30	3





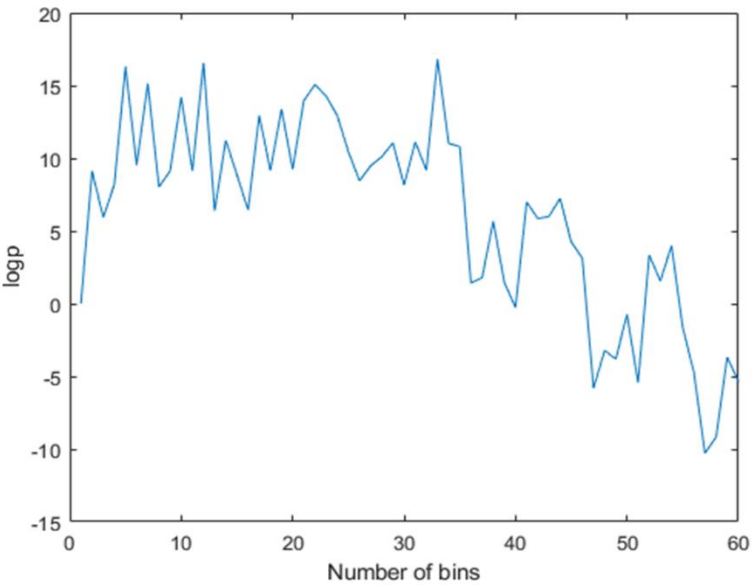
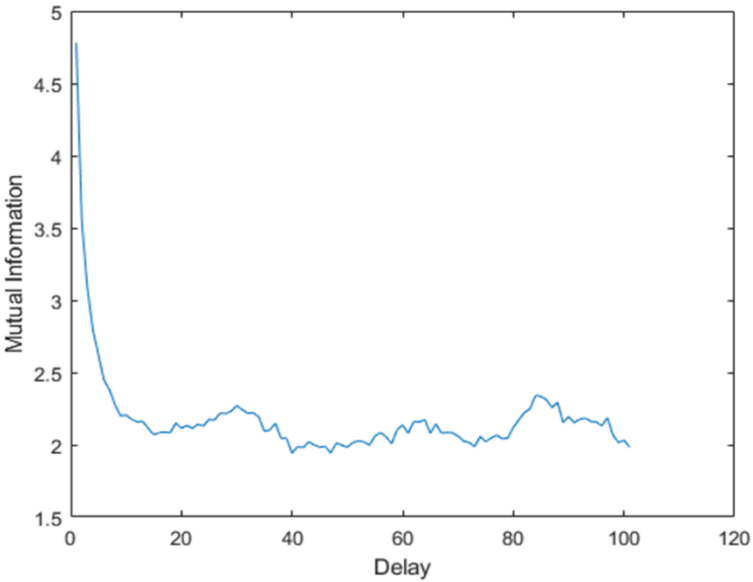
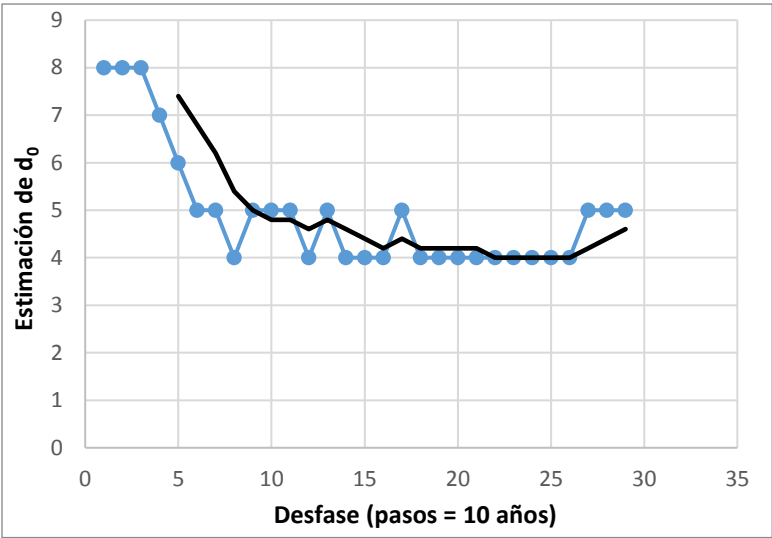
SERIE SHA.DIF.14k (últimos 10k) (de -8000 a 1900)

tau	d0	tau	d0
1	8	51	4
2	8	52	5
3	6	53	5
4	8	54	5
5	6	55	4
6	7	56	4
7	6	57	4
8	6	58	5
9	6	59	6
10	6	60	4
11	5	61	4
12	5	62	4
13	5	63	5
14	5	64	5
15	6		
16	5		
17	5		
18	5		
19	5		
20	4		
21	4		
22	4		
23	4		
24	4		
25	5		
26	5		
27	6		
28	6		
29	4		
30	4		
31	5		
32	4		
33	4		
34	4		
35	4		
36	4		
37	4		
38	4		
39	4		
40	5		
41	5		
42	5		
43	6		
44	6		
45	4		
46	4		
47	4		
48	4		
49	5		
50	4		



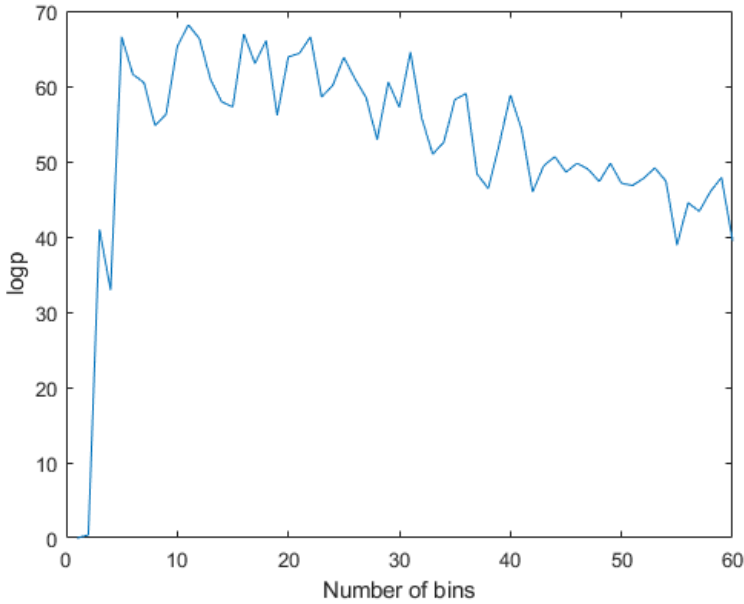
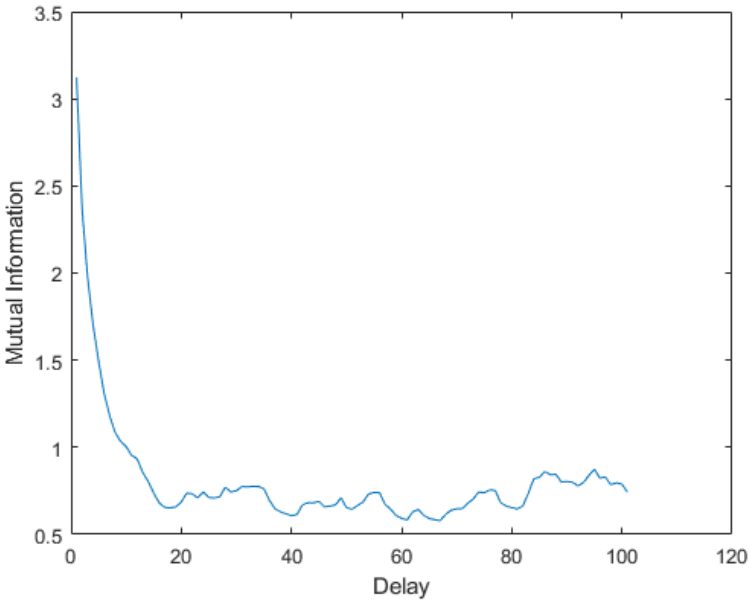
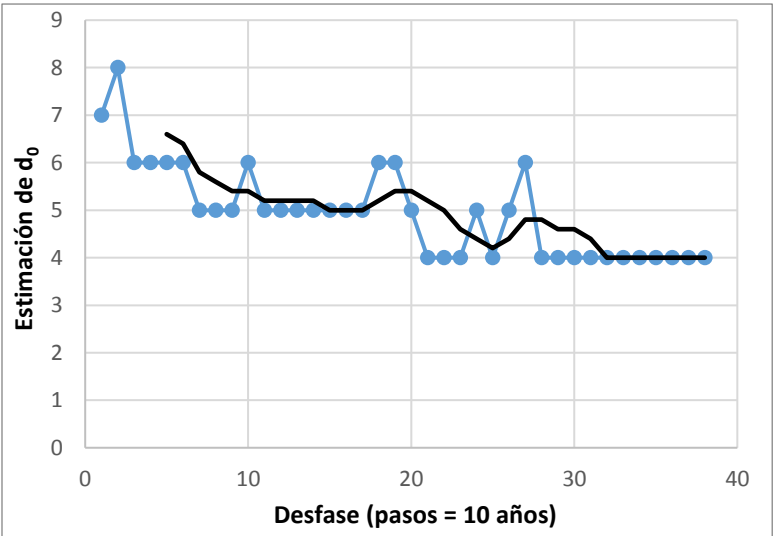
SHA.DIF.14k (periodo B) (de -6000 a -2000)

tau	d0
1	8
2	8
3	8
4	7
5	6
6	5
7	5
8	4
9	5
10	5
11	5
12	4
13	5
14	4
15	4
16	4
17	5
18	4
19	4
20	4
21	4
22	4
23	4
24	4
25	4
26	4
27	5
28	5
29	5



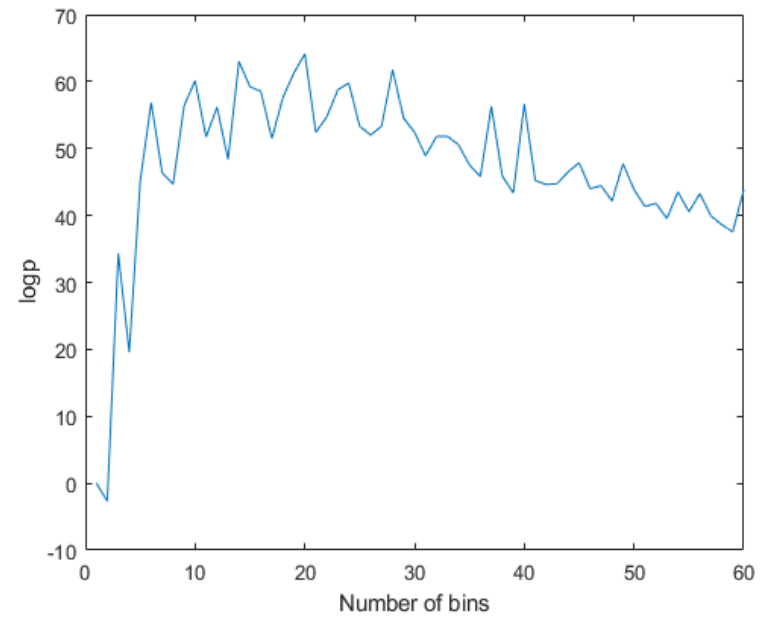
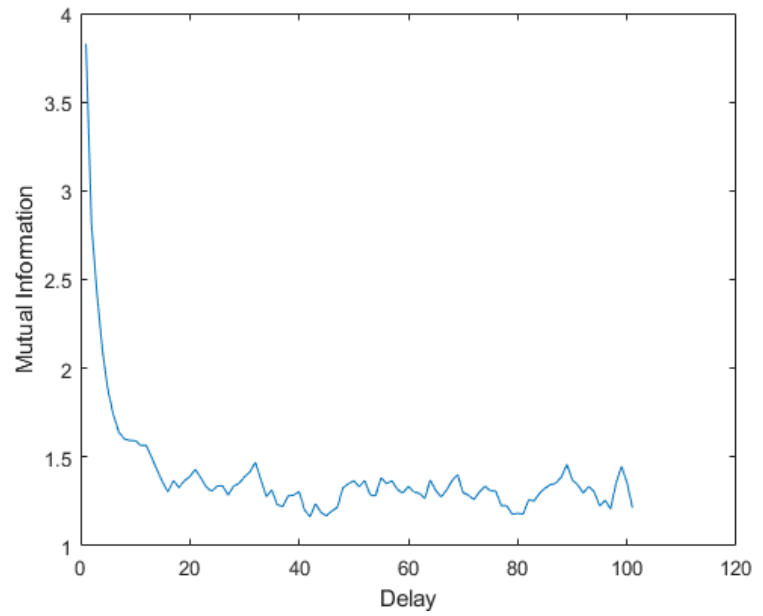
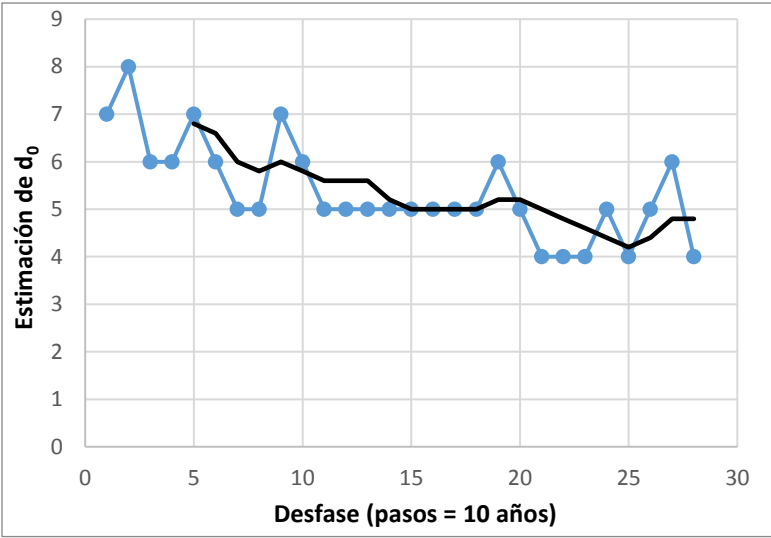
SHA.DIF.14k (periodo C) (de -2000 a 1900)

tau	d0
1	7
2	8
3	6
4	6
5	6
6	6
7	5
8	5
9	5
10	6
11	5
12	5
13	5
14	5
15	5
16	5
17	5
18	6
19	6
20	5
21	4
22	4
23	4
24	5
25	4
26	5
27	6
28	4
29	4
30	4
31	4
32	4
33	4
34	4
35	4
36	4
37	4
38	4



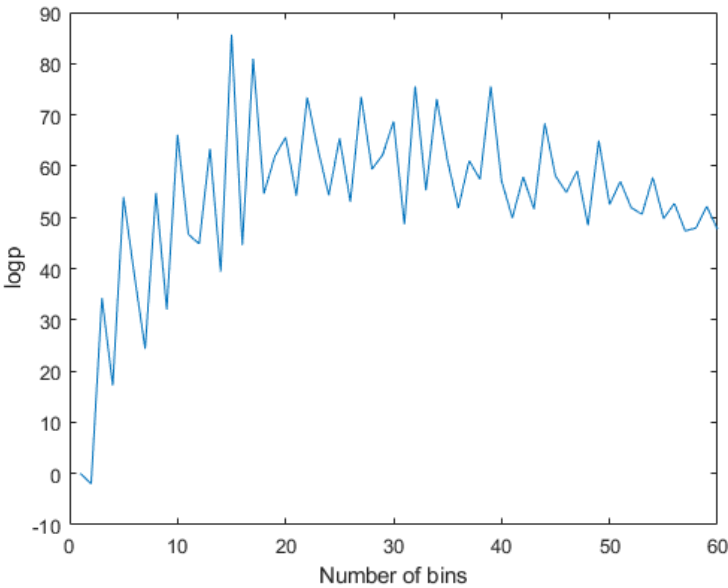
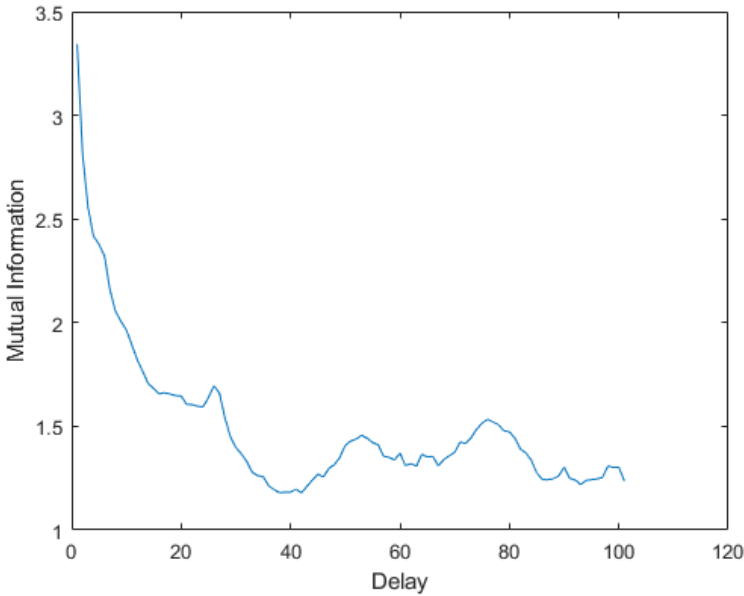
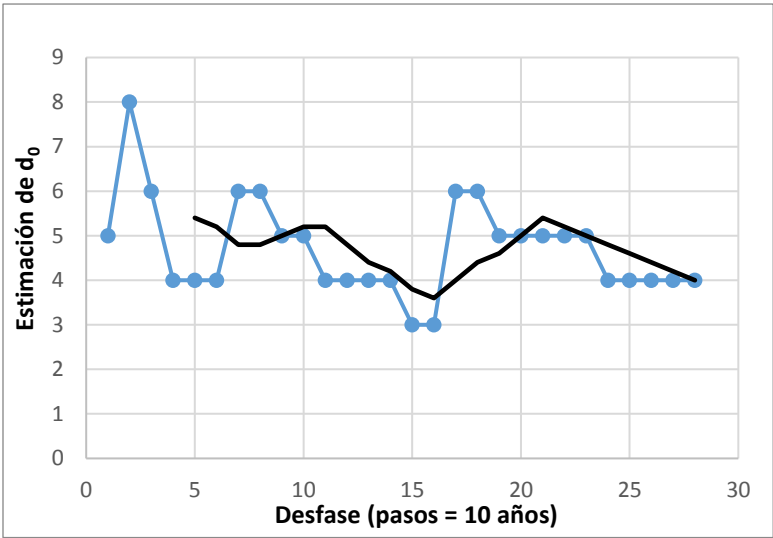
SHA.DIF.14k (últimos 3k) (de -1000 a 1900)

tau	d0
1	7
2	8
3	6
4	6
5	7
6	6
7	5
8	5
9	7
10	6
11	5
12	5
13	5
14	5
15	5
16	5
17	5
18	5
19	6
20	5
21	4
22	4
23	4
24	5
25	4
26	5
27	6
28	4



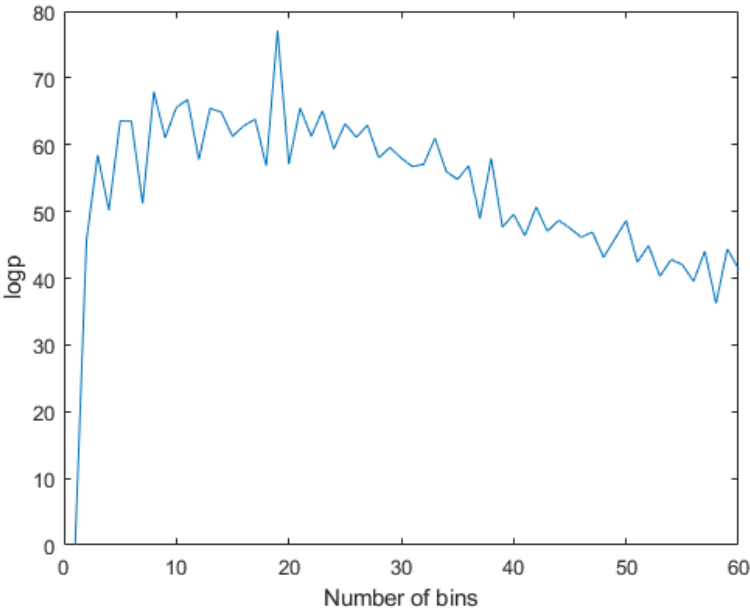
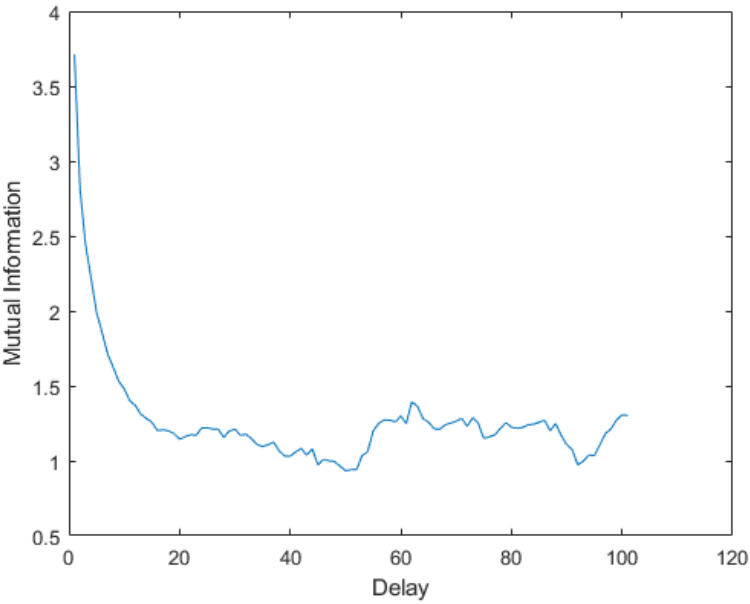
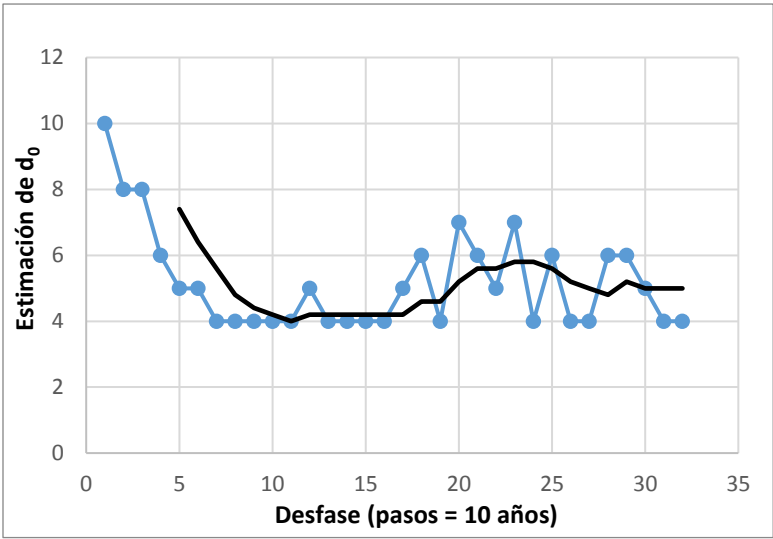
SHA.DIF.14k (últimos 3k – suavizado) (de -1000 a 1900)

tau	d0
1	5
2	8
3	6
4	4
5	4
6	4
7	6
8	6
9	5
10	5
11	4
12	4
13	4
14	4
15	3
16	3
17	6
18	6
19	5
20	5
21	5
22	5
23	5
24	4
25	4
26	4
27	4
28	4



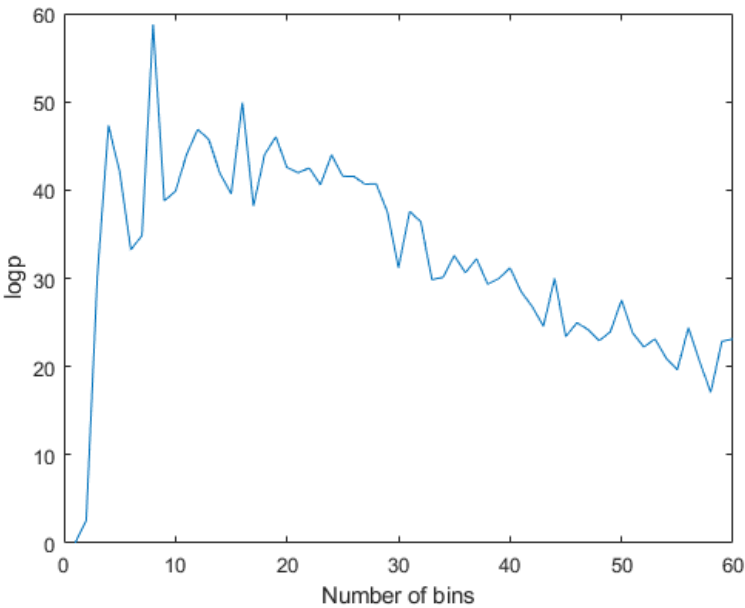
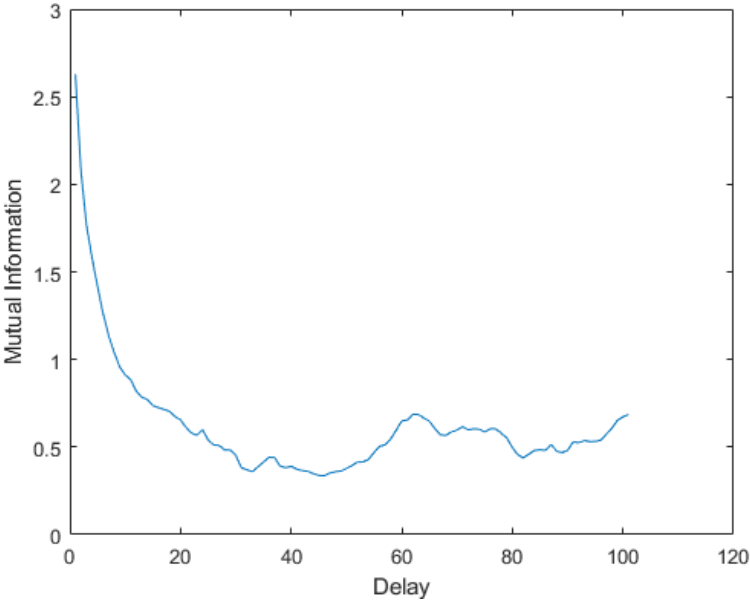
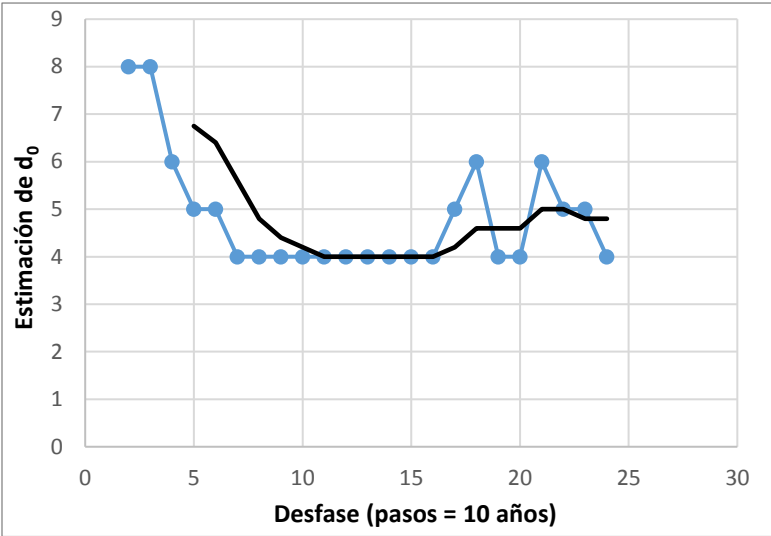
ARCH3k.1 (completo) (de -1000 a 1990)

tau	d0
1	10
2	8
3	8
4	6
5	5
6	5
7	4
8	4
9	4
10	4
11	4
12	5
13	4
14	4
15	4
16	4
17	5
18	6
19	4
20	7
21	6
22	5
23	7
24	4
25	6
26	4
27	4
28	6
29	6
30	5
31	4
32	4



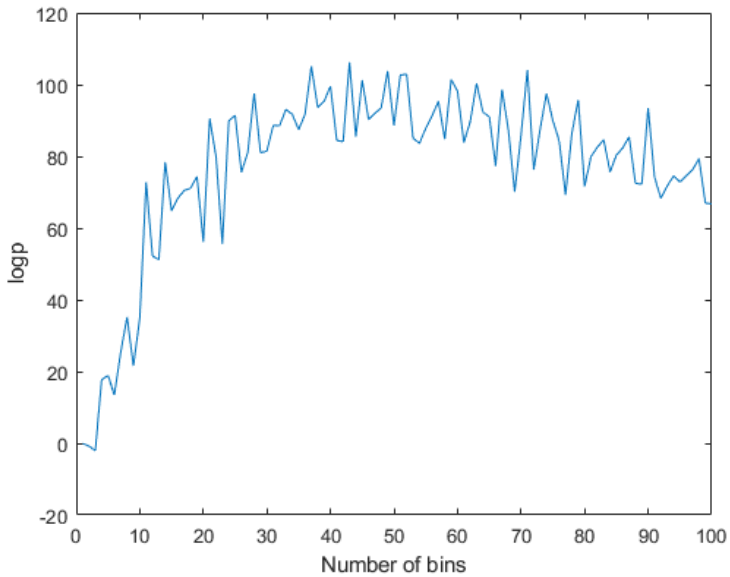
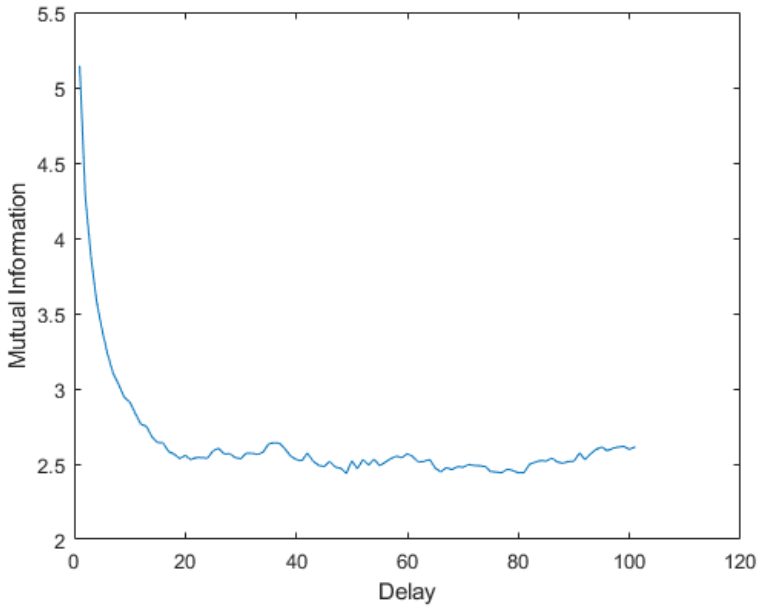
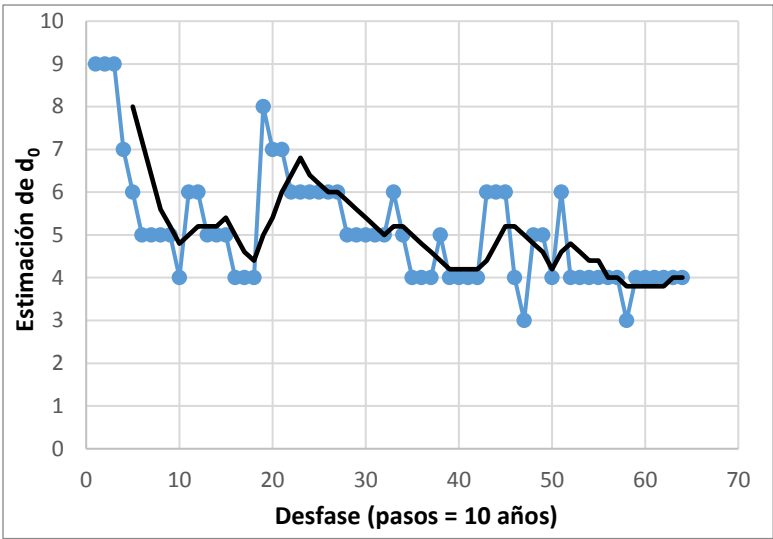
ARCH3k.1 (últimos 3k) (de -1000 a 1900)

tau	d0
1	
2	8
3	8
4	6
5	5
6	5
7	4
8	4
9	4
10	4
11	4
12	4
13	4
14	4
15	4
16	4
17	5
18	6
19	4
20	4
21	6
22	5
23	5
24	4



CALS10k.2 (completo) (de -8000 a 1900)

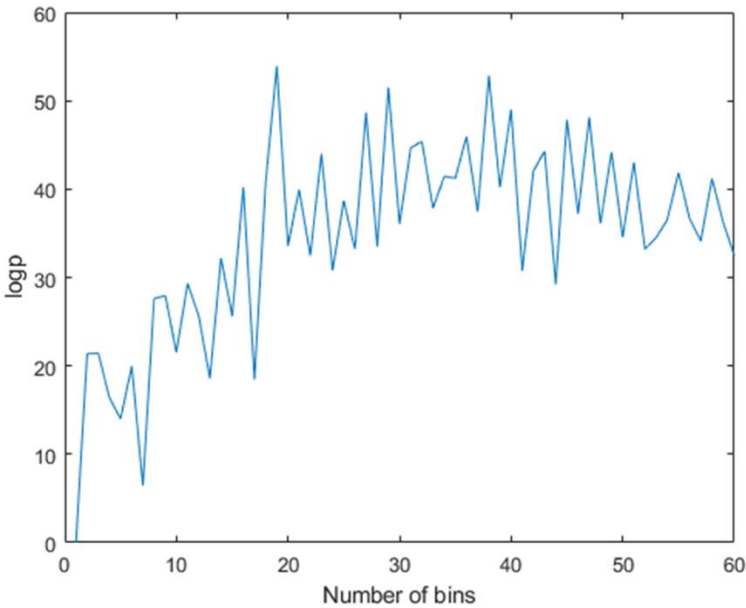
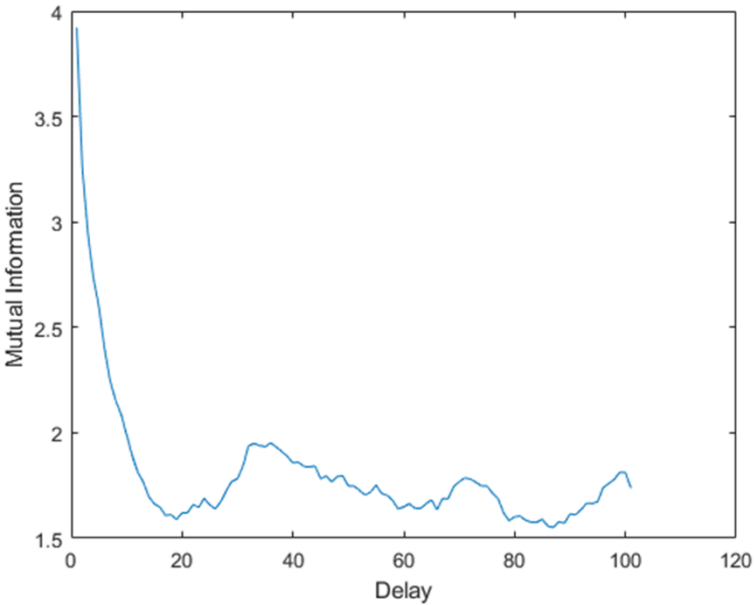
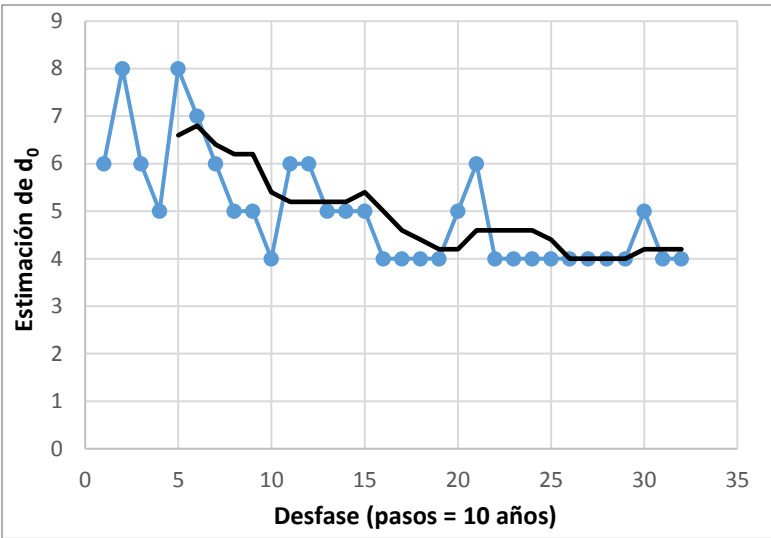
tau	d0	tau	d0
1	9	51	6
2	9	52	4
3	9	53	4
4	7	54	4
5	6	55	4
6	5	56	4
7	5	57	4
8	5	58	3
9	5	59	4
10	4	60	4
11	6	61	4
12	6	62	4
13	5	63	4
14	5	64	4
15	5		
16	4		
17	4		
18	4		
19	8		
20	7		
21	7		
22	6		
23	6		
24	6		
25	6		
26	6		
27	6		
28	5		
29	5		
30	5		
31	5		
32	5		
33	6		
34	5		
35	4		
36	4		
37	4		
38	5		
39	4		
40	4		
41	4		
42	4		
43	6		
44	6		
45	6		
46	4		
47	3		
48	5		
49	5		
50	4		





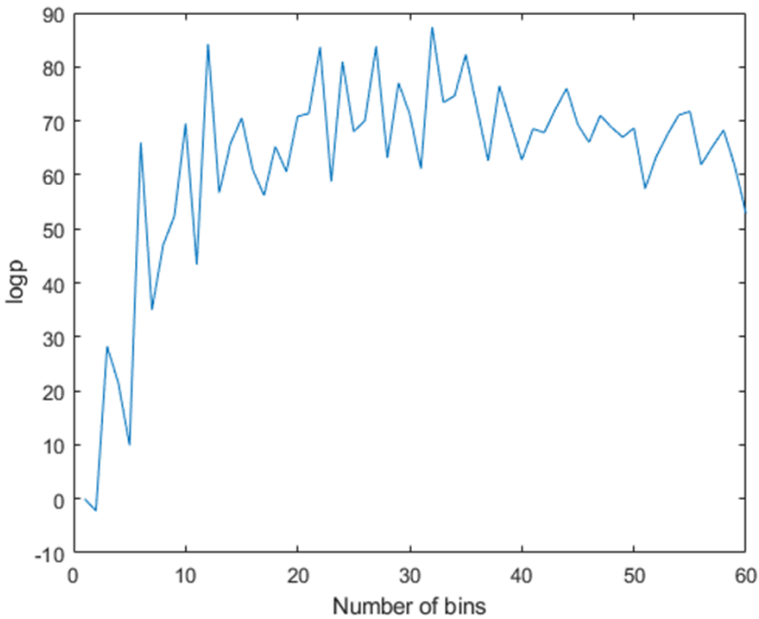
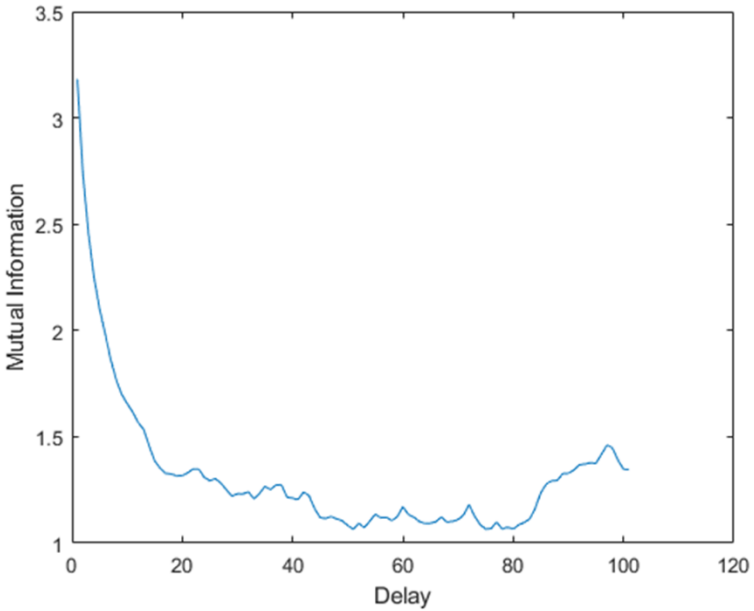
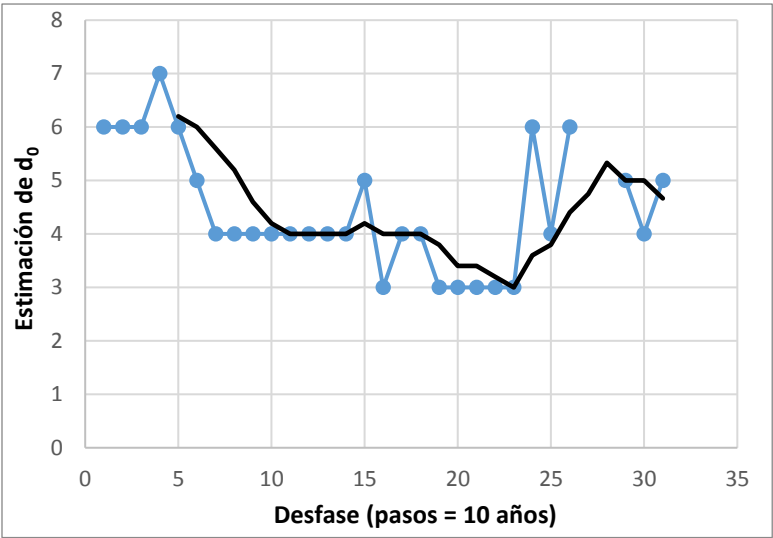
CALS10k.2 (periodo B) (de -6000 a -2000)

tau	d0
1	6
2	8
3	6
4	5
5	8
6	7
7	6
8	5
9	5
10	4
11	6
12	6
13	5
14	5
15	5
16	4
17	4
18	4
19	4
20	5
21	6
22	4
23	4
24	4
25	4
26	4
27	4
28	4
29	4
30	5
31	4
32	4



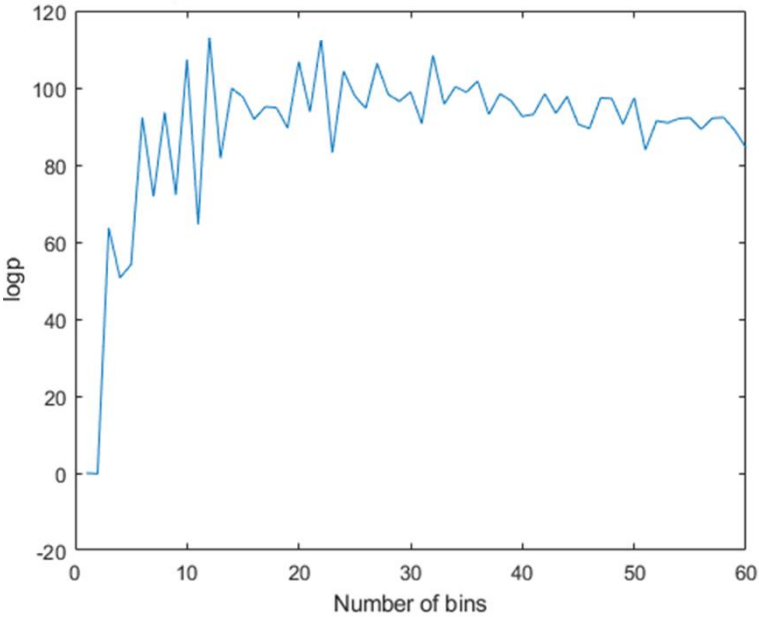
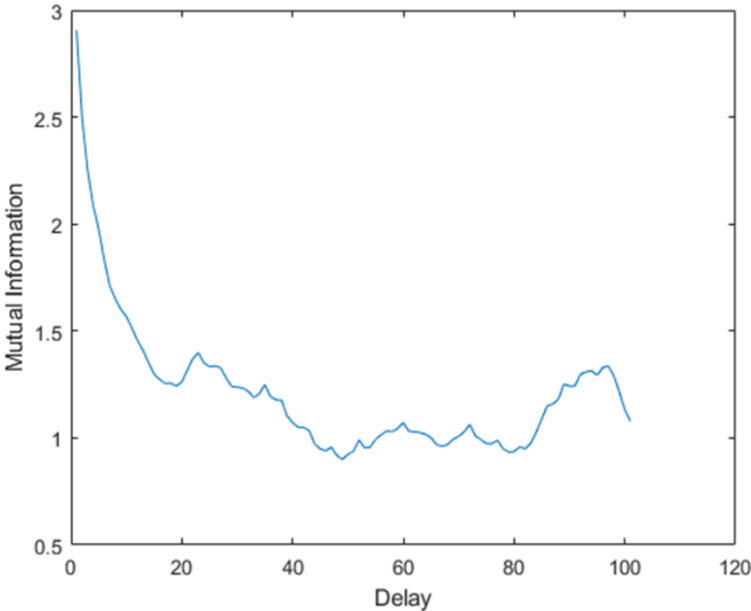
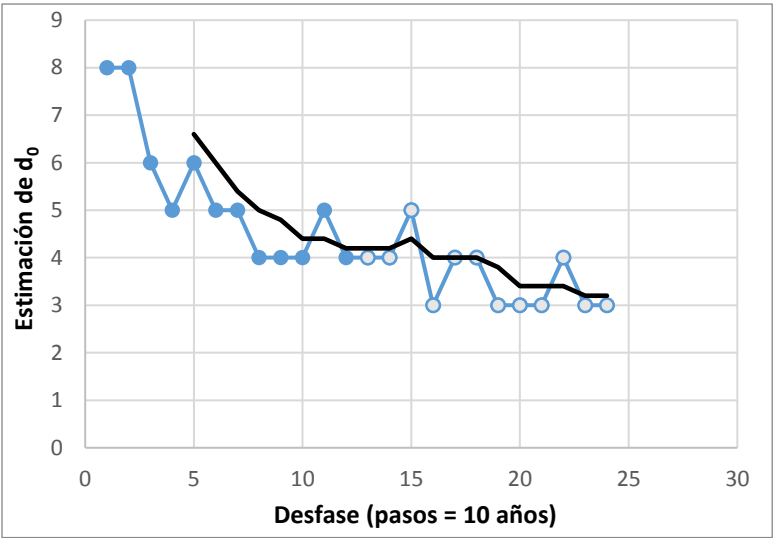
CALS10k.2 (periodo C) (de -2000 a 1900)

tau	d0
1	6
2	6
3	6
4	7
5	6
6	5
7	4
8	4
9	4
10	4
11	4
12	4
13	4
14	4
15	5
16	3
17	4
18	4
19	3
20	3
21	3
22	3
23	3
24	6
25	4
26	6
27	
28	
29	5
30	4
31	5



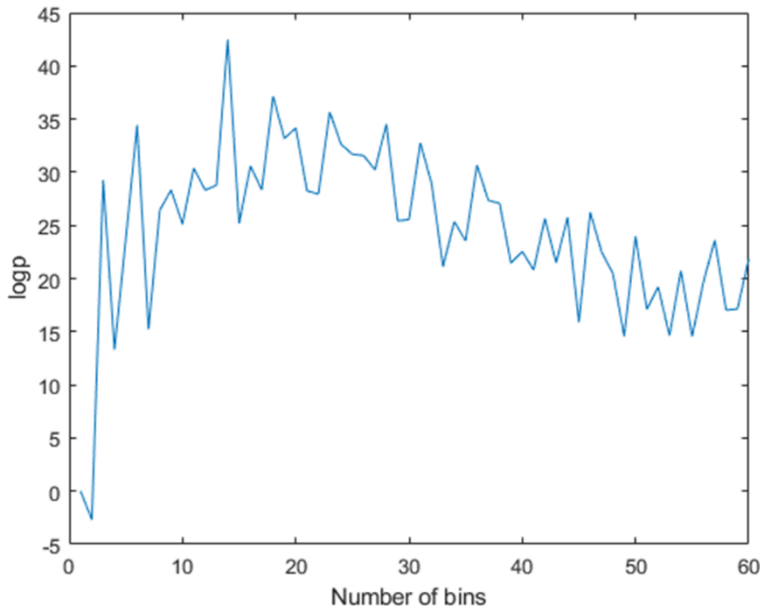
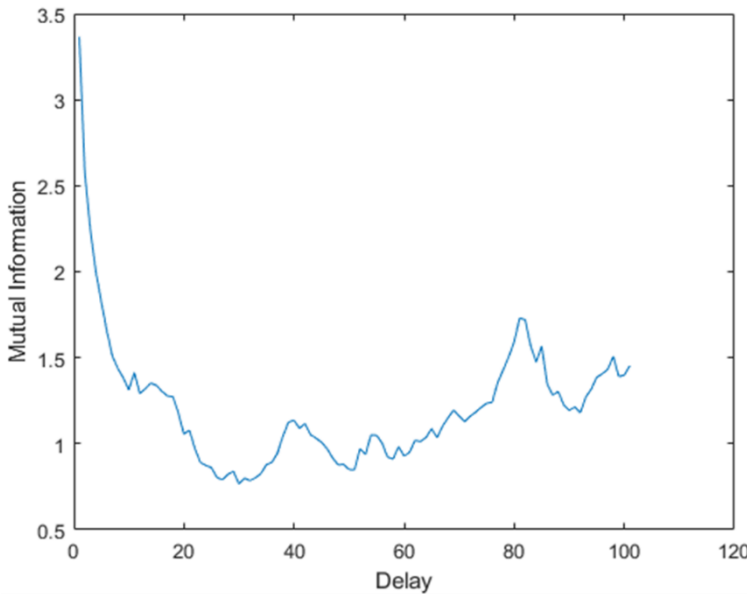
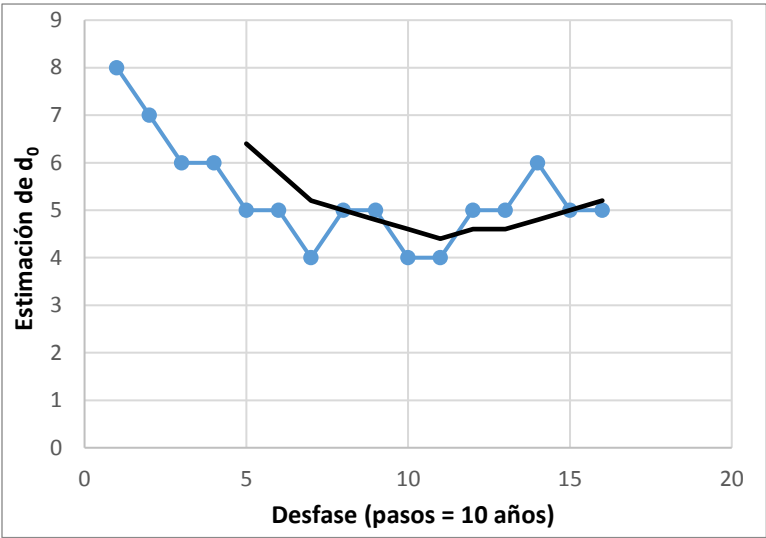
CALS10k.2 (últimos 3k) (de -1000 a 1900)

tau	d0
1	8
2	8
3	6
4	5
5	6
6	5
7	5
8	4
9	4
10	4
11	5
12	4
13	4
14	4
15	5
16	3
17	4
18	4
19	3
20	3
21	3
22	4
23	3
24	3



SHAWQ2k (completo) (de -100 a 1900)

tau	d0
1	8
2	7
3	6
4	6
5	5
6	5
7	4
8	5
9	5
10	4
11	4
12	5
13	5
14	6
15	5
16	5





# Referencias

- Aitken M. J. & Hawley H. N. (1971). Archeomagnetism: Evidence for magnetic refraction in kiln structures. *Archeometry*, 13, 83–85.
- Aitken, M. J. (1970). Dating by archaeomagnetic and thermoluminescent methods. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 269, 1193. doi: 10.1098/rsta.1970.0087
- Aldredge, L. R., and Hurwitz, L. (1964), Radial dipoles as the sources of the Earth's main magnetic field, *J. Geophys. Res.*, 69( 12), 2631– 2640, doi:10.1029/JZ069i012p02631.
- Arneitz, P., Leonhardt, R., Schnepf, E., Heilig, B., Mayrhofer, F., Kovacs, P., et al. (2017). The HISTMAG database: combining historical, archaeomagnetic and volcanic data. *Geophys. J. Int.*, 210(3), 1347-1359.
- Aubert, J. (2019). Approaching Earth's core conditions in high-resolution geodynamo simulations. *Geophysical Journal International*, 219, S137-S151.
- Barracough, D., De Santis, A. (1997). Some possible evidence for a chaotic geomagnetic field from observational data. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 99, 207-220.
- Ben-Yosef, E., Tauxe, L., Levy, T. E., Shaar, R., Ron, H., & Najjar, M. (2009). Geomagnetic intensity spike recorded in high resolution slag deposit in Southern Jordan. *Earth Planet. Sci. Lett.* 287, 529–539. doi: 10.1016/j.epsl.2009.09.001
- Bloxham, J., Zatman, S., & Dumberry, M. (2002). The origin of geomagnetic jerks. *Nature*, 420, 65–68.
- Brown, M. C., Donadini, F., Korte, M., Nilsson, A., Korhonen, K., Lodge, et al. (2015). GEOMAGIA50.v3: 1. General structure and modifications to the archeological and volcanic database, *Earth Planets Space*, 67, 83, doi: 10.1186/s40623-015-0232-0.
- Buffet, B.A. & Mound, J.E. (2005). A Green's function for the excitation of torsional oscillations in the Earth's core. *J. Geophys. Res.*, 110 B08412, doi:10.1029/2004JB003495
- Bullard, E.C. & Gellman, H. (1954). Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 247, 213-278.
- Bullard, E.C., Freedman, C., Gellman, H. & Nixon, J. (1950). The westward drift of the Earth's magnetic field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 243, 67-92.
- Burakov, K. S., Nachasova, I. E., Nájera, T., Molina González & F., Camara, H. A. (2005). Geomagnetic intensity in Spain in the second millennium BC. *Izvestiya Physics of the Solid Earth*, 41(8), 622-633.
- Butler, R., 2004. Paleomagnetism: Magnetic Domains to Geologic Terranes. Electronic Edition.

- Cai, S., Jin, G., Tauxe, L., Deng, C., Qin, H., Pan, Y., et al. (2017). Archaeointensity results spanning the past 6 kiloyears from eastern China and implications for extreme behaviors of the geomagnetic field. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 114, 39–44. doi: 10.1073/pnas.1616976114
- Campuzano, S.A., Gómez-Paccard, M., Pavón-Carrasco, F.J., Osete, M.L. (2019). Emergence and evolution of the South Atlantic Anomaly revealed by the new paleomagnetic reconstruction SHAWQ2k. *Earth and Planetary Science Letters*, 512, 17-26.
- Campuzano, S.A., Osete, M. L., Molina-Cardín, A., Carmona, J., Pavón-Carrasco, F.J. (2016) Aportaciones de la Arqueología al estudio del campo magnético terrestre durante la Segunda Edad del Hierro. *Actas de las IV Jornadas de XVI Jóvenes Investigadores del Valle del Duero*, Glyphos Publicaciones, ISBN: 978-84-944018-7-9.
- Cande, S.C. & Kent, D.V. (1992). A new geomagnetic polarity time scale for the Late Cretaceous and Cenozoic, *Journal of Geophysical Research*, 97, 13917-13951.
- Cande, S.C. y Kent, D.V. (1995): Revised calibration of the geomagnetic polarity timescale for the Late Cretaceous and Cenozoic. *Journal of Geophysical Research*, 100, B4: 6093-6095.
- Cao, L. (1997). Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. *Phys. D*, 110, 43-50.
- Carrancho, Á., Villalaín, J. J., Pavón-Carrasco, F. J., Osete, M. L., Straus, L. G., Vergès, J. M. & Carbonell, E. (2013). First directional European palaeosecular variation curve for the Neolithic based on archaeomagnetic data. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 380, 124-137
- Casas, L. & Incoronato, A., (2007). Distribution analysis of errors due to relocation of geomagnetic data using the 'Conversion via Pole' (CVP) method: implications on archaeomagnetic data. *Geophys. J. Int.* 169 (2), 448-454. doi: 10.1111/j.1365-246X.2007.03346.x
- Catanzariti, G., Gómez-Paccard, M., McIntosh, G., Pavón-Carrasco, F. J., Chauvin, A. & Osete, M.L. (2012). New archeomagnetic data recovered from the study of Roman and Visigothic remains from central Spain (3rd–7th centuries). *Geophys. J. Int.*, 188 (3), 979–993.
- Catanzariti, G., McIntosh, G., Gómez-Paccard, M., Ruiz-Martínez, V.C., Osete, M.L., Chauvin, A. & The AARCH Scientific Team (2008). Quality control of archeomagnetic determination using a modern kiln with a complex NRM. *Phys. Chem. Earth*, 33, 427-437.
- Chauvin, A., Garcia, Y., Lanos, P. & Laubenheimer, F. (2000). Paleointensity of the geomagnetic field recovered on archeomagnetic sites from France. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 120, 111–136.
- Constable, C., Korte, M. & Panovska, S. (2016). Persistent high paleosecular variation activity in southern hemisphere for at least 10000 years. *Earth Planet Sci Lett.*, 453, 78-86.
- Courtillot, V. & Besse, J., 1987. Magnetic Field Reversals, Polar Wander, and Core-Mantle Coupling. *Science*, 237, pp. 1140-1147. DOI: 10.1126/science.237.4819.1140
- Cox, A. (1968). Lengths of geomagnetic polarity intervals, *J. Geophys. Res.*, 73( 10), 3247– 3260, doi:10.1029/JB073i010p03247.
- Davies, C., & Constable, C. (2017). Geomagnetic spikes on the core-mantle boundary. *Nat. Commun.* 8:15593. doi: 10.1038/ncomms15593

- Day, R., Fuller, M. & Schmidt, V. A. (1977). Hysteresis properties of titanomagnetites: grain size and compositional dependence. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 13(4), 260-267.
- De Boor, C. (2001). *A Practical Guide to Splines*. Springer, New York.
- de Groot, L. V., Béguin, A., Kesters, M. E., van Rijnsingen, E. M., Struijk, E. L. M., Biggin, A. J., et al. (2015). High paleointensities for the Canary Islands constrain the Levant geomagnetic high. *Earth Planet. Sci. Lett.* 419, 154–167. doi: 10.1016/j.epsl.2015.03.020
- Di Chiara, A., Tauxe, L., Speranza, F. (2014). Paleointensity determination from Sao Miguel (Azores Archipelago) over the last 3 ka. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 234, 1–13.
- Dunlop, D. J. (2002). Theory and application of the Day plot ( $M_{rs}/M_s$  versus  $H_{cr}/H_c$ ) 1. Theoretical curves and tests using titanomagnetite data. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 107(B3). Doi 10.1029/2001jb000486.
- Dunlop, D.J., Özdemir, Ö., (1997). *Rock Magnetism: Fundamentals and Frontiers*, Cambridge University Press, Cambridge, p. 573
- Elsasser, W.M. (1946). Induction effects in terrestrial magnetism. Part II: The secular variation. *Physical Review*, 70, 202-212.
- Elsasser, W.M. (1950). The Earth's interior and geomagnetism. *Reviews of Modern Physics*, 22, 1-35.
- Evans, M. E. & Heller, F. (2003). *Environmental Magnetism: Principles and Applications of Enviromagnetics*. Academic Press, London.
- Franca, L.F.P. & Savi, M.A. (2001). Estimating Attractor Dimension on the Nonlinear Pendulum Time Series. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, 23(4), 427-439. <https://dx.doi.org/10.1590/S0100-73862001000400004>
- Fraser, A. M. (1989). Reconstructing Attractors from Scalar Time Series: A Comparison of Singular System and Redundancy Criteria, *Physica D*, v.34, pp.391-404.
- Fraser, A.M. and H.L. Swinney (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Phys. Rev. A* 33, 2, 1134-1140
- Gallet, Y. & Hulot, G., 1997. Stationary and nonstationary behaviour within the geomagnetic polarity time scale. *Geophysical Research Letters*, 24, 1875-1878.
- Genevey, A., Gallet, Y., Constable, C., Korte, M. & Hulot, G. (2008). Archeoint: An upgraded compilation of geomagnetic field intensity data for the past ten millennia and its application to the recovery of the past dipole moment. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 9 (4), Q04038.
- Genevey, A., Gallet, Y., Jesset, S., Thébaud, E., Bouillon, J., Lefèvre, A. & Le Goff, M. (2016). New archeointensity data from French Early Medieval pottery production (6th–10th century AD). Tracing 1500 years of geomagnetic field intensity variations in Western Europe. *Phys. Earth Planet. Interiors*, 257, 205–219.
- Gilbert, W. (1600). *De Magnete*. London: P.Short.
- Glatzmaier G.A. & Roberts P.H. (1995). A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal. *Nature*, 377, 203–209.



- Glatzmaier, G., Coe, R., Hongre, L., Roberts, P., 1999. The role of the earth's mantle in controlling the frequency of geomagnetic reversals. *Nature* 401, 885–890
- Glatzmaier, G.A. y Roberts, P.H. (1995): A three-dimensional convective dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 91: 63-75.
- Glatzmaier, G.A., Coe, R.S., Hongre, L. & Roberts, P.H. (1999). The role of the Earth's mantle in controlling the frequency of geomagnetic reversals. *Nature*, 401, 885–890.
- Gómez-Paccard, M., Beamud, E., McIntosh, G. & Larrasoana J. C. (2013). New archeomagnetic data recovered from the study of three Roman kilns from North-East Spain: a contribution to the Iberian paleosecular variation curve, *Archeometry*, 55, 1, 159-177.
- Gómez-Paccard, M., Catanzariti, G., Ruiz-Martinez, V. C., McIntosh, G., Núñez, J.I., Osete, M.L et al. (2006a). A catalogue of Spanish archeomagnetic data. *Geophys. J. Int.* 166, 1125–1143. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03020.x>.
- Gómez-Paccard, M., Chauvin, A., Lanos, P. & Thiriot, J. (2008). New archeointensity data from Spain and the geomagnetic dipole moment in Western Europe over the past 2000 years. *J. Geophys. Res.* 113 (B9), B09103.
- Gómez-Paccard, M., Chauvin, A., Lanos, P., Dufresne, P., Kovacheva, M., Hill, M. J. et al. (2012). Improving our knowledge of rapid geomagnetic field intensity changes observed in Europe between 200 and 1400 AD. *Earth Planet. Sci. Lett.* 355–356, 131–143.
- Gómez-Paccard, M., Chauvin, A., Lanos, P., Thiriot, J. & Jiménez-Castillo, P. (2006c). Archeomagnetic study of seven contemporaneous kilns from Murcia (Spain). *Phys. Earth Planet. Inter.*, 157, 16-32.
- Gómez-Paccard, M., Lanos, P., Chauvin, A., McIntosh, G., Osete, M.L., Catanzariti, G. et al. (2006b). First archeomagnetic secular variation curve for the Iberian Peninsula: comparison with other data from Western Europe and with global geomagnetic field models. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 7, Q12001. <http://dx.doi.org/10.1029/2006GC001476>.
- Gómez-Paccard, M., Osete, M. L., Chauvin, A., Pavón-Carrasco, F. J., Pérez-Asensio, M., Jiménez, P. & Lanos, P. (2016). New constraints on the most significant paleointensity change in Western Europe over the last two millennia. A non-dipolar origin? *Earth Planet. Sci. Lett.* 454, 55-64
- Gubbins, D. & Love, J.J. (1998). Preferred VGP paths during geomagnetic polarity reversals: Symmetry considerations. *Geophysical Research Letters*, 25, 1079-1082.
- Guyodo, Y. & Valet, J.P. (2006). A comparison of relative paleointensity records of the Matuyama Chron for the period 0.75-1.25 Ma. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 156, 205-212.
- Guyodo, Y. y Valet, J-P. (1999): Global changes in intensity of the earth's magnetic field during the past 800 kyr. *Nature*, 399: 249-252.
- Halley, E. (1683). A theory of the variation of the magnetic compass. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 13, 208–221.

- Halley, E. (1692). On the cause of the change in the variation of the magnetic needle, with a hypothesis of the structure of the internal parts of the Earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 17, 470–478.
- Hartmann, G., Trindade, R., Goguitchaichvili, A., Etchevarne, C., Morales, J. & Afonso, M. (2009). First archeointensity results from Portuguese potteries (1550-1750 AD). *Earth Planets Space*, 61, 93-100.
- Hervé, G. & Lanos, P. (2017). Improvements in archaeomagnetic dating in Western Europe from the Late Bronze to the Late Iron Ages: an alternative to the problem of the Hallstattian radiocarbon plateau. *Archaeometry*. doi: 10.1111/arcm.12344.
- Hervé, G., Chauvin, A. & Lanos, P. (2013a). Geomagnetic field variations in Western Europe from 1500 BC to 200 AD. Part I: directional secular variation curve. *Phys. Earth Planet. Inter.* 218, 1–13
- Hervé, G., Chauvin, A. & Lanos, P. (2013b). Geomagnetic field variations in Western Europe from 1500 BC to 200 AD. Part II: new intensity secular variation curve. *Phys. Earth Planet. Inter.* 218, 51–65
- Hervé, G., Fabbinder, J., Gilder, S., Metzner-Nebelsick, C., Gallet, Y., Genevey, A. et al. (2017). Fast geomagnetic field intensity variations between 1400 and 400 BCE: New archeointensity data from Germany. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 270, 143-156.
- Hollerbach, R and Jones, C.A. (1995) On the magnetically stabilizing role of the Earth's inner core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 87, 171-181.
- Hollerbach, R. and Jones, C.A., 1993. Influence of the Earth's inner core on geomagnetic fluctuations and reversals. *Nature*, 365: 541-543.
- Hounslow, M.W., Domeier, M., Biggin, A.J., 2018. Subduction flux modulates the geomagnetic polarity reversal rate. *Tectonophysics*, 742-743, 34-49. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2018.05.018>
- Hovmöller, B. (1949). The Trough-and-Ridge diagram. *Tellus*, 1:2, 62-66, DOI: 10.3402/tellusa.v1i2.8498.
- Hus J. & Geeraerts R. (1998). The direction of geomagnetic field in Belgium since Roman times and the reliability of archeomagnetic dating. *Phys. Chem. Earth*, 23, 997–1007.
- Hus J. & Geeraerts R. (2005). Origin of deviations between the remanent magnetization and inducing geomagnetic field direction in kilns and implications on archeomagnetic dating. *Stud. Geophys. Geod.*, 49, 233–253.
- Jasonov, P. G., Nougaliyev, D. K., Burov, B. V. & Heller, F. (1998). A modernized coercivity spectrometer. *Geologica Carpathica*, 49, 224-225.
- Jeffreys, H. (1926). The rigidity of the Earth's central core. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Geophysical Supplement*, 1, 371-383.
- Jonkers, A. R. T., Jackson, A. & Murray, A. (2003). Four centuries of geomagnetic data from historical records. *Rev. Geophys.*, 41(2), 1006, doi:10.1029/2002RG000115.
- Kageyama A., Sato T., & Complexity Simulation Group (1995). Computer simulation of a magnetohydrodynamic dynamo, II. *Physics of Plasmas*, 2, 1421–1431.

- Kent, D.V. y Gradstein, F.M. (1986): A Jurassic to recent chronology. *The Geology of North America*, Vol M: 45-50.
- Kingman, J. F. C. (1992). *Poisson Processes*. Clarendon Press, p39.
- Kissel, C., Laj, C., Rodriguez-Gonzales, A., Perez-Torrado, F., Carracedo, J. C., & Wandres, C. (2015). Holocene geomagnetic field intensity variations: contributions from the low latitude Canary Island site. *Earth Planet. Sci. Lett.* 430, 178–190. doi: 10.1016/j.epsl.2015.08.005
- Knuth, K.H. (2013). Optimal Data-Based Binnings for Histograms. *arXiv:physics/0605197v2*
- Korte, M. & Constable, C. (2018). Archeomagnetic intensity spikes: Global or regional geomagnetic field features? *Frontiers in Earth Science*, 6, 17. doi: 10.3389/feart.2018.00017
- Korte, M., Donadini, F., Constable, C. G., 2009. Geomagnetic field for 0-3 ka: 2. A new series of time-varying global models., *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 10, 6, 1525-2027. doi:10.1029/2008GC002297
- Kovacheva, M., Pares, J., Jordanova, N. & Karloukovski, V. (1995). A new contribution to the archeomagnetic study of a Roman pottery kiln from Calahorra (Spain). *Geophys. J. Int.*, 123, 931-936.
- Krakovská, A., Mezeiová, K., Budáková, H., 2015. Use of False Nearest Neighbour for Selecting Variables and Embedding Parameters for State Space Reconstruction. *Journal of Complex Systems*, 2015, Article ID 932750. <http://dx.doi.org/10.1155/2015/932750>
- Kutzner, C., Christensen, U., 2004. Simulated geomagnetic reversals and preferred virtual geomagnetic pole paths. *Geophys. J. Int.* 157, 1105–1118
- Larmor, J. (1919). How could a rotating body such as the sun become a magnet? *British Association for the Advancement of Science*, 87, 139-160.
- Larson, R.L. & Olson, P., 1991. Mantle plumes control magnetic reversal frequency. *Earth and Planetary Science Letters*, 107, 437-447. [https://doi.org/10.1016/0012-821X\(91\)90091-U](https://doi.org/10.1016/0012-821X(91)90091-U)
- Leonhardt, R. & Fabian, K. (2007). Paleomagnetic reconstruction of the global geomagnetic field evolution during the Matuyama/Brunhes transition: iterative Bayesian inversion and independent verification. *Earth and Planetary Science Letters*, 253, 172–195.
- Leonhardt, R., Fabian, K., Winklhofer, M., Ferk, A., Laj, C. & Kissel, C. (2009). Geomagnetic field evolution during the Laschamp excursión. *Earth and Planetary Science Letters*, 278, 87-95.
- Livermore, P. W., Fournier, A., & Gallet, Y. (2014). Core-flow constraints on extreme archeomagnetic intensity changes. *Earth Planet. Sci. Lett.* 387, 145–156. doi: 10.1016/j.epsl.2013.11.020
- López-Sánchez, J., McIntosh, G., Osete, M. L., del Campo, A., Villalaín, J. J., Pérez, L., et al. (2017). Epsilon iron oxide: Origin of the high coercivity stable low Curie temperature magnetic phase found in heated archeological materials. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 18(7), 2646-2656, doi:10.1002/2017GC006929.
- Lowrie, W. (1990). Identification of ferromagnetic minerals in a rock by coercivity and unblocking temperature properties. *Geophysical Research Letters* 17, 159-162.

- Lowrie, W. & Kent, D.V. (2004). Geomagnetic polarity timescale and reversal frequency regimes. In: *Timescales of the Internal Geomagnetic Field* (Eds J.E.T. Channell, D.V. Kent, W. Lowrie and J. Meert), pp. 287–298. Geophysical Monograph 145, American Geophysical Union, Washington, DC.
- Malkus, V.W.R. (1968). Precession of the earth as the cause of geomagnetism. *Science*, 160, 259–264.
- Mañé, R. (1981). On the dimension of the compact invariant sets of certain non-linear maps. In D.A. Rand and B.S. Young, editors, *Dynamical Systems and Turbulence*, volume 898 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 230–242, Warwick 1980, 1981. Springer-Verlag, Berlin.
- Matsui H., Heien, E., Aubert, J., Aurnou, J., Avery, M., Brown, B. et al. (2016) . Performance benchmarks for a next generation numerical dynamo model , *Geochem. Geophys. Geosyst.* , 17 ( 5 ), 1586 –1607.
- McFadden, P.L. & Merrill, R.T. (1997). Asymmetry in the reversal rate before and after the Cretaceous Normal Polarity Superchron. *Earth and Planetary Science Letters*, 149, 43-47.
- McIntosh, G., Kovacheva, M., Catanzariti, G., Donadini, F. & Osete, M. L. (2011). High coercivity remanence in baked clay materials used in archeomagnetism. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 10.1029/2010GC003310.
- McIntosh, G., Kovacheva, M., Catanzariti, G., Osete, M. L. & Casas, L. (2007). Widespread occurrence of a novel high coercivity, thermally stable, low unblocking temperature magnetic phase in heated archeological material. *Geophysical Research Letters*, 34.
- McNish, A. G. (1940), Physical representations of the geomagnetic field, *Eos Trans. AGU*, 21( 2), 287– 291, doi:10.1029/TR021i002p00287.
- Merrill, R., McFadden, P., McElhinny, M., 1996. *The Magnetic Field of the Earth: Paleomagnetism, the Core, and the Deep Mantle* (Academic Press, San Diego, 1996)
- Molina Expósito, A. (2004). Informe Memoria de la Intervención Arqueológica de Urgencia en la zona 2.1 y 2.2 del SC-2A de Córdoba, Córdoba.
- Molina, A. & Salinas, E. (2013). Un complejo alfarero de época islámica en la avenida de las Ollerías, Córdoba. *Arqueología de la producción en Época Medieval*, Granada, 177-208.
- Molina-Cardín, A., Campuzano, S. A., Osete, M. L., Rivero-Montero, M., Pavón-Carrasco, F. J., Palencia-Ortas, A., Martín-Henández, F., Gómez-Paccard, M., Chauvin, A., Guerrero-Suárez, S., Pérez-fuentes, J.C., McIntosh, G., Catanzariti, G., Sastre Blanco, J.C., Larrazabal, J., Fernández Martínez, V.M., Álvarez Sancís, J.R., Rodríguez-Hernández, J., Martín Viso, I., García i Rubert, D. (2018). Updated Iberian archeomagnetic catalogue: New full vector paleosecular variation curve for the last three millennia. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 19. <https://doi.org/10.1029/2018GC007781>
- Molina-Cardín, A., De Santis, A., Osete, M.L., Dinis, L. (in prep. To be submitted to *Entropy*). Dynamical complexity of the geomagnetic field in the Holocene.
- Molina-Cardín, A., Dinis, L., Osete, M.L. (2016). Un modelo browniano para el momento dipolar axial del campo geomagnético. *Geo-temas*, 16, 849-852.

- Molina-Cardín, A., Dinis, L., Osete, M.L. (in prep. To be submitted to *Frontiers in Earth Sciences*). Brownian model for the fluctuations of axial dipole moment of the geomagnetic field.
- Molina-Cardín, A., Osete, M.L., Campuzano, S.A., Carmona, J., McIntosh, G., Sastre, J.C. (2016) Estudio arqueomagnético en el yacimiento de El Castillón (Zamora). *Actas de las IV Jornadas de Jóvenes Investigadores del Valle del Duero*, Glyphos Publicaciones, ISBN: 978-84-944018-7-9.
- Mori, N., Schmitt, D., Ferriz-Mas, A., Wicht, J., Mouri, H., Nakamichi, A. y Morikawa, M. (2011): Domino model for geomagnetic field reversals. *Physical Review E*, 46, 5: 323-351.
- Nachasova, I. E. & Burakov, K. S. (2012). Variations in geomagnetic intensity and temperature in the second Millennium B.C. in Spain. *Fizika Zemli*, 5, 77–84.
- Nachasova, I. E. & Burakov, K.S. (2009). Variation of the intensity of the Earth's magnetic field in Portugal in the 1st millennium BC. *Izv.-Phys. Solid Earth*, 45, 595–603. <http://dx.doi.org/10.1134/S1069351309070040>.
- Nachasova, I. E., Burakov, K. S. & Bernabeu, J. (2002). Geomagnetic field intensity variation in Spain. *Phys. Solid Earth, Engl. Transl.*, 38, 371–376.
- Nachasova, I. E., Burakov, K. S. & Lorrío, A. J. (2007b). Archaeomagnetic study of ceramics from the El Molon Archaeological Monument (Spain). *Izv. Phys. Solid Earth*, 43(10), 830–835.
- Nachasova, I. E., Burakov, K. S., Molina, F. & Cámara, J. (2007a). Archaeomagnetic study of ceramic from the neolithic Los Castillejos multilayer monument (Montefrio, Spain). *Izv. Russ. Acad. Sci. Phys. Solid Earth, Engl. Transl.*, 43(2), 170–176.
- Nagata, T., Arai, Y. & Momose, K. (1963). Secular variation of the geomagnetic total force during the last 5000years, *J. Geophys. Res.*, 68, 5277-5281
- Naidu, P.S. (1970). Statistical structure of geomagnetic field reversals. *Journal of Geophysical Research*, 76, 2649–2662,
- Newman, M.E.J. (2005): Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary Physics*, 46, 5: 323-351.
- Nilsson, A., Holme, R., Korte, M., Suttie, N. & Hill, M. (2014). Reconstructing Holocene geomagnetic field variation: new methods, models and implications. *Geophys. J. Int.*, 198, 229-248. doi: 10.1093/gji/ggu120.
- Noël, M. & Batt, C. M. (1990). A method for correcting geographically separated remanence directions for the purpose of archeomagnetic dating. *Geophys. J. Int.*, 102, 753 – 756.
- Núñez, J.I. (2005). Estudio Arqueomagnético de la Península Ibérica. Primera Curva de Variación Secular de los últimos milenios. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
- O'Rourke, J. & Stevenson, D. (2016). Powering Earth's dynamo with magnesium precipitation from the core. *Nature*, 529, 387-389.
- Olson, P. (2013). The New Core Paradox. *Science*, 25, 342, 431-432.
- Osete, M. L., Chauvin, A., Catanzariti, C., Jimeno, A., Campuzano, S. A., Benito-Batanero, J. P. et al. (2016). New archeomagnetic data recovered from the study of celtiberic remains from

- central Spain (Numantia and Ciadueña, 3rd-1st centuries BC). Implications on the fidelity of the Iberian paleointensity database. *Phys. Earth Planet. Inter.* 260, 74-86.
- Osete, M.L., Campuzano, S.A., Molina-Cardín, A., Palencia, A., Carmona, J., McIntosh, G., Larrazabal, J. (2018). On the reliability of archaeomagnetic dating in Iberia: two case studies from Portugal and Zamora. En J.C. Sastre Blanco y Ó. Rodríguez-Monterrubio (Ed.), *Archaeology in the River Duero Valley*. pp.309-339. Newcastle upon Tyne, UK: Cambridge Scholars Publishing
- Osete, M.L., Molina-Cardín, A., Campuzano, S.A., Aguilera-Arzo, G., Barranchina-Ibañez, A., Fallomir-Granella, F., Foix, O., Martín-Hernández, F., Palencia-Ortas, A., Gómez-Paccard, M., Pavón-Carrasco, F.J. (in prep). Two archaeomagnetic intensity maxima and rapid directional variation rates during the first Iron Age observed at Iberian coordinates. Implications on the evolution of the Levantine Iron Age Anomaly.
- Palencia-Ortas, A., Osete, M. L., Campuzano, S. A., McIntosh, G., Larrazabal, J., Sastre, J. & Rodríguez-Aranda, J. (2017). New archeomagnetic directions from Portugal and evolution of the geomagnetic field in Iberia from Late Bronze Age to Roman Times. *Phys. Earth Planet. Inter.* 270, 183-194.
- Parés, J. M., De Jonge, R., Pascual, J. O., Bermúdez, A., Tovar, C. J., Luezas, R. A. & Maestro, N. (1993). Archaeomagnetic evidence for the age of a Roman pottery kiln from Calahorra (Spain). *Geophys. J. Int.*, 112(3), 533-537.
- Parker, E.N. (1955). Hydrodynamic dynamo models. *Astrophysical Journal*, 122, 293-314.
- Pavón-Carrasco, F. J., Osete, M. L., Torta, J. M. & De Santis, A. (2014a). A geomagnetic field model for the Holocene based on archeomagnetic and lava flow data. *Earth Planet. Sci. Lett.* 388, 98–109. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2013.11.046>.
- Pavón-Carrasco, F. J., Osete, M. L., Torta, J. M. & Gaya-Piqué, L. R. (2009). A regional archeomagnetic model for Europe for the last 3000 years, SCHA.DIF.3K: applications to archeomagnetic dating. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 10, Q03013. <http://dx.doi.org/10.1029/2008GC002244>.
- Pavón-Carrasco, F. J., Rodríguez-González, J., Osete, M. L. & Torta, J. M. (2011). A matlab tool for archeomagnetic dating. *J. Archeol. Sci.* 38 (2), 408–419.
- Pavón-Carrasco, F.J., Gómez-Paccard, M., Hervé, G., Osete, M. L. & Chauvin, A. (2014b). Intensity of the geomagnetic field in Europe for the last 3 ka: influence of data quality on geomagnetic field modeling. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 15. <http://dx.doi.org/10.1002/2014GC005311>.
- Peddie, N. W. (1979), Current loop models of the Earth's magnetic field, *J. Geophys. Res.*, 84( B9), 4517– 4523, doi:10.1029/JB084iB09p04517.
- Peters, C. and Dekkers, M.J. (2003). Selected room temperature magnetic parameters as a function of mineralogy, concentration and grain size. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*, 28, 659-667.
- Ponte-Neto, C.F. & Papa, A.R.R. (2007). A simple statistical study on the time distribution of Earth's magnetic field reversals. *SEG Global Meeting Abstracts*, 769-772.

- Prevosti, M., Casas, L, Roig-Perez, J. F., Fouzai, B., Alvarez, A. & Pitarch, A. (2013). Archaeological and archaeomagnetic dating at a site from the ager Tarraconensis (Tarragona, Spain): El Vila-sec Roman pottery. *J. Arch. Sci.* 40, 2686–2701. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jas.2013.01.027>.
- Risken, H. & Frank, T. (2012). *The Fokker-Planck Equation: Methods of Solution and Applications*. Springer Science & Business Media.
- Rivero, M., Osete, M.L, Ayarzagüena, M., Molina-Cardín, A. (2016). Estudio arqueomagnético del yacimiento del Cerro de los Almadenes (Otero de Herreros, Segovia). *Geo-temas*, 16, 941-944.
- Roberts, A. P., Cui, Y., and Verosub, K. L. (1995), Wasp-waisted hysteresis loops: Mineral magnetic characteristics and discrimination of components in mixed magnetic systems, *J. Geophys. Res.*, 100( B9), 17909– 17924, doi:10.1029/95JB00672.
- Roberts, A. P., Tauxe, L., Heslop, D., Zhao, X., & Jiang, Z. (2018). A critical appraisal of the “Day” diagram. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123, 2618–2644. <https://doi.org/10.1002/2017JB015247>
- Roberts, P.H. (1972). Kinematic dynamo models. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 272, 663-698.
- Ruiz-Martínez, V. C., Pavón-Carrasco, F. J. & Catanzariti G. (2008). First archaeomagnetic data from northern Iberia. *Physics and Chemistry of the Earth*, 33, 566–577.
- Salas Álvarez, J., Ayarzagüena Sanz, M., López Ciudad, J. F., Ramos Sánchez, F., San Clemente Geijo, P., Sebastián Reques, E., et al. (2014). El poblado minero-metalúrgico de El Cerro de los Almadenes (Otero de Herreros, Segovia). *Revista Onoba*, 02, 149-178
- Santos, F., Sastre, J., Soares De Figueiredo, S., Rocha, F., Pinheiro, E. & Dias, R. (2012). El sitio fortificado del Castelhinho (Felgar, Torre de Moncorvo, Portugal). Estudio preliminar de su diacronía y las plaquetas de piedra con grabados de la Edad del Hierro. *Complutum*, 23 (1), 165-179.
- Sastre Blanco, J. C. (2017). El poblado de El Castillón (Sta. Eulalia de Tábara, Zamora): contribuciones al estudio de la antigüedad tardía en el valle del Esla. (Doctoral dissertation). Universidad de Granada, Granada.
- Selkin, P. & Tauxe, L. (2000). Long-term variations in palaeointensity. *Philosophical transactions of the royal society A*. <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0574>
- Shaar, R., Tauxe, L, Goguitchaichvili, A., Devidze, M. & Licheli, V. (2017). Further evidence of the Levantine Iron Age geomagnetic anomaly from Georgian pottery. *Geophys. Res. Lett.*, 44, 2229–2236, doi:10.1002/2016GL071494.
- Shaar, R., Tauxe, L., Ron, H., Ebert, Y., Zuckerman, S., Finkelstein, I. & Agnon, A. (2016). Large geomagnetic field anomalies revealed in Bronze to Iron Age archeomagnetic data from Tel Megiddo and Tel Hazor, Israel. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 442, 173–185.
- Stark J, 1999, Delay Embeddings of Forced Systems: I Deterministic Forcing, *J. Nonlinear Sci.*, 9, 255–332.
- Stark J, Broomhead DS, Davies ME and Huke JP, 1997, Takens Embedding Theorems for Forced and Stochastic Systems, *Nonlinear Analysis*, 30, 5303–5314.

- Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. In D.A. Rand and B.-S. Young, editors, *Dynamical Systems and Turbulence*, volume 898 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 366–381, Warwick 1980, 1981. Springer-Verlag, Berlin.
- Tauxe, L, Banerjee, S.K., Butler, R.F. and van der Voo R, 2018. *Essentials of Paleomagnetism*, 5th Web Edition.
- Tauxe, L., Mullender, T. A. T. & Pick, T. (1996). Potbellies, wasp-waists, and superparamagnetism in magnetic hysteresis. *Journal of Geophysical Research B: Solid Earth*, 101, 571-583.
- Taylor, G.I. (1923). The motion of a sphere in a rotating liquid. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 102, 180-189.
- Taylor, J.B. (1963). The magneto-hydrodynamics of a rotating fluid and the Earth's dynamo problema. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 274, 274-283.
- Tema, E., Herrero-Bervera, E. & Lanos, P. (2017). Geomagnetic field secular variation in Pacific Ocean: A Bayesian reference curve based on Holocene Hawaiian lava flows. *Earth and Planetary Science Letters*, 478, 58-65. 10.1016/j.epsl.2017.08.023.
- Thébault, E. & Gallet, Y. (2010). A bootstrap algorithm for deriving the archeomagnetic field intensity variation curve in the Middle East over the past 4 millennia BC. *Geophys. Res. Lett.* 37, L22303.
- Thébault, E., Finlay, C., Beggan, C., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O. et al. (2015). International geomagnetic reference field: the 12th generation. *Earth Planets Space* 67, 79. doi:10.1186/s40623-015-0228-9.
- Thellier, E. & Thellier, O. (1959). Sur l'intensité du champ magnétique terrestre dans le passé historique et géologique. *Ann. Géophys.* 15, 285–376.
- Thellier, E. (1981). Sur la direction du champ magnétique terrestre, en France, Durant les deux derniers millénaires. *Phys. Earth Planet. Inter.* 24, 89-132
- Tilgner, A. (2005). Precession driven dynamos. *Physics of Fluids*, 17, 034104.
- Valet, J-P., Meynadier, L. y Guyodo, Y. (2005): Geomagnetic dipole strength and reversal rate over the past two million years. *Nature*, 435: 802-805.
- Veitch, R. J., Hedley, G. & Wagner, J. J. (1984). An investigation of the intensity of the geomagnetic field during Roman times using magnetically anisotropic bricks and tiles. *Arch. Sci. (Geneva)* 37 (3), 359–373.
- Watanabe, N. (1958). Secular Variation in the Direction of Geomagnetism as the Standard Scale for Geomagnetochemistry in Japan. *Nature*, 182, 383-384. doi: <https://doi.org/10.1038/182383a0>
- Yadav, R., Gastine, T., Christensen, U., Wolk, S., Poppenhaeger, K. (2016). Approaching a realistic force balance in geodynamo simulations. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2016, 113 (43) 12065-12070.
- Zhang, K. & Jones, C.A. (1997). The effect of hyperviscosity on geodynamo models. *Geophysical Research Letters*, 24, 2869-2872.



- Zhang, N. & Zhong, S., 2011. Heat fluxes at the Earth's surface and core-mantle boundary since Pangea formation and their implications for the geomagnetic superchrons. *Earth and Planetary Science Letters*, 306, 205-216.
- Ziegler, L.B. & Constable, C.G. (2011). Asymmetry in growth and decay of the geomagnetic dipole. *Earth and Planetary Science Letters*, 312, 300-304.
- Zijderveld, J. D. A. (1967). AC demagnetization of rocks: Analysis of results. In D. W. Collinson, K. M. Creer, S. K. Runcorn (Eds), *Methods in Paleomagnetism*, 254–286. Elsevier, New York.
- Zollner, F. (1871). *Über den Ursprung des Erdmagnetismus und die magnetischen Beziehungen der Welkkörper*. Gesellschaft der Wissenschaften, Mathematische-Physikalsche, Leipzig, 23, 479-575.